С.С. Кутателадзе

Наука и люди

ЮФМИ

Р О С С И Й С К А Я   А К А Д Е М И Я   Н А У К

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Институт математики
им. С. Л. СОБОЛЕВА

ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ
НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
Южный математический институт

С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ

НАУКА И ЛЮДИ

Владикавказ
2010

УДК 51
ББК 22.162
К 94

Ответственный редактор
академик *Ю. Г. РЕШЕТНЯК*

Рецензенты:
доктор физико-математических наук *А. Е. Гутман*,
доктор физико-математических наук *А. Г. Кусраев*

Кутателадзе С. С.
Наука и люди / отв. ред. Ю. Г. Решетняк.—Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2010.—iv+360 с.

В книге собраны статьи и эссе последнего десятилетия о науке и её месте в современном обществе. Основное внимание уделено людям науки. Представлены работы, касающиеся жизни и творчества А. Д. Александрова, Л. В. Канторовича, Н. Н. Лузина, С. Л. Соболева, С. Маклейна, Л. Шварца и ряда других учёных нашего времени. Часть места отведена классикам науки — Евклиду, Ньютону и Лейбницу. Несколько статей посвящены истории математики, проблемам преподавания в высшей школе и критике лженауки. Книга ориентирована на широкий круг читателей, интересующихся наукой и её людьми.

Kutateladze S. S.
Science and Its People / ed. Yu. G. Reshetnyak.—Vladikavkaz: SMI VSC RAS, 2010.—iv+360 p.

This collection of articles and essays of the last decade is devoted to science and its place in the modern society. Most attention is paid to the people of science. Several articles reflect the life and contributions of A. D. Alexandrov, L. V. Kantorovich, N. N. Luzin, S. Mac Lane, S. L. Sobolev, L. Schwartz, and other contemporary scientists. Some room is allotted to the classics of science: Newton, Leibniz, and Euclid. A few articles touch on the history of mathematics, the problems of teaching in higher education, and the criticism of pseudoscience. The book is intended for the wide readership of those interested in science and its people.

ISBN 978-5-904695-01-9

Предисловие

Мысль мимолётна — чтобы не пропала, её надо формулировать. Например, так.

> Дар человека — его мир.
> Ценность человека — его свобода.
> Наука — душа свободы.

В математике действует правило обобщения, и фраза о человеке вообще подразумевает людей. Эта книга о людях и о науке. По жанру — собрание общенаучных статей и заметок, написанных, в основном, в последнее десятилетие.

Представленные в книге сочинения делятся на три группы. В первой собраны статьи об учёных старшего поколения, чьи жизненные или творческие пути пересекались с моей мировой линией. Среди них А. Д. Александров, Л. В. Канторович, С. Л. Соболев — люди, во многом определившие мою научную судьбу. Ко второй группе относится публицистика, связанная с нынешним кризисным состоянием науки и образования в России. К третьей группе можно отнести заметки о математике и её преподавании.

В книге собраны статьи, написанные и подписанные мною самостоятельно. Единственное исключение — впервые публикуемый с разрешения Ю. И. Манина фрагмент его письма ко мне с откликом на черновой вариант эссе «Fidelis et Infidelis».

Надо сказать, что ритуальные публикации об учёных чрезвычайно важны в качестве путевых столбов развития науки. Мне довелось и писать и подписывать порядочное число сочинений такого рода, но в книгу они не вошли. Мне хотелось сохранить момент доверительного личного общения с читателем, поделиться с ним собственными соображениями. По этим же причинам в книгу включены подборки разрозненных мыслей, бо́льшей частью не вошедшие в какие-либо завершённые публикации, но сформулированные должным образом и, стало быть, не вполне лишённые смысла.

Немалая доля из представленного в книге существует на английском языке, притом в опубликованном виде. Некоторые из сочинений первоначально писались именно по-английски и лишь со временем получили свои русские версии. Дело в том, что английский и русский языки имеют разные выразительные возможности. Например, приведённая выше по-русски мысль о месте науки в жизни человека по-английски может выглядеть несколько иначе, чем диктует дословный перевод:

> The universe is a gift to mankind.
> The treasure of everybody is their free will.
> Science is the sole of freedom.

В этой связи я поместил несколько английских текстов.

Георг Кристоф Лихтенберг писал:

> Быть человеком — значит не только обладать знаниями, но и делать для будущих поколений то, что предшествующие делали для нас[1].

Эта мысль и вдохновляет и требует...

Подготовить настоящую книгу к печати было бы невозможно как без инициативы и помощи моих друзей и товарищей, так и без интереса и отклика читателей. Всем им я безмерно признателен.

2 октября 2009 г. *С. Кутателадзе*

[1] Афоризмы.—М.: Наука (1965), с. 140.

Часть I

ЛЮДИ НАУКИ

Глава 1

Штрихи

Частично опубликовано:
Владикавказский мат. журн., Т. 3, № 2, 3–17 (2001);
Вестник Владикавказского научного центра, Т. 2, № 3, 2–12 (2003) и др.

Воспоминания — специфический жанр литературы, в котором неизбежны враньё и яканье. Последние были так ненавистны Александру Даниловичу Александрову (1912–1999), что завидовать авторам, пишущим о нём в этом жанре, не приходится.

Случилось так, что с конца 1970 годов до смерти А. Д. я имел честь и счастье постоянного общения с ним. Писать воспоминания много легче по прошествии достаточно долгого времени. Старшие товарищи всё же убедили меня отразить какие-либо подробности сибирского периода жизни А. Д.

Мне немало пришлось писать об А. Д. в традиционных (и не вполне) формах научной публицистики. Я рад, что он меня никогда не ругал за это. Поэтому я считаю себя вправе не давать здесь обзора научных достижений А. Д.

Многие события, в которых мне довелось наблюдать А. Д. или даже соучаствовать ему, были не так давно, чтобы стать бесстрастной историей. Не всё захотелось ворошить и переживать вновь. Просматривая личный архив, я отобрал малую часть материалов, в которых отражён А. Д., каким он был для меня и каким я его знал. Приведённые эпизоды, возможно, заинтересуют читателя некоторыми штрихами к биографии этого большого и яркого человека.

Я буду рад, если кому-то, как и мне, уроки жизни А. Д. придадут силы или подскажут решение в кризисные моменты...

Гнев и самокритика

Особой чертой А. Д., которую мне бы хотелось подчеркнуть, была физиологическая реакция гнева на опасность, нападение или оскорбление. Известно, что в этих обстоятельствах у людей наблюдается также и эмоция страха (бледность, холодный пот). Полководцы древности часто отбирали в свои войска именно воинов с реакцией гнева на опасность.

А. Д. демонстрировал классические образцы эмоции гнева: он багровел, раздувал грудь, появлялся оскал. А. Д. прекрасно понимал какой страх он вызывал у виновников своего гнева. Необоснованного гнева А. Д. мне видеть не доводилось.

Многолетний опыт общения с А. Д. выработал во мне стойкий стереотип: Каждый ненавистник А. Д. является потенциальным (если не законченным) негодяем. В общении с близкими А. Д. был исключительно доброжелателен, даже нежен, внимателен и предельно щепетилен.

Человек страстей, А. Д. оставался самокритичным. Мне доводилось писать, что самокритичность является необходимым признаком ума. А. Д. многократно пересматривал своё отношение к людям и поступкам, демонстрируя преданность своим идеалам нравственности. В качестве последних А. Д. указывал человечность, или универсальный гуманизм, ответственность и научность.

В качестве маленькой иллюстрации скажу, что А. Д. без всякого разъяснения своей позиции голосовал против приёма к защите моей кандидатской диссертации в 1969 г. Открытое голосование академика против при таком малозначительном событии, как приём какой-то кандидатской диссертации случается не часто. Моя диссертация относилась к анализу, но называлась «Смежные вопросы геометрии и математического программирования» и примыкала к работам А. Д. Александрова по теории смешанных объёмов и работам Л. В Канторовича в области оптимизации и теории упорядоченных пространств. Ясно, что немотивированный поступок А. Д. произвёл впечатление не только на меня.

Мне казалось, что эта работа должна быть интересна А. Д. (отзыв головной организации писал В. А. Залгаллер, а основной мой технический результат развивал одну неопубликованную идею Ю. Г. Решетняка в теории меры). Делая доклад на защите, я несколько переживал и поглядывал в сторону А. Д. При моих словах о том, что представленная диссертация использует методы математического программирования Л. В. Канторовича и теорию поверхностных функций А. Д. Александрова, послышался шум в затемнённом зале: А. Д. встал и молча вышёл. Легко представить моё смятение. Правда, голосование было единогласным.

Через много лет, когда мы давно уже были близки с А. Д., я както напомнил ему эту историю. На что А. Д. ответил мне: «Не было этого!» (Надо знать А. Д.: когда он забывал на самом деле или сомневался, он говорил: «Не помню». Своей фразой А. Д. вычёркивал весь обсуждаемый эпизод.) Приятно вспомнить, что я получил сатисфакцию от А. Д. В 1970 годах в результате каких-то ВАКовских махинаций моя уже утверждённая на секции по представлению Е. М. Никишина докторская диссертация была направлена на дополнительный отзыв. «Чёрным» оппонентом, по счастью, оказался А. Д., и я получил похвалу за изопериметрические задачи с произвольными ограничениями на смешанные объёмы.

М. А. Лаврентьев и книга по методологии математики

Рассказывая об участии в идеологических столкновениях 1940 и 1950 годов, А. Д. говорил о тактике упреждающих ударов. Об одном из них стоит напомнить.

В 1953 г. Академией наук СССР типографским способом был издан фолиант в 70 печатных листов под названием: «Математика, её содержание, методы и значение». Редакционную коллегию тома составили А. Д. Александров, А. Н. Колмогоров и М. А. Лаврентьев.

Восемнадцать глав книги, ориентированной на массового читателя, были написаны тринадцатью авторами. Среди них И. М. Гельфанд, М. В. Келдыш, М. А. Лаврентьев, А. И. Мальцев, И. Г. Петровский, С. Л. Соболев. Диссонансом служил предельно малый по тем временам тираж книги — 350 экземпляров, каждый из которых был снабжён порядковым номером на титульной странице и грифом «Напечатано для обсуждения».

Лишь в 1956 г. эта книга была издана достаточным тиражом и сразу же стала событием в мировой математической литературе. Достаточно сказать, что только в США она переиздавалась трижды.

Понятно, что для появления столь необычного сочинения имелись весьма нетривиальные причины. Целью этого труда была защита математики от антинаучных атак того времени.

Нанести мощный упреждающий удар по лжеучёным от марксизма, пытающимся затормозить развитие отечественной математики, покончить с ними, по возможности, навсегда, — вот увенчавшийся почти полным успехом замысел создания монографии. В ней признанные лидеры математики, не сбиваясь на узкопрофессиональные нюансы, дали детальный анализ таких принципиальных общенаучных вопросов, как предмет математики и сущность математических абстракций, взаимоотношения теоретической и прикладной математики, связь математических исследований с практикой. Книга стала одной из вершин методологии математики.

Душой предприятия был А. Д. Помимо двух специальных глав о кривых и поверхностях и об абстрактных пространствах, им сделан «зачин» — написана вводная глава «Общий взгляд на математику», содержащая анализ общефилософских проблем математики.

Работа над книгой сблизила А. Д. и М. А. Лаврентьева. По приглашению Михаила Алексеевича в 1964 г. А. Д. Александров перешёл на работу в Сибирское отделение Академии наук. А. Д. гордился тем, что Михаил Алексеевич единолично выдвинул его в академики, причём А. Д. был освобождён от бумажных формальностей. Узнав, что на ту же вакансию выдвинут Л. В. Канторович, А. Д. стал отказываться, но М. А. уговорил его этого не делать. Мудрый Михаил Алексеевич оказался прав: выбрали обоих — тогдашний Устав это позволял.

Б. Рассел и превентивная война с Россией

В конце 1970 годов зрел проект издания тома общенаучных и публицистических статей А. Д., вылившийся впоследствии в его книгу «Проблемы науки и позиция учёного». Кандидатом на включение, разумеется, была и статья «Общий взгляд на математику». А. Д. попросил меня просмотреть материал на предмет сокращения. При внимательном чтении у меня возникли сомнения по поводу следующего пассажа, опущенного во всех публикациях после 1953 г.[1]:

> В буржуазном обществе встречаются учёные, превратившиеся в обскурантов, проповедующие, вместо прогресса и знания, политическую реакцию и антинаучное мракобесие. Примером такого вырождения может служить один из создателей так называемого «логического позитивизма» — английский философ и математик Рассел. Ещё лет пятьдесят назад он заявил, будто «математика есть наука, в которой мы не знаем, о чём мы говорим, и верно ли то, что мы говорим». Математика, по Расселу, не имеет, стало быть, никакого реального содержания. Реальное же содержание своих собственных взглядов Рассел до конца раскрыл, когда несколько лет назад стал призывать к атомной войне против Советского Союза. Извратитель науки, самодовольный эпигон застарелых идеалистических систем, призывающий к массовому убийству, — таково подлинное лицо этого «логического позитивиста».

В моём тогдашнем представлении Б. Рассел был одним из лидеров Пагуошского движения, убеждённым борцом за мир, Нобелевским лауреатом. Он никак не тянул на извратителя науки, призывающего к массовому убийству. Откровенно говоря, я подумал, что в годы начала холодной войны А. Д. попался на какую-то длинную идеологическую удочку пропагандистов от КПСС.

С плохо скрытым ехидством, я сказал А. Д., что читателю нужно дать точную ссылку на слова Б. Рассела, и самодовольно потребовал у А. Д. разъяснений. В общем нахально напал на А. Д. в пошлом стиле «презумпции непорядочности». Он был явно обижен. Коротко отрезал, что было точно, но деталей он не помнит. Должен сознаться, что такие разъяснения тогда меня ни в малейшей степени не убедили. Уже в новом тысячелетии, воспользовавшись могуществом Интернета, я решил окончательно разобраться с этим вопросом с помощью поисковых машин. Без труда выяснилось, что одно из высказываний Бертрана Рассела об атомной бомбе фигурирует в учебных пособиях как классический пример «ложной дилеммы»:

> Мы или должны начать войну против России до того, как у неё будет атомная бомба, или должны лечь ниц и позволить им править нами.

[1] Обсуждался первоначальный вариант статьи. Английские издания содержат ещё бо́льшие неавторизованные купюры.

В книгу «Будущее науки и автопортрет автора», опубликованную в 1959 г., Б. Рассел включил интервью, взятое у него на БиБиСи:

> Вопрос: Правда или неправда, что в последние годы Вы выступаете в поддержку того суждения, что против коммунизма, против Советской России можно начать превентивную войну?
>
> Рассел: Абсолютно верно, и я не жалею об этом теперь. Это не противоречило тому, что я думаю сейчас... Было время сразу после недавней войны, когда американцы обладали монополией на ядерное оружие и предлагали интернационализировать ядерное оружие, выдвинув план Баруха. Я считал это исключительно щедрым предложением с их стороны, таким, что было бы крайне желательно, чтобы мир принял это предложение. Не то чтобы я был адвокатом ядерной войны, но я действительно думал, что на Россию надо оказать колоссальное давление, чтобы она приняла план Баруха, и я действительно думал, что если они будут продолжать отказываться, может стать необходимым вступить в войну. В то время ядерное оружие существовало только у одной из сторон и потому были шансы, что русские должны были бы уступить. Я думал, они должны...
>
> Вопрос: Предположим, что они не уступили бы.
>
> Рассел: Я думал и надеялся, что русские уступили бы, но, конечно, нельзя угрожать, если вы не готовы к тому, чтобы предъявить то, чем вы блефуете.

Жаль, что А. Д. не услышит слов моего покаяния.

А. П. Александров и полемика о статье Н. П. Дубинина

Защитой науки и отдельных учёных А. Д. занимался и в сибирский период. Немало людей он вывел из-под пресса научных и околонаучных проходимцев, делавших карьеру в 1970–1980 годах. Не хочется вспоминать эти истории, аналоги которых знакомы большинству научных коллективов.

Хочу здесь особо напомнить бойцовскую позицию А. Д., занятую им в связи с опубликованием в журнале «Коммунист» № 11 от 1980 г. статьи Н. П. Дубинина «Наследование биологическое и социальное».

А. Д. расценил это сочинение как «выдающееся произведение антинаучной литературы». Чтение статьи Н. П. Дубинина и полемики вокруг неё, по моему убеждению, столь же полезно молодому учёному любой специальности, как и изучение стенограммы печально знаменитой сессии ВАСХНИЛ, проходившей в августе 1948 г.

Не вдаваясь в пересказ всего сочинения Н. П. Дубинина, отмечу один из заключительных мировоззренческих выводов этой статьи:

> Без понимания действительных научных основ проблемы человека, нельзя правильно оценить порочную сущность неоевгенических идей, замаскированных вывеской новых открытий в естествознании, в частности, в молекулярной биологии и генетике. Причём проблема эта такова, что в ней особенно наглядно совпадают критерий истинности и принцип партийности.

А. Д. находил особую мерзость в попытке сделать партийность критерием истинности и считал это не случайным. Его худшие опасения оправдались: в редакционном комментарии по итогам обсуждения статьи Н. П. Дубинина в «Коммунисте» № 14 от 1983 г. отмечалось: «Главным критерием оценки философской значимости теоретических работ является их идейная направленность, чистота классовых, мировоззренческих и методологических позиций». Практику как критерий истинности стремились похоронить окончательно.

А. Д. старался активно пропагандировать свою позицию по отношению к статье Н. П. Дубинина: он выступал на методологических семинарах в различных учреждениях, тщетно пытался напечатать свои соображения.

К счастью (такое случалось с А. Д. весьма редко), он получил поддержку со стороны А. П. Александрова, в те годы Президента АН СССР, который предоставил А. Д. слово на Общем собрании АН СССР 21 ноября 1980 г. (вариант выступления А. Д. и ответная реплика Н. П. Дубинина опубликованы в Вестнике АН СССР № 6 от 1981 г.).

А. Д. всегда подчёркивал, что дело науки узнать «как оно есть на самом деле». Этим подходом он руководствовался и в данном случае: «Действительная проблема состоит в исследовании того, какие черты психики, каким образом, в какой степени зависят от наследственности или от социальных условий. Но Н. П. Дубинин закрывает эту проблему в отношении нормальных людей, оставляя её медицинской генетике в отношении только людей ненормальных».

А. Д. рассказал мне после собрания, что Анатолий Петрович ответил на его просьбу о выступлении словами: «Вы сейчас хотите откусить голову Дубинину или после перерыва?». Насколько мне помнится, А. Д. захотел проделать это сразу... Тогда же А. Д. передал мне вариант записи выступления со своей правкой. Приведу здесь неопубликованный ранее конец этой рукописи.

> Вот я сказал то, что хотел сказать, и тяжёлое сомнение овладевает мною: может быть, не надо было говорить всё это да к тому же так резко. Ведь попытки академика Дубинина не подействуют на серьёзных учёных и врачей и поэтому едва ли вообще окажут влияние на нашу биологию и медицину.
>
> Однако такое убеждение не совсем точно. Академик Дубинин воспользовался высокой трибуной и вовсе не исключено, например, что в каком-нибудь медицинском институте доцента, читающего генетику человека, будут привлекать к ответственности «за попытку» — выражаясь словами Дубинина, — «ревизовать и упразднить марксистское учение о единой социальной сущности человека».
>
> Но кроме того, есть ещё вопрос о чести науки, о нашей личной чести. Неужели мы примиримся с возрождением того порочного стиля, той борьбы против науки, которая бытовала 30 лет назад?
>
> Каждый может ошибиться и даже наговорить вздор. Дело, в конце концов, не в отдельных ошибках, а в самих принципах науки. Маркс отмечал, что человека, который стремится приспособить науку к посторонним для неё целям — как бы наука ни ошибалась — такого человека я называю низким.
>
> Речь идёт именно о принципах науки, об объективности научного исследования, о научной добросовестности. Нельзя допустить, чтобы эти принципы попирались так громогласно и беззастенчиво.

С. Л. Соболев и полемика о статье Л. С. Понтрягина

1980 г. оказался богатым на события!

В «Коммунисте» № 14 за сентябрь 1980 г. появилась статья Л. С. Понтрягина «О математике и качестве её преподавания». Это сочинение до сих пор вызывает не меньшие эмоции, чем статья Н. П. Дубинина. Ну а обе в одном томе журнала дают незабываемый аромат.

Статья Л. С. Понтрягина, как водится, была снабжена редакционным комментарием, где для непонятливых объяснялось:

> ...автор прав, решительно выступая как против чрезмерного увлечения абстрактными построениями не только в преподавании математики, но и в ней самой, так и против псевдонаучных спекуляций в связи с ложным толкованием её предмета.
>
> Некритическое усвоение зарубежных достижений на относительно новых ветвях математики, гипертрофирование общенаучного значения этих достижений стали приводить к неверной оценке значения многих результатов математических исследований, в ряде случаев к идеалистической трактовке сущности предмета данной науки, к абсолютизированию абстрактных построений, умалению гносеологической роли практики. Излишнее увлечение абстракциями теоретико-множественного подхода стало неверно ориентировать творческие интересы студенческой и научной молодёжи.

Такую риторику нельзя было считать случайной и безобидной. Уже в № 18 «Коммунист» опубликовал сообщение директора Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР академика И. М. Виноградова, где отмечалось, что

> Учёный совет МИАН с удовлетворением воспринял выступление журнала «Коммунист» в форме письма академика Л. С. Понтрягина... Учёный совет МИАН поддерживает выступление журнала «Коммунист» и считает, что оно послужит оздоровлению преподавания математики в средней школе...

Приведу несколько строчек из своих дневниковых записей конца 1980 г. для воссоздания напряжённой атмосферы того периода.

14.10. Вечером звонил А. Д. Рассказал о статье в «Коммунисте» № 14: Понтрягин vs. школа, С. Л. + Л. В. [Канторович] + редакционное замечание об идеализме в математике.

15.10. Помер М. А. Лаврентьев.

18.10. Утром читал мерзкую статью Понтрягина. Вечером заходил ненадолго к А. Д. Общались об этом.

24.10. Девятый день — хоронили Михаила Алексеевича...

25.10. Провалили в Институте Зельманова. Общался с А. Д. долго об этом и «Коммунисте».

26.10. Заходил ко мне А. Д. Давал читать 2 часть учебника. Затем я был у него. А. Д. хочет уходить.

30.10. ...Разбился, но чуть Г. П. [Акилов]. А. Д. сказал, что С. Л. написал в «Коммунист». Звонил Ю. Ф. [Борисов] о крайних точках.

3.11. Утром был на семинаре у В. Л. [Макарова]. Затем у С. Л. — о «Коммунисте». Он сказал мне прочесть его ответ. Затем был на семинаре у С. Л. с вьетнамцем. Затем вновь беседовал с С. Л. о статье (в промежутках я общался с А. Д.). С. Л. что-то много говорил о множествах и мощности.

4.11. Звонил мне С. Л. об организации Совета vs. Понтрягин.

5.11. Осудили совет по защитам единогласно. Выступали Серебряков, Ю. Г. [Решетняк], А. Д...

10.11. Целый день общался с С. Л. и А. Д. о Понтрягине, а затем о Решетняке и Зеленяке (ибо завтра скандальный совет [в НГУ]).

11.11. Годовщина Бурбаки. Сократили на 40% Ю. Г...

12.11. Прошёл семинар с А. Д. про речь Ленина на III съезде + vs. Понтрягин. <...> С Ю. Г. общались про L_p.

24.11. Искали с Л. М. [Крапчан] состав совета. А. Д. прибыл — он выступил на Общем собрании vs. Дубинин. Тот ему отвечал. <...> Прошёл семинар об аттракторах с Устиновым (из Обнинска).

28.11. Единогласно поддержали апелляцию Зельманова. Прошло 20 лет М[атематико-]Э[кономическому]О[тделению].

3.12. Заходил к С. Л. о резолюции. Он сказал, что сам представит.

8.12. Был у С. Л. с А. Д., В. А. [Топоноговым] и В. В. [Ивановым]. Общались vs. Понтрягин.

12.12. Чуть-чуть не продавили антипонтрягинскую резолюцию [на философско-методологическом семинаре]. Вечером заходил по этому поводу к А. Д.

15.12. Общался с С. Л. о резолюции. Был на семинаре у него. <...> В промежутке звонил Бокуть о своих бедах. Ширшов дал рекомендацию в партию Ершову...

23.12. Общались почти весь день с прибывшим Тихомировым, в основном в антипонтрягинском ключе.

24.12. Прошли защиты. [В. Н.] Дятлов $+18\ -0 = 0$ и [Г. Г.] Магарил[-Ильяев] $+17\ -0\ = 0$. Всё было очень хорошо. <...> Пили–гуляли у Дятлова...

25.12. Утром общался чуть с А. Д. <...> Приняли антипонтрягинский текст + будет письмо в «Коммунист», которое будут готовить А. Д. + Ю. Л. [Ершов] + [С. И.] Фадеев!

В такой обстановке мы жили тогда.

Мне запомнилась необыкновенная решимость А. Д. (что было предсказуемо) и Сергея Львовича (чего я от него не ожидал).

Последний поразил меня 3 ноября, давая свой ответ в «Коммунист»: «Мне интересно Ваше мнение, но знайте, что письмо я уже отправил». Тогда же он мне показал копию аналогичного письма, адресованного кому-то из руководства ЦК КПСС (кажется, М. В. Зимянину).

Многие участники тех событий живы. Некоторые изменились к лучшему (а у иных остались на это шансы). Поэтому мне не хочется описывать все детали упорной борьбы за достойный ответ на статью Л. С. Понтрягина. Отмечу только, что решающими здесь были титанические совместные усилия Александра Даниловича и Сергея Львовича.

В результате 25 декабря 1980 г. была единогласно (sic!) принята резолюция Учёного совета Института математики, в которой, в частности, говорилось:

> Учёный совет выражает несогласие с теми, кто информировал редакцию «Коммуниста» о положении в математической науке, что послужило поводом к содержащимся в послесловии к статье академика Л. С. Понтрягина обвинениям в некритическом усвоении зарубежных достижений, в формалистическом поветрии, в неверной ориентации научной молодёжи, в ложной трактовке предмета математика. Математика представляет собой единое целое и отрыв от неё фундаментальной более абстрактной части напоминает печальной памяти запреты на хромосомную теорию наследственности, причисление кибернетики к «науке мракобесов», запреты применений математических методов в экономике на основе фальшивых псевдонаучных соображений. Математика — дело чрезвычайно серьёзное и важное для развития нашего общества. Поэтому в отношении к ней и суждении о ней необходима величайшая ответственность.

В тот год (не хочу вспоминать почему) было некоторое охлаждение взаимных отношений между А. Д. и С. Л. Поэтому получилось так, что готовились и редактировались проекты резолюции при моём посредничестве. Я храню черновики рукописей тех «челночных» операций на память о незабываемом жизненном уроке борьбы за научную истину.

Следует отметить, что Е. И. Зельманов, о провале кандидатской диссертации которого упоминалось выше, стал со временем Филдсовским лауреатом.

Позиция Сергея Львовича была освещена «Коммунистом» в характерном стиле эпохи: «Отклики продолжают поступать. Среди них имеются выдержанные в полемическом тоне письма академика С. Л. Соболева, доцента П. В. Стратилатова, профессора Ю. А. Петрова». Слова «академик Соболев, доцент Стратилатов, профессор Петров» стали для нас крылатыми на несколько лет.

Мы предприняли известные попытки опубликовать брошюрой резолюцию Учёного совета и подробный текст доклада А. Д. Александрова «По поводу статьи Л. С. Понтрягина в „Коммунисте“ № 14, 1980 г.». Эти попытки не увенчались успехом — против выступил В. А. Коптюг. А. Д. давал мне читать личную записку В. А. Коптюга, в которой тот — цензор (sic!) — укорял А. Д. за прокурорский тон и отказывал в публикации.

Всё же научная общественность узнала о позиции сибиряков: по поручению С. Л. копии резолюции с приложением текста доклада А. Д. были разосланы по математическим учреждениям.

Позднее нечто подобное происходило с книгой А. Д. Александрова «Проблемы науки и позиция учёного», издание которой начальством Сибирского отделения тормозилось и стало возможным после вмешательства П. Н. Федосеева, который хорошо знал А. Д. и строго следовал в этом деле академическому этикету.

А. Н. Колмогоров и школьные учебники

А. Д. был человеком высоких принципов. Он сильно переживал положение с реформой школьного образования. В дневниках у меня сохранилась запись от 20 сентября 1981 г. А. Д. был у нас дома (в те годы это бывало нередко).

Как говорится, пили-гуляли, а А. Д. прочёл актуальную по тем временам свою басню «Лев на ниве просвещенья»:

Маститый Лев, наскучив пожираньем
Газелей Гранта, гну и прочих антилоп

Решил, как истый филантроп,
Заняться с рвеньем и стараньем
Зверюшечьих детей образованием.
Идею эту возымев,
Зарыкал Лев.

И львиный рев потряс окрестные холмы:
«Вот это мы!
Что нам Евклид и Песталлоцци!
Учителя сидят в колодце
Застывших схем.
Всё в школе устарело!
О равенстве фигур нам слышать надоело!
Да будет конгруэнтным телу тело:
То рефлексивно, симметрично, транзитивно.
Нельзя же строить курс наивно.

Его преобразую преотлично
Я лично!» —

Лев изрёк и тут же в кучу поволок
Тела газелей, зебры бок и туши гну.
Да не одну.
И ну терзать их и мешать —
Зверятам курс приготовлять
Такой учёной пищи,
Какой нигде не сыщешь!

Ей начал Лев кормить зверят —
Крольчат, волчат и обезьянок.
Однако курс был слишком гадок
И никому невпроворот:
Кого от той науки рвёт, кого проносит, —
Одни шакалы Льва возносят.

Так академик, может статься,
За школьный курс решив приняться,
Его корёжит вкривь и вкось, хоть брось!
Напрасно школьники долбят.
Без смысла шкрабы им твердят.
Отцы и матери кряхтят.

Да мудрено лъ? Коль вам твердят,
Что вектор — это перенос,
То в самом деле хватит вас понос.

Был и экзотерический вариант финала:

Всем в самом деле невтерпёж.
А кто страдает?
Молодёжь!

Эта басня возникла у А. Д. под впечатлением от одного малоудачного школьного учебника геометрии, написанного под патронажем А. Н. Колмогорова. Поскольку критику А. Н. Колмогорова, которого А. Д. очень ценил и уважал, немедленно взяли бы на вооружение антагонисты теоретико-множественной установки, А. Д. не считал возможным публиковать свою басню в то время.

Для А. Д. недостаточно было критиковать имеющиеся школьные учебники и программы. Действий требовала и полемика вокруг статьи Понтрягина.

А. Д. ощущал себя обязанным предъявить свои курсы геометрии. Большой поддержки окружающих он не имел. К стыду, должен сознаться, что я старался держаться в стороне от этого дела: некоторые находки А. Д. не казались мне бесспорными, а вникать в существо — без чего возражать А. Д. было безнадёжно — я не мог, так как был увлечён работой над учебником функционального анализа и «нестандартной» пропагандой.

Труда в свои школьные учебники А. Д. вкладывал предостаточно и добился их опубликования, что было не слишком просто. Мне кажется, помогли его старые связи с М. А. Прокофьевым, тогдашним министром просвещения. Несколько лет в 1980 годах А. Д. состоял в УМСе Минпросвета (какое-то время в роли председателя математической секции). Как-то мы пересеклись с А. Д. в Москве и за компанию я поехал вместе с ним на заседание этого совета. Меня поразило убожество того закутка, где принимались решения, касающиеся судеб миллионов учеников.

Позже, уже вернувшись в Ленинград, А. Д. завершил работу над целым набором учебников геометрии для классов с шестого по одиннадцатый, причём как для обычных школ, так и для школ с углублённым изучением математики.

Sic transit...
или герои, злодеи и права на память

25 апреля 2003 г. — дата столетия со дня рождения Андрея Николаевича Колмогорова. Личность и научный вклад этого гениального человека в мировую науку и российскую культуру столь значительны, что любые крохи воспоминаний о событиях, связанных с ним, могут пригодиться людям, задумывающимся о жизни и её принципах.

Меня давно просили описать, хотя бы отчасти, известные мне события вокруг статьи Ю. И. Мерзлякова «Право на память» и, в частности, обстоятельства полемики А. Д. Александрова и Л. С. Понтрягина по этому поводу. История эта весьма противная и углубляться в неё и переживать ушедшее вновь — дело малоприятное.

К сожалению, исторический нигилизм нашего времени всё больше сопрягается с нигилизмом нравственным. «Прошлые преступления канули в прошлом. Прошлого нет сейчас. Значит, сейчас нет и прошлых преступлений. А на нет и суда нет». Этот популярный софизм лежит в основе того распространённого воззрения, что нельзя вспоминать и принимать во внимание прошлые преступления из-за срока давности. Последнее верно лишь отчасти. Убийца, даже совершивший своё преступление по неосторожности и освобождённый от уголовного преследования или уже понесший наказание и живущий со снятой судимостью, остаётся убийцей навсегда. Вор, вернувший украденное, может быть помилован и не подвергнут наказанию. Тем не менее факты убийства или воровства не отменяются решениями, принятыми по этим поводам. Люди несут багаж своих поступков всю жизнь. Прощать плохое и не напоминать об ушедшем часто бывает справедливым и благородным делом. Однако преступления не становятся со временем шалостями и проступками. И только исправленные ошибки исчезают. Забывать же прошлое и его уроки плохо всегда... Высказанными соображениями я руководствовался, принимая решение взяться за изложение этого эпизода.

Статья Мерзлякова появилась 17 февраля 1983 г. в местной «многотиражной» газете «Наука в Сибири», издававшейся Президиумом Сибирского отделения Академии наук. Сам Мерзляков слыл довольно известным специалистом в области рациональных групп, был доктором наук и профессором. Человеком он был незаурядным, не лишённым литературных и иных талантов, а потому обладал немалым числом приверженцев. Его статья долгое время рассматривалась как кредо возникшим несколько позже обществом «Память», в особенности его Новосибирским отделением.

Полное понимание подтекста статьи Мерзлякова без пояснений практически невозможно для людей, далёких от математической жизни того времени. Да и в те годы восприятие этого сочинения в столицах и в Новосибирске разнилось чрезвычайно. Однако для всех математиков был очевиден смысл следующего пассажа статьи Мерзлякова:

> Яркий пример учёного-гражданина наших дней — академик Лев Семёнович Понтрягин. За выдающиеся научные достижения он был избран почетным членом Международной Федерации астронавтики — наряду с космонавтами Гагариным и Терешковой. Не касаясь всех сторон многогранной деятельности Л. С. Понтрягина, остановлюсь только на одной проблеме общегосударственного масштаба — проблеме школьного математического образования. Именно Л. С. Понтрягин был первым, кто решительно указал — в частности, на страницах журнала «Коммунист»[2] — на пагубность навязанного нашей школе в 1967 году крутого поворота в сторону чрезмерной формализации математики, вольно или не вольно рассчитанной на нетипичное для основной массы населения ускоренное интеллектуальное развитие (со столь же быстрым, как правило, достижением творческого потолка). Как показал поток откликов на выступление Л. С. Понтрягина, критика оказалась в высшей степени правильной и своевременной[3]. В частности вице-президент Академии наук СССР академик А. А. Логунов, выступая в октябре 1980 года на сессии Верховного Совета СССР, констатировал, что с преподаванием математики в школе создалось серьёзное положение, её изучение по существующим учебникам «способно полностью уничтожить не только интерес к математике, но и к точным наукам вообще». (Замечу в скобках, что руководитель реформы получил в 1980 году премию в 100000 долларов от государства, с которым СССР разорвал дипломатические отношения как раз в год начала реформы[4].)

Не обошлась статья Мерзлякова и без «лирики»:

---

[2] «Коммунист», № 14, 99–126 (1980).
[3] «Коммунист», № 18, 118–121 (1980); № 2, 125–126 (1982).
[4] Notices of the AMS, **28**:1, p. 84 (1981).

Дорвался — хапай без стыда!
Позорны цели карьериста:
скользи
в грязи —
ползи в ферзи...
Ползёт. Нагадил лет на триста.
Урвал — и канул без следа...
* * *
Черна забвения вода!
* * *
И лезет новая орда...
* * *
Пылает факел Эвариста,
Горит далёкая звезда...
* * *

Прочее содержание статьи было во многом инспирировано откровенно скандальной обстановкой, царившей в те годы в среде новосибирских алгебраистов и логиков, да и вообще в математическом сообществе Сибири. Дело в том, что на повестке дня стояли неизбежный уход С. Л. Соболева с поста директора и связанные с этим битвы за передел власти и места под солнцем, довольно характерные для академической среды того времени.

Не хочу вдаваться в анализ прочих деталей статьи, так как согласен с оценкой С. Л. Соболева, который выразил своё отношение к кликушествам Мерзлякова словами: «Роль Савонаролы не к лицу учёному XX века».

Свое умное и острое письмо, отметавшее клевету в адрес А. Н. Колмогорова и дававшее справедливую негативную оценку статьи в целом, С. Л. Соболев переправил 9 марта из Москвы в дирекцию Института. Мне довелось читать этот рукописный тетрадный листок, который, к сожалению, не встретил должного понимания всех адресатов, долго скрывался от общественности и был оглашён С. К. Годуновым на Учёном совете Института математики после острейших баталий и конфликтов. Более важным, чем принципиальная и честная позиция С. Л. Соболева в то время многим показалось мнение партийного начальства. В результате итераций под давлением партийных начальничков возникла официальная позиция дирекции

Института, которая, фиксируя заслуги А. Н. Колмогорова, отмечала правильность постановки Мерзляковым вопросов патриотизма.

Патриотизм и клевета... Знакомое сочетание...

Тут уместны неприятные рассуждения общего характера о профессионализме и математиках. Профессионализм требует абсолютной преданности делу и, поглощая личность, склонен последнюю обеднять. В математической среде, где профессионализм вырабатывается весьма рано, не всегда просто дело обстоит с развитием необходимых нравственных качеств (в этом отношении математическая среда весьма родственна спортивной). Ни для кого не являются секретом элементы сплетни, ревности и зависти, имеющие хождение во всём мире даже среди первых математиков. Ненависть к таланту окружающих часто смешивалась или замещалась ксенофобией, расизмом, антисемитизмом и другими элементами того же свойства. Да и сейчас такие явления совсем нередки.

Обострённая реакция на малейшие признаки наличия или отсутствия антисемитизма справедливо или нет была всегда и остаётся в России лакмусовой бумажкой для различения людей по типу «свой-чужой». Без учёта этих обстоятельств русской жизни, мне кажется, нельзя правильно понять в полном объёме всей остроты событий, вызванных статьёй Мерзлякова...

Кстати сказать, мне говорили, что тогдашний редактор газеты «Наука в Сибири» оправдывался тем, что несколько нарушил принятый порядок визирования и прохождения материала для того, чтобы поместить статью Мерзлякова в номер к Дню Советской Армии как особо патриотическую. В своей среде мы уже тогда называли подобные воззрения «клеветническим патриотизмом». Смешение любви к Отечеству с клеветой всегда явно характеризует «последнее прибежище негодяев».

Московский математический мир в основном отреагировал на статью Мерзлякова быстро и адекватно. Главенствовало понимание того, что пасквиль может нанести удар по здоровью А. Н. Колмогорова, каковое к тому времени уже резко пошатнулось. Конечно, газету Андрею Николаевичу не показывали, но надвигалось его 80-летие, а статья Мерзлякова могла спровоцировать нежелательные осложнения — например, отсутствие церемониального правительственного награждения к юбилею, которое могло быть замеченным А. Н. Колмогоровым, вызвать его аналитический интерес и расследование с возможными неблагоприятными последствиями для здоровья.

Способствовало распространению достойной реакции и то обстоятельство, что статья появилась в канун Общего собрания Академии наук СССР в Москве, куда экземпляры газеты были немедленно переправлены. Исключительно резкую реакцию неприятия клеветы и доносного стиля немедленно проявили ведущие математики: А. Д. Александров, С. М. Никольский, С. П. Новиков, Ю. В. Прохоров, С. Л. Соболев, Л. Д. Фаддеев и многие другие.

Уже 14 марта появился письменный отклик А. Д. Александрова с анализом статьи Мерзлякова. Характеризуя статью как объективно антисоветскую и субъективно подлую, А. Д. обосновывал необходимость решительного пресечения любых проявлений клеветы и политических доносов. Заключая свой отклик, А. Д. писал:

> Сам же Ю. Мерзляков несомненно получил право на память. Потому что, по крайней мере, некоторые его суждения так злобны и чудовищны, что могут войти в историю.
>
> <...>
>
> Итак, мы смогли убедиться, что статья Ю. Мерзлякова объективно антисоветская, субъективно подлая, грубая, антипатриотическая, хотя как будто призывает к патриотизму.
>
> Но не будем судить автора жестоко, скорее о нём надо сожалеть, потому что перед нами несомненный патологический случай. Только извращённая мысль и больное воображение, затуманенное патологическим озлоблением, могли породить этот поток грубости и грязи! Отщепенцы, внутренние эмигранты, низкое нравственное развитие на полпути от амёбы до человека пещерного, корова, делающая лепёху, скотина, холуйская серость мелкого лавочника и как завершение всего в конце — чудовищный образ злодеев, ползущих обирать раненых, как изображение «орды» научных работников и, в частности, своих коллег. Дальше идти некуда — явная патология.

Надо отдать должное Отделению математики Академии наук СССР и лично Ю. В. Прохорову, ставшему инициатором и редактором следующего Постановления Бюро Отделения математики от 25 марта 1983 г.:

> Академик Ю. В. Прохоров информировал присутствовавших о появлении в еженедельной газете «Наука в Сибири», № 7 от 17 февраля 1983 г. Президиума СО АН СССР статьи сотрудника Института

> математики СО АН СССР д.ф.-м.н. Ю. И. Мерзлякова «Право на память», содержащей однозначно расшифруемый выпад против выдающегося советского учёного академика А. Н. Колмогорова.
>
> В дискуссии участвовали академики С. М. Никольский, В. С. Владимиров, С. П. Новиков, А. А. Самарский, С. Л. Соболев, Л. Д. Фаддеев, члены-корреспонденты АН СССР А. В. Бицадзе, И. М. Гельфанд, А. А. Гончар, С. В. Яблонский. Все выступавшие единодушно осудили недостойные выпады, содержащиеся в статье Ю. И. Мерзлякова, и квалифицировали их как клевету против выдающегося учёного и патриота. Отмечалось, что статья содержит выпады и против ряда других советских математиков.
>
> Бюро Отделения математики АН СССР постановляет:
>
> 1. Отметить, что статья д.ф.-м.н. Ю. И. Мерзлякова «Право на память», опубликованная в газете Президиума Сибирского отделения АН СССР «Наука в Сибири», № 7 от 17 февраля 1983 г., содержит клевету на выдающегося учёного математика и советского патриота.
>
>   Отметить, что статья содержит ряд недостойных намёков на других советских математиков.
>
> 2. Просить Президиум Сибирского отделения АН СССР принять соответствующие меры в связи с изложенным в п. 1.
>
> Постановление Бюро Отделения математики АН СССР было принято единогласно.

В Сибири того времени кусты провинциальности были уже весьма зрелыми и забота о чести, достоинстве и здоровье А. Н. Колмогорова, как и противодействие гадостям типа антисемитизма, представлялась кое-кому делом ничтожным по сравнению с личными переживаниями о карьере, славе и благополучии. Сейчас воспринимается как анекдот следующий факт, переданный мне А. Д. Александровым: один из высших руководителей Сибирского отделения того времени на протесты и негодования по поводу статьи Мерзлякова отреагировал искренним вопросом: «А кто собственно такой Колмогоров?». Каково было нам узнавать об этом...

28 марта состоялось заседание Президиума СО АН СССР. Были зачитаны официальное письмо Института, подписанное тремя заместителями директора и секретарём парткома и более мягкое второе

письмо С. Л. Соболева, который в то время был в Москве. «Савонарольное» письмо даже не было упомянуто.

К сожалению, официальный текст Постановления Бюро Отделения математики в Новосибирск не поступил (время факсимильной связи ещё не настало). А. Д. Александров дал справку об этом постановлении, но недаром говорится «без бумажки ты букашка». В. А. Коптюг, у которого А. Д. Александров никогда не вызывал положительных эмоций, смягчал обсуждение, ссылаясь на неясную позицию Института математики и отсутствие письменного текста московского Постановления. Не помогли резкие выступления членов Президиума Сибирского отделения академиков Г. К. Борескова, С. С. Кутателадзе и А. Н. Скринского, осудивших клевету в адрес А. Н. Колмогорова и настаивавших на принципиальной реакции. В результате было принято довольно беззубое решение, в котором указывалось, что редакция газеты допустила серьёзную ошибку, напечатав статью Мерзлякова, «написанную стилем, не соответствующим духу и задачам газеты». Так клевета стала стилем в мнении части тогдашнего руководства Сибирского отделения.

Усилия ревнителей А. Н. Колмогорова обеспечили некоторый тактический успех — 22 апреля был подписан Указ Президиума Верховного Совета СССР о награждении академика А. Н. Колмогорова Орденом Октябрьской революции за большие заслуги в развитии математической науки, многолетнюю плодотворную педагогическую деятельность и в связи с восьмидесятилетием со дня рождения. Мне кажется, А. Н. Колмогоров так и не узнал о статье Мерзлякова.

Важную роль для Новосибирска сыграла публикация 12 мая в газете «Наука в Сибири» материала об А. Н. Колмогорове, написанного С. Л. Соболевым, А. А. Боровковым и В. В. Юринским. В их статье А. Н. Колмогоров предстаёт как один из крупнейших математиков XX века, как выдающийся педагог, горячий патриот, создатель научной школы, пользующейся мировой известностью и имеющей мало аналогов в истории науки. Было подчёркнуто неоспоримое влияние А. Н. Колмогорова на развитие математики в Сибири.

Дело, конечно, этим не кончилось. Уже 30 апреля на публике появилось «Особое мнение Л. С. Понтрягина». В своём сочинении Л. С. Понтрягин выразил несогласие с Постановлением Бюро Отделения математики (в котором он состоял, но на заседании 25 марта не присутствовал по болезни). Он отвёл от Мерзлякова обвинение в клевете на А. Н. Колмогорова и оценил статью «в целом положительно, так как она призывает к гражданственности, которой сильно не хватает нашим учёным». Л. С. Понтрягин, в частности, писал:

> Я утверждаю, что высказывание Ю. И. Мерзлякова относительно Колмогорова даже в расшифрованном виде не может рассматриваться как клевета. В нём не утверждается причинной зависимости между неудачей реформы и присуждением премии. Но у самого читателя может возникнуть мысль о причинной зависимости.

«Особое мнение» зафиксировало редкие факты открытого присоединения к очернению А. Н. Колмогорова. Текст Понтрягина, написанный в стиле прямой полемики с А. Д. Александровым, содержал вопрос: «Кого же так страстно защищает А. Д. Александров в своём отклике?». Конечно, А. Д. Александров не дал гонителям А. Н. Колмогорова никаких шансов оставить этот вопрос риторическим.

Ответ Понтрягину А. Д. закончил 28 мая. Подтверждая свою оценку статьи Мерзлякова как политического клеветнического доноса, А. Д. писал:

> В своём отклике на статью Мерзлякова я характеризовал это как подлость и повторяю: <u>это подлость, самая низкая подлость</u>.
>
> Академик Понтрягин немолодой человек и знает, какой смысл имели подобные подлости во времена 1937 года. Он мог бы, в частности, знать, что великий русский учёный, биолог Николай Иванович Вавилов умер в тюрьме именно потому, что на него был сделан политический клеветнический донос. Теперь академик Понтрягин поддерживает возрождение политических клевет и доносов и даже усматривает в них «гражданственность». Однако они давно осуждены нашей партией и народом. И Бюро Отделения математики проявило настоящую гражданственность, дав отпор клевете Мерзлякова. «Гражданственность» же в смысле Понтрягина уже проявилась раньше в его статье в «Коммунисте», где он возводил клеветы на нашу математику. Теперь она проявилась в его «Особом мнении» в поддержку подлости и клеветы не только в отношении А. Н. Колмогорова, но и в отношении наших учёных вообще, среди которых якобы лезет орда самых ужасных карьеристов и злодеев...

А. Д. сильно переживал всю эту позорную историю и находился поэтому в весьма творческом состоянии. Одним из побочных продуктов этого стало его стихотворение «Орда карьеристов (подражание

Ю. Мерзлякову)». Привожу его по сохранившемуся тексту (авторские варианты расположены в строках, помеченных звёздочкой).

**В статье газетной*
**Строк на триста*
**Гремит мораль алгебраиста.*

Позорны цели карьериста!
Урвал — и канул без следа.
И лезет новая орда...
Пылает факел Эвариста
Горит далёкая звезда...

Но велика ли та орда?
Неужто человек на триста?

Да нет — четыре карьериста
Ползут. Один довольно быстро
Сумел пролезть в профессора,
Другой мечтает, что пора
Ему заведовать отделом
Теорий групп и между делом
Доход умножить без труда.
Да хода нет ему туда.

Из-за того со злобой страстной
Он поливает всех. Напрасно:
Хоть извалялся весь в грязи
Не проползти ему в ферзи,
Пока... А там — чем черт не шутит...
На то навозом воду мутит,
Его хваля, достойный друг
Что опрофессорился вдруг —
Как пипифакса чистый лист...
**На роли грязные артист...*[5]

А кто же третий карьерист?
**Дифурщик он, алгебраист?*
Четвёртый кто? Алгебраист,
**Дифурщик, может, аналист?*

[5]А. Д. Александров подразумевал вопиющий случай получения обманным путём положительного отзыва на посредственную докторскую диссертацию от его старшего товарища и коллеги, страдавшего старческой потерей памяти.

Но уж никак не Эварист.

Со 2 по 7 июня в Институте математики Сибирского отделения АН СССР были вывешены для всеобщего обозрения тексты мартовских решений Бюро Отделения математики и Президиума СО АН СССР. Этим завершился кризис «клеветническо-патриотической гражданственности» в Новосибирске в 1983 г.

Описанные события в истории отечественной науки сопоставимы лишь с так называемым «делом академика Н. Н. Лузина». Капитальное отличие событий 1983 г. от происходившего в 1936 г. в том, что личность А. Н. Колмогорова нравственно объединила подавляющее большинство математиков нашей страны, которые поставили заслон клевете и политическому доносительству в своей среде.

Sic transit...

Наука в центре культуры

А. Д. был человеком, обладавшим цельным мировоззрением. Он выстрадал совершенную систему взглядов, позволявшую ему глубоко анализировать общие философские проблемы и отвечать на вызовы современности.

Мне не раз посчастливилось слушать публичные лекции А. Д., неизменно находившие отклик в любой аудитории. Запомнилось его яркое выступление на конференции «Место науки в современной культуре», проходившей в Новосибирском академгородке в конце апреля 1987 г.

А. Д. назвал свой доклад «Наука в центре культуры», чем раззадорил часть присутствующих, страдавших антипатией к науке. В бумагах сохранились мои записи тезисов выступления А. Д. Приведу часть из них.

> Мы живём в век науки.
>
> Ложные тезисы: наука вне культуры; наука в ряду с утопией и идеологией; наука как средство дегуманизации.
>
> Это — злоба философов. Философ — неудавшийся учёный, преисполненный манией величия.
>
> В центре культуры — наука. Объективно, наука система знаний и представлений... В центре науки должен быть человек. Человек

> не только как творец, но как предмет и конечная цель деятельности и размышлений. Наука задаёт вопрос не только «Как?», но и «Для чего?».
>
> Истина есть средство добра. Наука ведёт к истине и всеми своими установками апеллирует к разуму и тем самым духовно раскрепощает людей.

А. Д. глубоко разбирался в религии, всегда противопоставляя религиозную веру научному поиску. Со свойственной математикам склонностью к точным определениям он нередко цитировал слова Вл. С. Соловьёва из статьи «Вера» в Энциклопедическом словаре Ф. А. Брокгауза и И. А. Ефрона:

> **Вера** (филос.) означает признание чего-либо истинным с такою решительностью, которая превышает силу внешних фактических и формально-логических доказательств.

А. Д. любил подчёркивать, что ни во что не верит. Эта сентенция часто вызывала реплику из публики: «Даже в коммунизм?», на что следовал неизменный утвердительный ответ А. Д. Надо ли говорить, что лекции А. Д. нередко сопровождались доносами в парткомы и райкомы.

Довольно подробно свои мысли о взаимоотношении науки и религии А. Д. изложил в брошюре «Научный поиск и религиозная вера», изданной Политиздатом массовым тиражом в 1974 г. Мне кажется, что это сочинение не потеряло своей актуальности в наше время невиданного расцвета мистицизма и лженауки.

Много лет назад мне запомнились строчки С. Я. Надсона, написанные в 1883 г. и совершенно удивительным образом созвучные воззрениям А. Д.:

«Верь, — говорят они, — мучительны сомненья!
С предвечных тайн не снять покровов роковых,
Не озарить лучём желанного решенья
Гнетущий разум наш вопросов мировых!»
Нет, — верьте вы, слепцы, трусливые душою!..
Из страха истины себе я не солгу,
За вашей жалкою я не пойду толпою —
И там, где должен знать, — я верить не могу!..

О. А. Ладыженская и борьба с последними клеветами

В конце 1980 годов Александр Данилович стал объектом клеветнических атак, дошедших до обвинений в «лысенкоизме».

В те годы Ю. Г. Решетняку и мне довелось немало писать об А. Д. В нас кипела ненависть к клеветникам, но писалось легко в знакомой приятной горячке письменного оформления только что доказанной новой теоремы. В самые критические моменты мы находили объективные факты, свидетельствующие об интеллектуальной добросовестности А. Д., его преданности науке и заботе о судьбах учёных.

Начитавшись лживых воспоминаний, цитатных манипуляций и архивных материалов, включая доносы и квазидоносы в «компетентные органы», и основательно поднаторев в адвокатских приёмах, я только тогда оценил нравственную позицию О. А. Ладыженской, которую связывали с А. Д. долгие товарищеские отношения.

Весной 1989 г. мне довелось быть в Ленинграде как раз в разгар полемики об александровском «лысенкоизме». Ольга Александровна попросила заехать к ней в ЛОМИ. В отличие от большинства (даже друзей А. Д., всегда требовавших от меня объективных доказательств его невиновности), Ольга Александровна отмела все мои попытки показать документы, сличить цифры и т. п.: «Сёма! Мне этого ничего не надо. Скажите только, что мы должны сейчас сделать для А. Д.».

Мне казалось, что позиция ленинградских математиков будет для А. Д. важна. Ольга Александровна согласилась с этим мнением. Она была тогда заместителем председателя Ленинградского математического общества (а председателем — Д. К. Фаддеев).

Вскоре В. А. Залгаллер переслал мне в Новосибирск следующее заявление ЛМО, единогласно принятое на заседании 28 марта 1989 г.:

> В связи с опубликованием в журнале «Энергия» (1989, № 1) письма академика Сибирского отделения АН СССР В. Е. Накорякова Ленинградское математическое общество (ЛМО) заявляет, что письмо В. Е. Накорякова содержит клевету (доказательно опровергаемую) и попытку опорочить члена ЛМО, выдающегося математика, академика А. Д. Александрова.
>
> Ленинградские учёные помнят многочисленные добрые дела А. Д. Александрова: его усилия помогли сохранить в трудные го-

> ды науку и отдельных учёных, что требовало от него большого личного мужества.

А. Д. был тронут этим заявлением, а для Ю. Г. Решетняка и меня оно стало важным подспорьем в публичной полемике тех лет.

Читатель, заинтересовавшийся подробностями, может восстановить основные детали, просмотрев соответствующие материалы в Вестнике АН СССР № 7 за 1989 г. и № 3 за 1990 г., а также статьи в газете «Наука в Сибири» от 10 марта и 13 октября 1989 г.

По прошествии десятилетия виден резкий контраст между фигурой умолчания (*aposiopesis*) официальных академических фигур того времени, таких как В. А. Кириллин, В. А. Коптюг, Г. И. Марчук и др., и поведением учёных, считающих защиту чести коллеги от клеветы своим долгом.

Сохранился ряд писем, не опубликованных из-за позиции академического истеблишмента того времени. Мне дороги слова моего давнего товарища, профессора МГУ В. М. Тихомирова:

> Я уверен, что А. Д. Александров принадлежит к числу тех, кто служит и служил силам добра. Я хочу через вашу газету выразить своё чувство восхищения перед ним, перед его яркостью, духовной одарённостью и человеческой широтой. Мне не доводилось слышать, что Александр Данилович приносил вред людям, с которыми сталкивался в жизни, но слышал, что он помогал им и способствовал развитию науки.
>
> Для меня исключительно значимы слова В. И. Смирнова, человека несравненного нравственного совершенства, который писал, что А. Д. Александров руководил университетом силой морального авторитета!

Надо ли говорить, что А. Д. была важна позиция его современников.

У меня нет желания описывать в деталях эту историю, хотя у неё был и «happy end»: в октябре 1990 г. А. Д. был награждён за особый вклад в сохранение и развитие отечественной генетики и селекции вместе с группой биологов.

Указ о награждении состоялся по инициативе профессора Н. Н. Воронцова, тогдашнего председателя Госкомприроды СССР. В пространном интервью газете «Известия» от 3 ноября 1990 г. Николай Николаевич свидетельствовал:

> Александр Данилович был ректором Ленинградского университета и сделал чрезвычайно много для сохранения и развития генетики. Он приглашал в ЛГУ людей, изгнанных за их научные убеждения из других городов. Молодые просто бежали под защиту Александра Даниловича Александрова. Курсы лекций в ЛГУ резко отличались от того лысенковского бреда, который несли (боюсь, и до сих пор несут) преподаватели сельскохозяйственных вузов. Это определило атмосферу вообще в научном Ленинграде.
>
> Александров заботился об уровне всей науки. Учёные знают: уничтожение одного из направлений бьёт по всему фронту науки. Вот почему год за годом физики и математики писали письма в ЦК партии о значении генетики. Кстати, когда говорят, что А. Д. Сахаров поздно встал на путь политической борьбы, — это неправда. Его имя стоит под письмом физиков 1953 г. Как и имена Капицы, Семёнова, Варги. Вручал это письмо Хрущёву Курчатов. Вслед за письмом физиков пошло письмо математиков — Колмогорова, Соболева, Александрова, Лаврентьева. Я был мальчишкой-аспирантом первого года обучения, когда собирал эти подписи.

Английский язык

Хочется отметить ещё одну черту А. Д., о которой не всем известно. А. Д. был человеком тонкого художественного вкуса с поэтическим даром. Приведённая выше басня — одно из многих его стихотворных сочинений.

А. Д. блестяще владел английским языком, читал на нём лекции, цитировал классику и классиков, даже писал стихи по-английски. С. И. Залгаллер сохранила в своей памяти следующие строки:

My heart is full of burning wishes,
My soul is under spell of thine,
Kiss me: your kisses are delicious
More sweet to me than myrrh and wine.
Oh lean against my heart with mildness,
And I shall dream in happy silence,
Till there will come the joyful day
And gloom of night will fly away.

Такой перевод А. Д. предложил не позднее 1944 г. для знаменитых стихов А. С. Пушкина, датированных 1825 г. и вскоре ставших бессмертным романсом на музыку М. И. Глинки:

В крови горит огонь желанья,
Душа тобой уязвлена,
Лобзай меня: твои лобзанья
Мне слаще мирра и вина.
Склонись ко мне главою нежной,
И да почию безмятежный,
Пока дохнёт весёлый день
И двигнется ночная тень.

Как это не удивительно, один из наших первых разговоров с А. Д. в середине 1960 годов проходил на английском языке (я был вчерашним школьником, а А. Д. — новоиспечённым академиком). Помнится, в зале маленькой столовой Дома учёных в Золотой долине присутствовал какой-то, как теперь говорят, «англоязычный» дипломат. А. Д. сказал, что неприлично говорить на языке, понятном не всем присутствующим, и мы перешли на английский.

Запомнился случай из 1970 годов, когда по какому-то поводу я привёл по-английски строки из 66 сонета Шекспира, а А. Д. с ходу продолжил. Всё это было задолго до грузинского «Покаяния» Т. Абуладзе.

В начале 1990 годов обстоятельства заставили меня написать книжечку по английской грамматике для облегчения жизни друзей, занятых поисками источников пропитания. А. Д., всегда очень внимательный читатель, указал мне опечатки в английской цитате из Екклесиаста. А в июне 1993 г. он прислал написанные дрожащей рукой стихотворные строчки:

Since legs, nor hands, nor eyes, nor strong creative brain,
But weakness and decay oversway their power,
I am compelled forever to refrain
From everything but waiting for my hour.

Других стихов он больше мне не присылал...

Г. Табидзе

В октябре 1983 г. мне попалось на глаза стихотворение «Бушуй!» Галактиона Табидзе, датированное 1911 г.

Бушуй, беснуйся жизни океан,
Безумствуй, плюй в глаза мне грязной пеной —
Седой скале не страшен ураган;
Я устою! Мне море по колено!

Не раз в лицо хлестал мне злобный вал,
Грозя низринуть в бездну роковую,
Не раз своею грудью отражал
Я клевету и ненависть людскую;

Не раз мой парус, прорванный насквозь,
Не слушая руля, не внемля стонам,
В тумане, без дороги, вкривь и вкось
Носил меня по волнам разъярённым!

Лихой удел в борьбе меня постиг,
Сказал «прости» я радужным мечтаньям.
Утрат моих не счесть, но вместо них
Суровый опыт стал мне достояньем.

А опыт никому уж не отнять, —
За ним, зовя насилие к ответу,
Иду я в бой! Мне нечего терять —
Приобрести ж могу я всю планету!

Бушуй, беснуйся жизни океан,
Безумствуй, плюй в глаза мне грязной пеной —
Седой скале не страшен ураган;
Я устою! Мне море по колено!

С тех пор эти строки напоминают мне об А. Д. Как хорошо, что А. Д. знал об этом...

24 ноября 2000 г. — 12 мая 2003 г.

Глава 2

Александров par excellence

Сибирский мат. журн., Т. 48, № 5, 961–962 (2007).

Многие средства массовой информации объявили Григория Перельмана учёным 2006 г. в связи с присуждением ему Филдсовской медали за доказательство гипотезы Пуанкаре. Перельман — последний аспирант Александра Даниловича Александрова (1912–1999), юбилейную дату рождения которого мы отмечаем в этом году. Много лет назад приезжий профессор уговаривал при мне Александрова устроить демарш на защите одной не очень сильной геометрической диссертации. Автор диссертации был еврей, а последним аргументом этого московского профессора была ксенофобия. Он указал нам на мрачноватую и живописную фигуру постороннего к защите человека, стоящего вдали коридора, и стал пенять нам в том смысле, что если мы не поступим так, как он просит, «все тут будут такие». По иронии судьбы в коридоре стоял Перельман, аспирант Александрова, студент Юрия Бураго, ученика Александрова.

Александрова любили и ненавидели за одно и то же. Ценили его отзывы о своих работах и замалчивали развиваемые им подходы и направления в науке. Его обвиняли в сионизме и рассчитывали на его антисемитизм. Матерно склоняли его коммунистические убеждения и почтительно просили написать письмо в ЦК КПСС или журнал «Коммунист». Плевались на его философские сочинения и заставляли студентов сдавать по ним кандидатский минимум. Многие питерские профессора непрестанно восхищаются дворцовым комплексом Петергофа, но никак не могут простить ректору Александрову мудрое решение о строительстве там университетского городка. В годы перестройки Александрова обвинили в лысенкоизме и наградили орденом за вклад в сохранение и развитие отечественной генетики и селекции. Таков был масштаб личности этого человека.

Александров часто говорил, что человек — это его дело. Дело Александрова называется геометрия. Правильнее говорить о геометрии как особо любимой Александровым части универсальной науки — математики. Основатель теории категорий Саундерс Маклейн пропагандировал термин «работающий математик».

Английский оригинал «the working mathematician» гораздо ближе к более приземлённому выражению «математик-работяга». Математической работе Маклейн противопоставлял совершенную математику. Последняя должна быть неизбежной, проясняющей, глубокой, уместной, отвечающей на вопросы и своевременной. Совершенную математику делают совершенные математики, математики par excellence. Таким был Александров.

Вклад Александрова в математику проходил под девизом «Назад — к Евклиду!». Сам он отмечал, что «пафос современной математики в том, что происходит возврат к грекам». Герман Минковский революционизировал теорию чисел с помощью синтетической геометрии выпуклых тел. Идеи и аппарат геометрии чисел стали основой функционального анализа, рождённого Банахом. Пионерские работы Александрова продолжили дело Минковского, обогатив геометрию методами теории меры и функционального анализа. Александров осуществил поворот к синтетической геометрии древних гораздо в более тонком и глубоком смысле, чем это обычно теперь понимают. Геометрия в целом не сводится к преодолению локальных ограничений дифференциальной геометрии поверхностей, основанной на инфинитезимальных методах и идеях Ньютона, Лейбница и Гаусса.

В работах Александрова получила развитие теория смешанных объёмов выпуклых тел. Он доказал фундаментальные теоремы о выпуклых многогранниках, стоящие в одном ряду с теоремами Эйлера и Минковского. В связи с найденным решением проблемы Вейля Александров предложил новый синтетический метод доказательства теорем существования. Результаты этого цикла работ поставили имя

Александрова в один ряд с именами Евклида и Коши.

Важный вклад Александрова в науку — создание внутренней геометрии нерегулярных поверхностей. Он разработал удивительный по силе и наглядности метод разрезывания и склеивания. Этот метод позволил Александрову решить многие экстремальные задачи теории многообразий ограниченной кривизны.

Александров построил теорию метрических пространств с односторонними ограничениями на кривизну. Возник единственный известный класс метрических пространств, обобщающих римановы пространства в том смысле, что в них осмыслено центральное для римановой геометрии понятие кривизны. В работах Александрова по теории многообразий ограниченной кривизны дано развитие геометрической концепции пространства в продолжение традиции, идущей от Гаусса, Лобачевского, Римана, Пуанкаре и Картана.

Александров расширил методы дифференциальной геометрии аппаратом функционального анализа и теории меры, стремясь привести математику к её универсальному состоянию времён Евклида. Математика древних была геометрией (другой математики вовсе не было). Синтезируя геометрию с прочими разделами математики современности, Александров восходил к античному идеалу единой науки — математики. Поворот к синтетическим методам единой математики был неизбежен, что в области геометрии иллюстрируют прекрасные результаты таких учеников и продолжателей идей Александрова, как Громов, Перельман, Погорелов и Решетняк.

Первым геометром России XIX века был Николай Иванович Лобачевский.

Первым геометром России XX века стал Александр Данилович Александров.

7 января 2007 г.

Глава 3

Александров и современность

Послесловие к кн.: Александров А. Д. Избранные труды. Т. 3. Статьи разных лет. Новосибирск: Наука (2008), 713–716.

Александров определял науку как систему знаний и основанных на них представлений о той или иной сфере действительности, которая основывается на опыте и логике и обращается к действительности для проверки. Цели науки — объяснение прошлого, нахождение решений проблем настоящего и предвидение будущего. Не только наука преследует эти цели. Лженаука, религия, здравый смысл предлагают свои методы достижения целей и задач науки.

Здравый смысл — особый дар homo sapiens. Обоняние, осязание, зрение, слух и отчасти самосознание и даже речь присущи животным, а здравый смысл — нет. По-английски здравый смысл — это common sense, т. е. общий смысл или понимание, объединяющее людей. Здравый смысл действует мгновенно, предлагая немедленное решение. Здравый смысл шире науки, так как отличает добро от зла. Наука глубже здравого смысла, так как обосновывает свои решения пониманием.

Наличие аргументов, превосходящих по силе факты и логику, характеризует веру. Размышления о нравственности Александрова связаны с противопоставлением религиозной веры и научного поиска. Не идеальная абстракция, а реальный человек со своими земными заботами стоит в центре его воззрений. Человек ищущий истину, творец обстоятельств жизни, её источник и цель. Для Александрова важны как открытость науки, так и её принципиальный отказ от любых форм догматизма и субъективизма, присущих вере.

Науке активно противостоит псевдонаука и её корыстная составляющая — лженаука. Лженаука всегда ненадежна, неглубока, неосновательна и обманчива. Она игнорирует факты и логику, творит кумиров и млеет от создаваемых миражей и фантомов. Лженаука часто прикрывается религией и пытается последнюю приручать или обслуживать.

В науке Александров видел инструмент, который освобождает человека материально и раскрепощает его интеллектуально. Между наукой и властью лежит пропасть отчуждения. Власть противостоит свободе, составляющей императив науки. Поэтому наука власти чужда, а лженаука — приятна. Ненависть Александрова вызывали любые проходимцы, попы и инквизиторы от «марксизма», использующие науку в низких, корыстных целях.

Человечность, ответственность и научность — таковы составляющие полноты нравственности по Александрову. Человек — источник и цель всего. Таково содержание универсального гуманизма. Человек — в ответе за всё. Таков смысл ответственности. Научность, как человеческое суждение, отвлечённое от субъективизма, лежит в основе нравственности.

Александров подчёркивал критичность науки и её безграничную преданность истине. Наука объясняет «как оно есть на самом деле» с величием и скромностью, основываясь на опыте, фактах и логике. Наука чужда всякой предвзятости и доктринёрства, открыта критике, но не легкомысленна, не руководствуется симпатиями, модой или веяниями времени. Наука требовательна, несварлива и незлоблива. Наука надёжна и солидна, сохраняет здравый консерватизм, но восприимчива ко всему новому и легко отказывается от заблуждений. Наука ни для кого не закрыта, не творит кумиров и не поклоняется авторитетам. Наука следует фактам и логике. Наука может мечтать, фантазировать и творить чудеса, но чужда мистике и вере в сверхъестественное. Истина, логика, опыт и факты — фетиши и инструменты науки.

Разумеется, наука может быть стерильной и неинтересной. Признаки стерильности и неинтересности куда как субъективнее, нежели критерии истинности. Именно поэтому учёные по убеждениям воздерживаются от крайних обвинений в бесплодности не только в погромном стиле лысенкоистов, но и в многочисленных благопристойных по форме и оскорбительных по существу противопоставлениях теоретических и прикладных исследований в науке.

Бывают гениальные теоремы, а злодейских теорем не бывает. Между тем гениальные теории и эксперименты соседствуют в истории человечества с человеконенавистническими теориями и вивисекцией. Наука злодейству чужда. Зло — клеймо лженауки.

Совсем немало людей, заметно обогативших науку, учёными по убеждениям не являются. Учёный по убеждениям внутренне свободен и потому не может быть источником негодного, причинять зло. Вклад в науку внесли и отъявленные негодяи. Это обстоятельство никак не опровергает классический тезис о несовместности гения и злодейства, а только доказывает, что свойство быть учёным — это разрывная функция времени. Учёными по убеждениям даже лучшие представители науки бывают далеко не всегда. К счастью, раз найденная истина не зависит от личных качеств обнаружившего её человека. Наука делает любую истину вечным достоянием человечества.

Жизнь Александрова включила в свои временны́е рамки возникновение и распад Советского Союза. Сложная, если не парадоксальная идеология коммунизма рассматривает индивидуальную свободу как необходимость, осознанную в коллективе. Коллективизм склонен превращаться в гегемонию стандартизации и тоталитаризма ровно так же, как индивидуализм порождает тиранию абсолютизма и глобализации. Диктатура, простейшая форма универсального подчинения, становится неизбежным инструментом как индивидуализма, так и коллективизма. В моральной сфере коллективизм выступает как альтруизм. В сфере мышления — рождает мистицизм. Кредо индивидуализма — эгоизм и рациональность. Идеи Александрова противостоят рациональному эгоизму, абстрактному объективизму и мистическому догматизму. Гуманизация науки как вектор её развития — важнейший компонент воззрений Александрова на будущее науки и общества.

Современность нуждается в универсальной человечности Александрова.

25 февраля 2008 г.

Глава 4

Учёный на холме

Сибирский журн. индустр. мат., Т. 11, № 1, с. 36 (2008).

19 октября 2007 г. скончался профессор Юрий Фёдорович Борисов. Шёл его 83-й год.

Наука умеет много гитик и имеет много учёных. Учёные бывают разные. Есть учёные в башнях из слоновой кости и есть учёные безбашенные. Есть учёные с большой дороги, от бога и от природы. Есть учёные члены, многочлены и малочлены. Есть учёные краснобаи, баи и не очень. Есть учёные по убеждениям и есть учёные время от времени.

Борисов был учёным на холме. Такой никому не мешает, никогда не чванится и не пыжится, не оскорбляет других ни ненавистью, ни небрежением. Учёный на холме не отражает чужой свет, а любуется другими, даря всем собственные откровения и излучая внутреннее тепло. Борисов внес свою лепту и в математику, и в её преподавание, сохраняя достоинство независимости и подавая примеры для подражания.

Борисов представлял научную традицию Древней Эллады, возрождённую в России в геометрической школе его старшего друга и учителя Александра Даниловича Александрова. Интеллигенция — российский феномен, подразумевающий часть общества, способную или считающую себя способной к самостоятельному мышлению. Неповторимый шарм и обаяние русского интеллигента заключены в особом и универсальном сплаве трагического, гуманитарного и рационального видений мира. Борисов украшал духовную среду Новосибирского академгородка классическими образцами петербургской культуры.

Уважительность воспитывают, а уважение испытывают. Уважение выше любви и ненависти. Симпатия невозможна без уважения, а сочувствие — без симпатии. Высший дар — понимание, без которого нет сочувствия. Понимание ведёт к истине и добру, к отказу от ненависти в пользу любви. Борисов пониманием обладал и таким останется в памяти.

Юрий Фёдорович спустился со своего холма и встретил смерть достойно. Мир переживёт его уход, но стал беднее...

20 октября 2007 г.

Глава 5

Особенный лидер особой науки

Сибирский мат. журн., Т. 47, № 6, 1197–1198 (2006).

В этом году Александру Алексеевичу Боровкову исполнилось 75 лет. Редкий повод выразить чувство признательности этому выдающемуся человеку и отдать дань восхищения его удивительной науке — стохастике.

Основная задача теории вероятностей и математической статистики — обнаружение закономерностей в условиях неопределённости. Эти отрасли знания основаны на глубоком осмыслении стохастичности. Представления о случайности и необходимости, достоверности и возможности стали предметом глубоких математических исследований. Развитие математических методов исследования стохастических явлений существенно обогатило и радикально изменило как методологию и внутреннюю логику, так и всю технологию поиска и обнаружения закономерностей, обработки и обобщения опытных данных в точных и общественных науках. Среди бурно развивающихся разделов знания, немыслимых без широкого использования представлений современной стохастики, следует назвать молекулярную физику, квантовую механику, эконометрику и финансовую математику.

Человек обладает даром предвидения — способностью к мысленному эксперименту. Это качество проявляется у людей очень рано.

Уже в детстве мы говорим «возможно», «вероятно», «скорее всего», «наверное». Мы часто действуем, не зная всех обстоятельств и без учёта всех последствий, склонны оценивать свои и чужие шансы на успех, любим пари и бываем азартны. Жизнь и человеческая природа требуют от нас решений и действий в ситуациях, когда выбор труднопредсказуем и неоднозначен.

Теория вероятностей заняла особое место в человеческой культуре как наука о предвидении результатов и принятии решений в условиях неопределённости.

В качестве застывшего образа науку определяют как систему знаний и основанных на них представлений. С практической стороны наука — искусство поиска скрытых закономерностей. Теория вероятностей раскрывает тайны стохастики.

Нет сомнений, что наука основана на фактах и логике. Факты суть факты. Конечно, факты упрямы. Однако факты сами по себе бывают весьма разными. Нам доводится наблюдать как повторяемые, так и уникальные события. В жизни немало детерминированных процессов с предопределёнными последствиями. Гораздо чаще мы сталкиваемся с явлениями стохастическими, ведущими к результатам из некоторого достаточно широкого спектра возможностей. Одно и то же происшествие может вызывать как вполне определённые, так и случайные события. Например, усекновение головы у монарха неизбежно влечет его гибель. Смерть здесь детерминирована. В то же время казнь суверена может стать источником совершенно различных и малопредсказуемых исторических событий. От факта до закономерности — дистанция огромного размера.

В современной физике под «событием» понимают точку четырёхмерного пространства-времени. Ясно, что привычному смыслу слово «событие» в физике не отвечает. На обыденном уровне «событие» — это то, что может произойти, а может и не случиться. Для современной математики такой подход к «событию» малопродуктивен. Дело в том, что результат не полностью детерминированного процесса мы склонны воспринимать как множество близких исходов. Например, говоря о времени дожития пенсионера или о прилете в Москву днем, мы имеем в виду довольно широкие промежутки времени. Событие мы воспринимаем здесь не вполне индивидуально, а скорее как некоторое множество, лежащее в некотором социуме в каком-то смысле родственных множеств-событий. Со времён Дж. Буля при исследовании стохастических явлений под событиями принято понимать элементы довольно сложных математических объектов — булевых алгебр. Обычно используют так называемые алгебры измеримых множеств. Вероятность интепретируется как некоторая мера измеримых множеств. При рассмотрении простейших стохастических явлений с конечным числом равновозможных исходов (скажем, при исследовании бросания костей) можно обойтись частотным подходом к определению вероятностной меры. Вероятностью некоторого исхода можно считать отношение полного числа благоприятных (в смысле этого исхода) испытаний к общему числу мыслимых результатов. Такой частотный подход к исчислению вероятностей затруднён во многих содержательных задачах, связанных с процессами, зависящими от континуальных параметров. Это принципиальное затруднение преодолевается с помощью современной теории меры.

Заслуга построения теории вероятностей на основе теории меры принадлежит крупнейшему математику XX века, нашему соотечественнику, академику Андрею Николаевичу Колмогорову (1903–1987). Развитию стохастических методов в Сибири мы обязаны академику Боровкову, прямому ученику Колмогорова.

Боровков — всемирно признанный учёный. Широко известны его достижения в области предельных теорем теории вероятностей, эргодичности и устойчивости случайных процессов, в теории массового обслуживания, в разработке асимптотических методов статистики и анализа многомерных цепей Маркова. Предельно ясен вклад Боровкова в сибирскую школу теории вероятностей и математической статистики: Боровков — создатель и лидер этой школы. Нельзя переоценить вклад Боровкова в математическое просвещение. Достаточно сказать, что его учебник математической статистики заменил в учебном процессе многих университетов классические книги Ван дер Вардена и Крамера. Отличительными чертами Боровкова являются абсолютная принципиальность, твёрдость и непреклонность при принятии решений о содержании и уровне научных работ. Боровков подвергает строжайшей экспертизе работы своих учеников и сотрудников. Трудно оспорить это право, так как самые жёсткие требования Боровков всегда предъявляет самому себе.

Александр Алексеевич в год своего 75-летия таков, каков и всегда. Его окружают рукописи и ученики. Его раздражают глупость, юбилеи и суета. Он любит работать и работает. Пусть так и будет...

21 августа 2006 г,

Глава 6

Ген матезиса

В кн.: Сергей Васильевич Гольдин. Стихи и формулы. Новосибирск: Параллель (2009), с. 361–362.

Сергей Васильевич считал нескромным для русского человека относить слово «учёный» к самому себе. Не знаю, каким он был геофизиком, но членом современного математического сообщества он не был точно. Сергея Васильевича это обстоятельство совершенно не расстраивало — для меня он был редчайшим представителем академической флоры и фауны, начисто лишённым чванства и фанаберии.

Мы никогда не звонили друг другу, не ходили в гости и не проводили вместе отпуска. Случилось так, что последние лет десять наши пути на работу и с работы часто совпадали и мы проводили их в беседах на текущие и общие темы науки и жизни, а иногда обменивались после этого письмами. У меня сохранилась копия поздравительного письма Сергею Васильевича, в котором говорилось:

> В течение многих лет мне доставляет чрезвычайную (несколько сентиментальную) радость возможность наблюдать универсальность Ваших знаний, навыков и интересов, единство творческих установок в таких ментально разных разделах науки, как математика, физика и геология. Мне иногда жаль чувствовать, что не всё то доброе, что Вы несёте в себе, в полной мере востребовано нашим прекрасным и жестоким, щедрым и расточительным сообществом.

В ответном письме вместе с благодарностью Сергей Васильевич прислал мне черновик полной версии своего будущего эссе «Эволюция личности в сфере науки через призму собственного опыта». При очередной прогулке нам довелось поговорить на эту и близкие темы.

Для меня Сергей Васильевич был больше, чем обыкновенный или не очень обыкновенный математик. Его взгляды свидетельствовали наличие в нём старинного гена mathesis universalis, встречающегося у Homo sapiens с палеолитических времен.

Зарубки на костях — первые артефакты абстракции. При этом абстракции фундаментального научного значения — зарубки являются безусловным доказательством и мощнейшим инструментом объективизации. Счёт по зарубкам обладает абсолютной доказательной силой. Ничего сравнимого с этим у человека нет даже и сейчас. Доказательность и объективность, проявляющиеся уже в первичных актах ординального и кардинального счёта, стали главными атрибутами научного мировоззрения.

Calculemus Лейбница и всеохватывающая информатизация современного общества — проявления жизненной силы и неисчерпаемости вычислений, отвлечённых от природы исчисляемого. Универсальность математики как основы науки и понимание её принципиальной ограниченности — вот, что виделось мне в тревожных исканиях и мучительных раздумьях Сергея Васильевича.

Химик, геолог, физик исследуют, ищут и находят. Археолог, историк и текстолог исследуют, ищут и находят. Каждый новый день делает их умнее, увеличивает запас знаний и умений. Самым удачливым из них выбранная наука дарит открытия. Счастливые науки и счастливые профессии.

Открытия в математике не фиксируются. Конечно, математики исследуют и ищут. Но мало найти что-то в математике. Резолюции типа «Луна твёрдая» возможны в космонавтике. Для математики нет истины без её доказательства. Математика была и остаётся ремеслом формул, искусством вычислений. Современная математика — наука доказательных исчислений.

Трагична судьба современного математика, осознающего границы разума и ограниченность всех видов дедукции и индукции. Трагическое мироощущение не имеет ничего общего с кликушеством и алармизмом. Обличители и крикуны безответственны. Личная ответственность за всё — вот позиция достойного и сильного человека. Право трагического понимания жизни — прерогатива аристократов духа. Сергей Васильевич такое право имел.

1 сентября 2007 г.

Глава 7

Мир Миши Громова

«Наука в Сибири», № 13, апрель 2009 г., с. 12.

Норвежская академия науки и литературы 26 марта присудила премию Абеля за 2009 год Михаилу Леонидовичу Громову, «русско-французскому» учёному, ставшему профессиональным математиком в стенах Санкт-Петербургского университета и работающему сейчас во французском Институте высших научных исследований. Формула награждения 65-летнего Миши Громова (так его называют математики всего мира) необычна — «за революционный вклад в геометрию» (по-английски употреблено множественное число — contributions).

Премия Абеля присуждается математикам Норвежской академией науки и литературы ежегодно, начиная с 2002 г. Её денежная составляющая в норвежских кронах эквивалентна примерно миллиону долларов. Предыдущими лауреатами были Ж.-П. Серр, М. Атья и И. Зингер, П. Лакс, Л. Карлесон, С. Варадхан, Дж. Томсон и Ж. Титс. Громов — первый геометр, получивший премию Абеля.

В истории науки мало есть людей, вклад которых революционизировал какую-то из областей знаний. Трудно назвать учёных, творчество которых получило такую исключительную оценку при жизни.

Математики не привыкли льстить друг другу. Они не чаще, чем учёные других специальностей, используют благозвучные эпитеты при оценке своих современников. Эти очевидные обстоятельства выводят личность и научный вклад Громова за пределы математики.

Сам Громов выделяет в своих исследованиях следующие направления: h-принцип — геометрические методы решения уравнений и неравенств с частными производными и гомотопическая структура пространств их решений; метрическая геометрия римановых пространств и их пространств модулей; метрические инварианты и количественная топология; эллиптические операторы на открытых многообразиях и бесконечные накрывающие пространства; бесконечные группы — кривизна, комбинаторика, вероятность, асимптотическая геометрия; локально симметрические пространства, дискретные группы и отрицательная кривизна; положительная скалярная кривизна; симплектические многообразия и голоморфные кривые; группы преобразований — геометрия и рекурсия; метрика, мера, концентрация и изопериметрические неравенства; штейновы многообразия и бесконечные покрытия келеровых многообразий; бесконечные декартовы произведения и символическая геометрия; формализация генетических и биомолекулярных структур.

Простое перечисление названных направлений поражает воображение практически каждого математика. Поражает, но радует — Громов показывает впечатляющий пример того, сколь многое доступно разуму современного исследователя, раздвинувшего узкие рамки своей специализации и расширяющего горизонты науки и своего личного знания.

Небольшой путеводитель по творчеству Громова был бы совсем куцым, если не отметить необычный стиль его научных исследований, несущий редкие черты универсальности, которые поражают нас в таких классиках науки, как да Винчи, Галилей, Ньютон, Лейбниц, Гильберт, Пуанкаре, Эйнштейн и Колмогоров.

Математика Громова — это полигон и стартовая площадка его суждений о мире и человеке. Десять лет назад в одном из своих ярких сочинений, названном «Пространства и вопросы», Громов писал:

> Вот несколько (кратких, неполных, личных и двусмысленных) замечаний, предназначенных для того, чтобы прояснить, по меньшей мере терминологически, обсуждаемые темы. Термин «естественное» может относиться к структуре или природе математики (считая ради продолжения дискуссии, что таковые существуют), или к «естественному» в человеческой природе. В первом случае мы выделяем (чисто) математическое, логическое и философское, а во втором — интеллектуальное, эмоциональное и социальное в зависимости от

(внутренних или внешних) стимулов вознаграждения. Э(моциональное) играет главенствующую роль в человеческом суждении (и мнении) (за исключением индивидуума, по отношению к которому у Вас могла бы быть привилегии делиться с ним математикой). В некоторых людях (Ферма, Риман, Вейль, Гротендик) в-в естественно сходится к м-л-ф. Но для большинства из нас совсем нелегко проникать в будущее, гипотетически экстраполируя математические структуры за пределы текущего момента времени. Можем ли мы доверять способности нашего разума, переполненному в-в-с идеями, формулировать правильные м-л-ф вопросы? (Э-с настроенный социолог предложил бы взглянуть на распределение финансовых потоков, сравнительные веса авторитетов разных школ и индивидуумов и смог бы предсказать влиятельные роли проблем Гильберта и Бурбаки, не озаботившись тем, чтобы прочитать хотя бы строчку из сочинений этих лиц). И «в-в-с естественность» не порождает «глупый вопрос»: проблема четырёх красок своей очевидной сложностью (и ожиданием структурно обогащающего нас доказательства) фокусирует внимание на графах, в то время как решение проясняет перспективы использования вычислительных машин в математике. Но всё это непредсказуемое и неповторяемое не способно помочь в м-л-ф оценивании стоящих перед нами проблем, которые могут представляться нам в-в обманчиво раскрашенными в четыре краски. (Что касается меня самого, я люблю неестественные, сумасшедше неестественные задачи, с которым мы так редко сталкиваемся!)

Сложен и глубок мир Громова. Пройдёт немало времени, пока его оригинальное видение мира и научные идеи войдут в тезаурус новых поколений учёных. Но уже сейчас со всей определённостью можно сказать, что геометрия будущего никогда не будет такой, как до Громова. В этом революционность вклада Громова.

28 марта 2009 г.

Глава 8

Феномен Канторовича

Сибирский мат. журн., Т. 48, № 1, 3–4 (2007).

19 января 2007 г. мировая научная общественность отмечает 95 лет со дня рождения Леонида Витальевича Канторовича. Создание математической теории наилучшего использования ресурсов принесло ему Нобелевскую премию по экономике и прославило российскую науку.

Линейное программирование Канторович открыл в 1939 г. Тогда же он совершил своё важнейшее открытие в математике. Канторович нашёл «своего рода обобщённые числа», предложив новые модели вещественной прямой — основного инструмента математики переменных величин. Уже почти не осталось людей, кто знал Канторовича в пору его высших научных достижений. С фотографий конца 1930 годов на нас глядит лик отрешённости одинокого гения. Мы не знали его таким.

Идеи и методы линейного программирования вышли далеко за пределы экономики, положив начало глубоким междисциплинарным исследованиям. В истории науки XX века трудно назвать другого учёного, сделавшего так много для взаимопроникновения математики и экономики, для объединения диаметрально противоположных способов научного мышления. И. М. Гельфанд отмечал, что среди своих современников, осуществлявших синтез математической и гуманитарной культур, он, наряду с Канторовичем, может назвать только Дж. фон Неймана и А. Н. Колмогорова.

Одарённость Канторовича очевидна. Однако мало получить дар — надо уметь им воспользоваться. Между тем научный дар — это далеко не всё, что нужно человеку. Человеческое — первично, научное — вторично. В бумагах Канторовича сохранились записки по технике самообучения искусству танцев...

В фенотипе Канторовича и его природном характере были очевидны черты, затрудняющие успешную работу в науке и откровенно несовместимые с искусством «внедрения» своих идей. Канторович стал непохожим ни на кого из успешных учёных своего времени и явно почитаемым ими «гадким утёнком».

Противоречие между блестящими достижениями и неприспособленностью к практической линии жизни — один из важных парадоксов, оставленных нам Канторовичем. Сама его жизнь стала ярким и загадочным гуманитарным феноменом. Интравертность Канторовича, очевидная в личном общении, совершенно неожиданно сочеталась с публичной экстравертностью. Отсутствие ораторского дара соседствовало с глубиной логики и особыми приёмами полемики. Его внутренняя свобода и самодостаточность, мягкость, доброта и исключительная скромность стояли в одном ряду с целенаправленной жёсткостью, неутомимостью, доходившей до применения метода «волчьей хватки» для достижения поставленной цели.

Свобода Канторовича неудивительна — она проистекала из его сущности — математического дара. Его доброта и мягкость были качествами врождёнными. Настойчивость и безудержная пробивная сила Канторовича — приобретённые признаки, которые он отобрал и культивировал в себе сознательно, руководствуясь соображениями рациональности...

Жизнь Канторовича — служение своему Отечеству вопреки идеологической конъюнктуре. Её уроки исключительно важны в наши дни. Попытки замолчать и оболгать наследие Канторовича обречены на провал. Пигмеи не смогут спрятать гиганта.

Гений рациональности в науке, Канторович был гениально рационален в выборе своей мировой линии, своего пути в науке. Своим примером он дал нам образец наилучшего использования собственных личностных ресурсов при наличии разнообразных внешних и внутренних ограничений.

29 ноября 2006 г.

Глава 9

О математических работах Канторовича

Сибирские электронные мат. известия, Т. 4, A1–A7 (2007).

Невежество — не аргумент, а состояние, свидетельствующее леность в прошлом, ограниченность в настоящем и деградацию в будущем. Знать всё невозможно, поэтому невежество — это отнюдь не пробелы в образовании, а ошибочное позиционирование себя по отношению к границе между познанным и неизвестным. Каждый знает всё про себя. Информация важная, но, как показывают многочисленные опыты, совершенно недостаточная для преодоления невежества. Кое-что необходимо знать и про других. Не про всех, но про некоторых. Леонид Витальевич Канторович (19.01.1912–7.04.1986) прошёл путь, который обогатил и украсил отечественную историю. Его судьба и вклад в науку несут колоссальный импульс просвещения.

Часто обсуждается — кем Канторович был больше, математиком или экономистом. Сам он ответил на этот вопрос на юбилейном собрании в ЦЭМИ в честь своего 70-летия. Леонид Витальевич сказал, что есть два Канторовича — математик и экономист, но они — сиамские близнецы.

Канторович был вундеркиндом-математиком. Он стал профессором в 20 лет и был одним из наиболее ярких и широких математиков своего времени. Канторович — достойный представитель петербургской математической школы, основателем которой принято считать

П. Л. Чебышёва. Взгляд на математику как на науку, все разделы которой не просто взаимосвязаны, а неразрывны, соседствовал в творчестве и методологии Чебышёва с пониманием особой роли математики во взаимопроникновении науки, техники, технологии и производства. Благодаря трудам Чебышёва, представление о единстве фундаментальных и прикладных исследований как sine qua non прогресса стало уникальным ментальным символом российской науки. Ленинградский период школы Чебышёва связан с Владимиром Ивановичем Смирновым. Математик-энциклопедист, Смирнов задавал стандарты, приоритеты и моральные принципы в науке и преподавании.

Универсальный подход к математике характерен для всего творчества Канторовича. Среди его монографических сочинений наряду с классическими книгами «Функциональный анализ в нормированных пространствах», «Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах», «Приближённые методы высшего анализа», «Математические методы организации и планирования производства» есть и такие, как «Теория вероятностей», «Вариационное исчисление», «Определённые интегралы и ряды Фурье», «Таблицы для численного решения граничных задач теории гармонических функций».

Научная работа Канторовича началась под руководством Г. М. Фихтенгольца при переходе на второй курс. Перед Канторовичем были поставлены задачи, относящиеся к наиболее актуальным в конце 1920 годов разделам теории функций и множеств. В те годы формировалась московская математическая школа, бесспорным лидером которой был Н. Н. Лузин. Его знаменитый доклад «Современное состояние теории функций действительного переменного» на Всероссийском съезде математиков в Москве 27 апреля — 4 мая 1927 г. во многом определил интересы научной молодёжи страны. Нельзя не видеть влияния Лузина на интерес Канторовича к дескриптивной теории множеств, в которой Канторович быстро выдвинулся на первые роли.

Если петербургская-ленинградская школа испытывала исключительно благотворное моральное влияние Смирнова, нравственный климат в Москве на долгие годы был определён мрачными обстоятельствами «дела Лузина», сшитого не без участия его ближайших учеников. Понять и оценить творческие предпочтения Канторовича в математике невозможно без понимания обстановки на предвоенных математических фронтах, без учёта социальных реалий того времени...

Среди своих математических работ Канторович выделял циклы исследований в следующих направлениях: дескриптивная теория функций и теория множеств; конструктивная теория функций; приближённые методы анализа; функциональный анализ; функциональный анализ и прикладная математика; линейное программирование; вычислительная техника и программирование.

Во всех указанных направлениях Канторович получил первоклассные, зачастую основополагающие результаты. В математический тезаурус прочно вошли пространства Канторовича, ядра Канторовича, метод Ньютона — Канторовича, вариационный метод Канторовича и, конечно же, многочисленные теоремы Канторовича.

Нынешние учёные, живущие на гранты, нередко работают и пишут для прокорма. Девиз «Publish or Perish» давно уже не ремарка острослова от науки, а каждодневный слоган исследователя. Канторович творил математику, отвечающую критериям совершенства, сформулированным Саундерсом Маклейном. Его математика была неизбежной и своевременной, отвечала на поставленные вопросы и освещала новые пути в науке.

С высоты нашего времени показательными вехами на творческом пути Канторовича видятся всесоюзные математические съезды. Первый Всесоюзный съезд математиков проходил в Харькове с 24 по 30 июня 1930 г. В нём приняли участие около пятисот человек, среди них — 14 иностранцев. Наиболее известные фигуры — Ж. Адамар, В. Бляшке, О. Блументаль, А. Данжуа, С. Мандельбройт, Э. Картан, П. Монтель.

Открылся съезд докладом О. Ю. Шмидта «Роль математики в строительстве социализма». Блестящая по форме и увлекательная речь Шмидта — поучительный и характерный образец методологических взглядов того периода отечественной истории. Разумные соображения сочетались с космически нелепыми идеологизмами советского времени. Политизированные перегибы не могли перечеркнуть актуальный призыв Шмидта к аудитории: «В стране, где строится социализм, где нужно уметь считать, нужно, чтобы это уменье математически формулировать стоящие перед каждым задачи, уменье подойти во всеоружии науки к каждой конкретной задаче, уменье руководить наиболее экономно и точно, — чтобы это уменье было всеобщим достоянием».

Сам Канторович выступил на съезде в секции «Теория функций и теория рядов» на вечернем заседании 25 июня. Председательствовал Д. Е. Меньшов, тема доклада «О проективных совокупностях». В том же заседании выступил соавтор Канторовича Е. М. Ливенсон с докладом «Об аналитических операциях над множествами».

Из пленарных выступлений особой широтой и глубиной выделялся доклад С. Н. Бернштейна «Современное состояние и проблемы теории приближения функций действительного переменного посредством полиномов». Трудно сомневаться в том, что доклады Шмидта и Бернштейна оказали большое воздействие на восемнадцатилетнего Канторовича.

Второй съезд проходил с 24 по 30 июня 1934 г. в Ленинграде. Программа была весьма обширной и демонстрировала крупные достижения отечественной математической мысли того периода. Работы Канторовича были отражены не только в двух его секционных докладах «О конформных отображениях областей» и «О некоторых методах приближенного решения уравнений в частных производных», но и в обзорном пленарном докладе Смирнова «Ленинградские работы по анализу».

Тридцатые годы прошлого века занимают в творчестве Канторовича особое место. Именно тогда сложилась характерная для него методология синтеза теоретических и прикладных исследований, сочетания наиболее абстрактных математических идей с приземлёнными конкретными практическими разработками. В эти годы сверкают фейерверки его идей в функциональном анализе.

В 1935 г. он закладывает основы теории упорядоченных пространств, выделяя класс дедекиндово полных векторных решеток и выдвигая гениальный эвристический принцип, нашедший своё отражение в булевозначном анализе наших дней. Введённые им K-пространства, которые в своих рабочих тетрадях Канторович называл «мои пространства», предоставляют новые модели вещественной прямой в нестандартных моделях теории множеств. Тем самым подтвердилось предвидение Канторовича, считавшего элементы своих пространств своего рода обобщёнными числами, для которых сохраняются действующие в числовой прямой абстрактные закономерности. Канторович вносит вклад в геометрию классических банаховых пространств и развивает новые приближённые приёмы анализа: вариационный метод, метод коллокаций, модифицированные градиентные методы.

До сих пор остаются малоизвестными работы Канторовича по «расширению пространства Гильберта», ставшие удивительно ярким эпизодом предыстории теории распределений. Уже в 1935 г., изучая в одном семинаре с С. Л. Соболевым классическую книгу Дж. фон Неймана «Математические методы квантовой механики» (1932), Канторович развивает подход К. Фридрихса (1934) к проблеме построения «идеальных функций», явно выписывая гильбертовы пространства, чьи элементы сейчас мы именуем умеренными периодическими распределениями. И. М. Гельфанд так писал об этих работах Канторовича: «То, что было всей жизнью или основой творчества для других, было маленьким фрагментом выстраивающейся у него картины математики и её связей с миром»[1].

В 1939 г. вышла брошюра «Математические методы организации и планирования производства», зафиксировавшая не только создание новой научной дисциплины — линейного программирования, но и открывшая экономико-математическую ветвь творчества Канторовича.

Очередной съезд советских математиков состоялся спустя более чем двадцать лет после второго — летом 1956 г. Другое состояние общества, новый этап развития отечественной науки. Канторович за истекшие годы прошёл путь от математического вундеркинда до мастера-корифея первых рядов, ставшего одним из идеологов вычислительной математики и зарождающейся информатики.

На III съезде С. Л. Соболев, Л. А. Люстерник и Л. В. Канторович выступили с программным пленарным докладом «Функциональный анализ и вычислительная математика». В нём вычислительная математика была позиционирована как наука о конечных приближениях общих, не обязательно метрических компактов, причём была особо подчёркнута имманентная связь функционального анализа и прикладной математики.

В последний раз Канторович участвовал в IV Всесоюзном съезде, проходившем в Ленинграде с 3 по 12 июля 1961 г. (больше съезды не проводились). Его доклад назывался «Проблемы математической экономики» и ознаменовал собой важный рубеж творчества. В последующие годы математическая экономика была основным полем творчества Канторовича. Интересно, что уже тогда он подчёркивал, что наибольшее значение имеет «предсказание развития экономики

[1]В кн.: Леонид Витальевич Канторович — человек и учёный. Том 1. Новосибирск, Изд-во «Гео» (2002), с. 162–163.

(при стихийном её развитии) и оптимальное управление (при плановом развитии)».

Говоря о математических работах Канторовича, нельзя не выделить особо три обзорные статьи:

> *Функциональный анализ и прикладная математика.* Успехи мат. наук, Т. 3, вып. 6., 89–185 (1948);
>
> *Полуупорядоченные группы и линейные полуупорядоченные пространства.* Успехи мат. наук, Т. 6, вып. 3, 31–98 (1951). Соавт.: Вулих Б. З., Пинскер А. Г.;
>
> *Об интегральных операторах.* Успехи мат. наук, Т. 11, вып. 2, 3–29 (1956).

Первая из названных статей снабжена названием, несказанно впечатляющим своим масштабом особенно при сравнении с возрастом автора. Эта статья фигурирует в формуле Сталинской премии второй степени в размере 100 000 рублей, присуждённой Канторовичу в 1948 г. Учебник Канторовича и Акилова, многие годы служивший настольной книгой многих теоретиков и прикладников, возник на основе идей этого элегантного математического сочинения.

Неисчерпаемое многообразие направлений исследований объединяется не только личностью Канторовича, но и его методическими установками. Он всегда подчёркивал внутреннее единство науки, взаимопроникновение идей и методов, необходимых для решения разнородных теоретических и прикладных проблем...

Канторович был блестящим математиком, но он может показаться неудачником в главном — в вопросе о признании центральной идеи его жизни, идеи взаимопроникновения математики и экономики. Однако такое мнение ошибочно. Несмотря на попытки замалчивания Канторовича и его идей, их торжество на самом деле неоспоримо. Яркими доказательствами стали изменение всей системы подготовки экономистов и уже неистребимые математизация и информатизация экономики как в её функциональных, так и в управленческих аспектах. Творчество Канторовича останется образцом служения математике как основе универсального мировоззрения.

19 января 2007 г.

Глава 10

Канторович и математизация экономики

Предисловие к книге: Канторович Л. В., Избранные сочинения. Математико-экономические работы. Новосибирск: Наука (2010).

Линейное программирование — один из основных разделов современной математической экономики. Эта банальная констатация была бы совершенно немыслимой в принципе ещё 100 лет назад.

Математика и экономика

Математика изучает формы мышления. Предмет экономики — обстоятельства человеческого поведения. Математика абстрактна и доказательна, а профессиональные решения математиков не задевают обычную жизнь людей. Экономика конкретна и декларативна, а практические упражнения экономистов основательно жизнь меняют. Цель математики — безупречные истины и методы их получения. Цель экономики — индивидуальное благополучие и пути его достижения. Математика не вмешивается в личную жизнь человека. Экономика задевает его кошелёк и кошёлку. Список коренных различий математики и экономики бесконечен.

Математическая экономика — новация XX века. Именно тогда возникло понимание того, что экономические проблемы требуют совершенно нового математического аппарата. Человек разумный всегда был, есть и будет человеком хозяйствующим. Практическая экономика для каждого из нас и наших предков — это арена здравого смысла. Здравый смысл представляет собой особую способность человека к мгновенным оценочным суждениям. Понимание выше здравого смысла и проявляется как осознанная адаптивность поведения. Понимание не наследуется и, стало быть, не принадлежит к числу врождённых свойств. Уникальной особенностью человека является способность пониманием делиться, превращая оценки в материальные и идеальные артефакты.

Культура — сокровищница понимания. Инвентаризация культуры — суть мировоззрения. Здравый смысл субъективен и родствен духовному подъему веры, то есть силе, превышающей возможности фактов и логики. Проверка суждений с помощью фактов и логики — критический процесс, освобождающий человека от ошибок субъективизма. Наука — трудный путь объективизации понимания. Религиозная и научная версии мировоззрения отличаются по сути способом кодификации артефактов понимания.

Становление науки как инструмента понимания — долгий и сложный процесс. Зарождение ординального счёта фиксировано палеолитическими находками, отделенными десятками тысяч лет от явления разумного и хозяйствующего человека. Экономическая практика предваряет предысторию математики, сформировавшуюся в науку доказательных вычислений в Древней Греции примерно 2500 лет тому назад.

Целенаправленное поведение людей в условиях ограниченных ресурсов стало объектом науки совсем недавно. Датой рождения экономики как науки принято считать 9 марта 1776 г. — день публикации сочинения Адама Смита «Исследование о природе и причинах богатства народов».

Проблема синтеза мышления

Изменчивость эпох, их технологических достижений и политических предпочтений отражается в широком распространении эмоционального подхода к экономическим теориям и ставит экономику в положение, немыслимое для остальных наук. Помимо благородных причин, для этого есть и одна довольно циничная: как бы не меняли достижения точных наук жизнь человечества, они никогда не затрагивают обыденное сознание людей столь живо и остро, как суждения об их кошельках и свободах. Математизация экономики — неизбежный этап пути человечества в царство свободы.

XIX век отмечен первыми попытками применения математических методов в экономике в работах Антуана Огюста Курно, Карла Маркса, Уильяма Стенли Джевонса, Леона Вальраса и его преемника по Лозаннскому университету Вильфредо Парето. В XX веке к экономической проблематике обратились математики первой величины — Джон фон Нейман и Леонид Канторович. Первый развил теорию игр как аппарат изучения экономического поведения, а второй разработал линейное программирование как аппарат принятия решений о наилучшем использовании ограниченных ресурсов. Значение исследований фон Неймана и Канторовича далеко выходит за рамки их выдающихся технических результатов. Их достижения показали, что современная математика предоставляет самые широкие возможности для экономического анализа практических проблем. Экономика приблизилась к математике. Оставаясь гуманитарной, она стремительно математизируется, демонстрируя высокую самокритичность и незаурядную способность к объективным суждениям.

Поворот в мышлении человечества, осуществлённый фон Нейманом и Канторовичем, не всегда достаточно осознаётся. Между точным и гуманитарным стилями мышления существуют принципиальные различия. Люди склонны к рассуждениям по аналогии и методу неполной индукции, рождающим иллюзию общезначимости знакомых приёмов. Различия научных технологий не всегда выделены отчётливо, что, в свою очередь, способствует самоизоляции и вырождению громадных разделов науки.

Методологическую пропасть, зиявшую между экономистами и математиками, к 1920 годам чётко обозначил Альфред Маршалл, основатель кембриджской школы неоклассиков, «маршаллианцев». Он писал:

> ...функция анализа и дедукции в экономической науке состоит не в создании нескольких длинных цепей логических рассуждений, а в правильном создании многих коротких цепочек и отдельных соединительных звеньев[1].

[1] Маршалл А., Принципы политической экономии. Том III. Пер. с англ. М.:

> Ясно, что в экономической науке нет места для длинных цепей дедуктивных рассуждений, ни один экономист, даже Рикардо, не пытался их использовать. На первый взгляд может показаться, что частое использование математических формул в экономических исследованиях свидетельствует о противоположном. Но при более тщательном рассмотрении станет очевидно, что такое впечатление обманчиво, за исключением случая, когда чистый математик использует экономические гипотезы ради развлекательных упражнений в математике[2]...

В 1906 г., в одном из частных писем, Маршалл сформулировал своё скептическое отношение к применению математики в экономике следующим образом:

> [У меня] в последние годы работы над этим предметом росло ощущение весьма малой вероятности того, что хорошая математическая теорема, имеющая дело с экономическими гипотезами, кажется хорошей экономикой. И я всё больше и больше склонялся к следующим правилам:
>
> (1) Используй математику как язык для стенографии, а не исследовательский механизм.
>
> (2) Придерживайся математики, пока не закончил дело.
>
> (3) Переведи на английский.
>
> (4) Проиллюстрируй примерами, важными в реальной жизни.
>
> (5) Сожги математику.
>
> (6) Если не достиг успеха в (4), сожги (3). Особенно часто я пользовался именно последним приёмом.
>
> Я не имею ничего против математики, она полезна и необходима, однако очень плохо, что история экономической мысли больше не востребована и даже не предлагается во многих студенческих и аспирантских программах. Это потеря[3].

Маршалл последовательно противопоставлял экономическое и математическое мышление, призывая строить многочисленные короткие «гребешки» рассуждений в конкретном экономическом анализе. Ясно, что образ «гребешка» не имеет ничего общего с представлением о перевёрнутой пирамиде — кумулятивной иерархии универсума фон Неймана, в котором обитает современная теория множеств. Красо-

Прогресс (1984), с. 225.

[2] Там же, с. 212.

[3] Brue S. L., The Evolution of Economic Thought. 5th Edition. Fort Worth: Harcourt College Publishers (1993), p. 294.

та и сила математики со времён Древней Эллады до наших дней связаны с аксиоматическим методом, предполагающим вывод новых фактов с помощью сколь угодно длинных цепей формальных импликаций.

Бросающаяся в глаза разница в менталитете математиков и экономистов затрудняет их взаимопонимание и сотрудничество. Невидимы, но вездесущи перегородки мышления, изолирующие математическое сообщество от своего экономического визави. Этот статус-кво с глубокими историческими корнями всегда был вызовом для Канторовича, противоречащим его тезису о взаимопроникновении математики и экономики.

Мировая линия Канторовича

Канторович родился в Санкт-Петербурге в семье врача-венеролога 19 января 1912 г. (6 января по старому стилю). Интересно, что во многих справочниках указана другая дата. Сам Канторович всегда с улыбкой отмечал, что он себя помнит с 19.01.1912.

Дарование мальчика проявилось очень рано. Уже в 1926 г. в возрасте 14 лет он поступил в Ленинградский университет. Вскоре он стал заниматься в кружке, организованном для студентов Г. М. Фихтенгольцем, а затем и в семинаре, посвящённом дескриптивной теории функций. Ранние студенческие годы сформировали первую когорту наиболее близких товарищей. В кружке Фихтенгольца занимались также Д. К. Фаддеев, И. П. Натансон, С. Л. Соболев, С. Г. Михлин и др., с которыми Леонид Витальевич был дружен всю жизнь. Старые друзья до конца жизни за глаза называли его «Лёнечка».

Закончив ЛГУ в 1930 г., Канторович начал педагогическую работу в ленинградских вузах, сочетая её с интенсивными научными исследованиями. Уже в 1932 г. он профессор Ленинградского института инженеров гражданского строительства и доцент ЛГУ. В 1934 г. Канторович становится профессором своей alma mater.

Основные труды в области математики Канторович создал именно в свой «ленинградский» период. При этом в 1930 годах он публикует больше статей по чистой математике, а 1940 годы для него — время работ по вычислительной математике, где он стал признанным лидером в стране.

При подготовке собрания сочинений Канторовича в его личном архиве было обнаружено письмо Н. Н. Лузина, датированное 29 апреля 1934 г. Один из первых математиков того времени и основатель знаменитой «Лузитании» писал[4]:

> Вы должны знать, каково моё отношение к Вам. Вас всего, как человека, я не знаю ещё, но угадываю мягкий чарующий характер. Но то что я точно знаю — это размер Ваших духовных сил, которые, насколько я привык угадывать людей, представляют в науке неограниченные возможности. Я не стану произносить соответствующего слова — зачем? Талант — это слишком мало. Вы имеете право на большее...

С конца 1930 годов творчество Канторовича обретает новые черты — он совершает серьёзный прорыв в экономической науке.

В 1939 г. выходит в свет его знаменитая брошюра «Математические методы организации и планирования производства», ознаменовавшая рождение линейного программирования. В 1940 годах на поверхности научного информационного потока экономические работы Канторовича практически не публикуются. Однако в его творчестве экономическая проблематика выходит на первый план.

Уже в военные годы он завершает работу над первым вариантом книги «Экономический расчёт наилучшего использования ресурсов», принесшей ему в 1975 г. Нобелевскую премию. Эта работа опережала время, не соответствовала до́гматам господствующей политической экономии, и её публикация оказалась возможной только в 1959 г. Пионерские идеи Канторовича были легализованы и начали использоваться в экономической практике.

В 1948 г. Совет Министров СССР особо секретным постановлением № 1990–774сс/оп решил «в двухнедельный срок организовать в Ленинградском филиале Математического института АН СССР расчётную группу в количестве до 15 чел., возложив руководство этой группой на проф. Канторовича». Так Канторович вошёл в число участников проекта по созданию отечественного ядерного оружия[5].

В 1957 г. Канторовича приглашают на работу во вновь создаваемое Сибирское отделение Академии наук. Вскоре он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР по Отделению экономики. Основные публикации Канторовича этого периода относят-

[4] Решетняк Ю. Г., Кутателадзе С. С., Письмо Н. Н. Лузина Л. В. Канторовичу. Вестник РАН, Т. 72, № 8, 740–742 (2002).

[5] В оперативной переписке советской разведки — операция «Энормоз».

ся к экономике, за исключением, прежде всего, всемирно известного курса «Функциональный анализ в нормированных пространствах», написанного совместно с Г. П. Акиловым.

Нельзя не отметить одну блестящую придумку Канторовича и его учеников — научные тарифы на такси. Люди старшего поколения помнят, как в 1960 годах была введена плата за посадку и уменьшена такса за проезд, что немедленно привело к повышению рентабельности перевозок и выгодности коротких поездок для клиентов и водителей. Эта экономическая мера была разработана в результате математического моделирования, осуществлённого Канторовичем и группой его молодых учеников-математиков, и опубликована в самом престижном математическом журнале страны — в «Успехах математических наук».

В 1964 г. Канторович избран действительным членом АН СССР по Отделению математики и в 1965 г. удостоен Ленинской премии.

В начале 1970 годов Канторович переехал в Москву, где продолжил занятия экономическим анализом. Канторович всегда мечтал о внедрении новых математических методов в хозяйственную практику своей Родины и служил этой мечте до своей кончины 7 апреля 1986 г., невзирая на непонимание и откровенное противодействие ретроградов от науки и политики, управлявших страной. Он похоронен на Новодевичьем кладбище в Москве.

Научное наследие

Научное наследие Канторовича огромно. Его исследования в области функционального анализа, вычислительной математики, теории экстремальных задач, дескриптивной теории функций оказали фундаментальное влияние на становление и развитие названных дисциплин. Он по праву входит в число основоположников современной математической экономики.

Канторович — автор более трёхсот научных работ, которые при подготовке аннотированной библиографии сочинений он сам предложил распределить по следующим девяти разделам: дескриптивная теория функций и теория множеств, конструктивная теория функций, приближённые методы анализа, функциональный анализ, функциональный анализ и прикладная математика, линейное программирование, вычислительная техника и программирование, оптимальное планирование и оптимальные цены, экономические проблемы плановой экономики.

Столь впечатляющее многообразие внешне далёких направлений исследований объединяется не только личностью Канторовича, но и его методическими установками. Он всегда подчёркивал внутреннее единство науки, взаимопроникновение идей и методов, необходимых для решения самых разнообразных теоретических и прикладных проблем математики и экономики.

Характерной чертой творчества Канторовича была ориентация на наиболее трудные проблемы и самые перспективные идеи математики и экономики своего времени.

Линейное программирование

Главным открытием Канторовича в области математико-экономических методов стало линейное программирование, которое теперь изучают десятки тысяч людей во всём мире. Под этим термином скрывается колоссальный раздел науки, посвящённый линейным оптимизационным моделям. Иначе говоря, линейное программирование — это наука о теоретическом и численном анализе и решении задач, в которых требуется найти оптимальное значение, т. е. максимум или минимум некоторой системы показателей в процессе, поведение и состояние которого описывается той или иной системой линейных неравенств.

Термин «линейное программирование» был предложен в 1951 г. американским экономистом Т. Купмансом. В 1975 г. Канторович и Купманс получили Нобелевскую премию по экономическим наукам с формулировкой «за их вклад в теорию оптимального распределения ресурсов». Особой заслугой Купманса стала пропаганда методов линейного программирования и защита приоритета Канторовича в открытии этих методов.

В США линейное программирование возникло в 1947 г. в работах Джорджа Данцига. Поучительно привести его слова об истории линейного программирования[6]:

> Русский математик Л. В. Канторович на протяжении ряда лет интересовался применением математики к задачам планирования.

[6]Данциг Дж. Б., Линейное программирование, его обобщения и применения. Пер. с англ. М.: Прогресс (1966), с. 29.

> В 1939 г. он опубликовал обстоятельную монографию под названием «Математические методы организации и планирования производства»... Канторовича следует признать первым, кто обнаружил, что широкий класс важнейших производственных задач поддаётся чёткой математической формулировке, которая, по его убеждению, даёт возможность подходить к задачам с количественной стороны и решать их численными методами...
>
> Канторович описал метод решения, основанный на имеющемся первоначально допустимом решении... Хотя двойственные переменные и не назывались «ценами», в целом идея метода состоит в том, что выбранные значения этих «разрешающих множителей» для недостающих ресурсов можно довести до уровня, когда становится целесообразной переброска ресурсов, являющихся избыточными...
>
> Если бы первые работы Канторовича были бы в должной мере оценены в момент их первой публикации, то, возможно, в настоящее время линейное программирование продвинулось бы значительно дальше. Однако его первая работа в этой области оставалась неизвестной как в Советском Союзе, так и в других странах, а за это время линейное программирование стало настоящим искусством[7].

Следует подчеркнуть, что с оптимальным планом любой линейной программы автоматически связаны оптимальные цены или «объективно обусловленные оценки». Последнее громоздкое словосочетание Канторович выбрал из тактических соображений для повышения «критикоустойчивости» термина.

Взаимозависимость оптимальных решений и оптимальных цен — такова краткая суть экономического открытия Канторовича.

Универсальная эвристика

Целостность мышления проявлялась во всём творчестве Канторовича. Идеи линейного программирования были тесно связаны с его методологическими установками в области математики.

В середине 1930 годов центральное место в математических исследованиях Канторовича занимал функциональный анализ. Главным своим математическим достижением в этой области Канторо-

[7] В указанном выше переводе стоит слово «советский», а в английском оригинале «Russian».

вич считал выделение специального класса дедекиндово полных упорядоченных векторных пространств, которые в современной отечественной литературе именуют K-пространствами или пространствами Канторовича[8].

Уже в первой работе в новом направлении, датированной 1935 г., Канторович отмечал: «В этой заметке я определяю новый тип пространств, которые я называю линейными полуупорядоченными пространствами. Введение этих пространств позволяет изучать линейные операции одного общего класса (операции, значения которых принадлежат такому пространству) как линейные функционалы». Так была впервые сформулировала важнейшая методологическая установка, которую теперь называют эвристическим принципом Канторовича.

Следует подчеркнуть, что в определение линейного полуупорядоченного пространства Канторовичем была включена аксиома условной порядковой полноты, обозначенная I_6. Роль K-пространств Канторович продемонстрировал на примере теоремы Хана — Банаха. В этом центральном принципе функционального анализа оказалось возможным реализовать принцип Канторовича, т. е. заменить вещественные числа элементами произвольного K-пространства, а линейные функционалы — операторами со значениями в таком пространстве.

Эвристический принцип Канторовича вскоре нашёл многочисленные подтверждения как в его собственных исследованиях, так и в работах его учеников и последователей. Этот принцип оказался путеводной идеей, приведшей к глубокой и изящной теории K-пространств, богатой разнообразными приложениями. Ещё в середине прошлого века предпринимались попытки формализации эвристического принципа Канторовича. На этом пути появились так называемые теоремы о сохранении соотношений, которые утверждают, что если некоторое высказывание, включающее конечное число функциональных соотношений, доказано для вещественных чисел, то аналогичный факт автоматически верен и для элементов K-пространства. В то же время оставался совершенно неясным и внутренний механизм сохранения соотношений, и границы его применимости, и общие причины многих аналогий и параллелей новой теории с классическими математическими дисциплинами.

[8] В рабочих тетрадях Канторович писал о «моих пространствах».

Абстрактные идеи Канторовича в теории K-пространств были связаны с линейным программированием и приближёнными методами анализа. В последней своей математической работе, над которой Канторович работал уже смертельно больным, он отмечал[9]:

> При развитии теории функциональных пространств одна сторона реальной действительности оказалась в ней на некоторое время упущенной. Для практических объектов, наряду с алгебраическими и другими соотношениями, большое значение имеет соотношение сравнения. Простое сравнение, имеющее место между всеми объектами, упорядочение, имеет обедненный характер, например, можно все виды упорядочить по их весу, но это мало что даёт. Гораздо более естественным является упорядочение, которое для тех случаев, когда это естественно, оно определяется или фиксируется, а в других случаях оставляется неопределённым (частичное упорядочение или полуупорядочение). Например, два набора продуктов несомненно следует считать сравнимыми и первый бо́льшим второго, если в нём каждого продукта больше, соответственно, чем во втором. Если же часть больше в одном, часть больше в другом, то можно сравнение не фиксировать. Так в своё время была построена теория полуупорядоченных пространств и, прежде всего, теория K-пространств, определённых выше. Она получила разнообразные применения как в теоретических вопросах анализа, так и в построении некоторых прикладных методов, например теории мажорант в связи с интенсивным изучением метода последовательных приближений. В то же время полностью её возможности до сих пор ещё не раскрыты. Недооценено также и значение этой ветви функционального анализа для экономики. Между тем, в экономике соотношения сравнения и сопоставления играют исключительную роль и уже при возникновении K-пространств было ясно, что при анализе экономики они найдут своё место и дадут полезные плоды.
>
> Теория K-пространств имеет и другое значение — их элементы могут использоваться как числа. В частности, при построении пространств типа Банаха в качестве нормы могут вместо чисел использоваться элементы такого пространства, конечномерного или бесконечномерного. Такая нормировка объектов является гораздо более точной. Скажем, функция нормируется не своим максимумом на всём

[9]Канторович Л. В., Функциональный анализ (основные идеи). Сиб. мат. журн., Т. 28, № 1, 1–8 (1987).

интервале, а десятком чисел — максимумами её на частях этого интервала.

Современные исследования подтвердили, что идеи линейного программирования имманентны теории K-пространств. Можно доказать, что выполнение любого из принятых вариантов формулировок принципа двойственности линейного программирования в абстрактной математической структуре с неизбежностью приводит к тому, что исходный объект является K-пространством.

Эвристический принцип Канторовича связан с одной из самых ярких страниц математики прошлого века — со знаменитой проблемой континуума. Как известно, множество имеет мощность континуума, если оно находится во взаимнооднозначном соответствии с отрезком числовой прямой. Гипотеза континуума состоит в том, что любое подмножество отрезка либо счётно, то есть допускает пересчёт, либо имеет мощность континуума. Проблема континуума состоит в ответе на вопрос о справедливости или ложности гипотезы континуума. Гипотеза континуума была впервые высказана Кантором в 1878 г. Он был убеждён в том, что эта гипотеза является теоремой и всю жизнь тщетно пытался её доказать.

В 1900 г. в Париже состоялся II Международный конгресс математиков. Гильберт выступил на открытии со своим знаменитым докладом «Математические проблемы», сформулировав 23 проблемы, решение которых девятнадцатое столетие завещало двадцатому. Первой в докладе Гильберта стоит проблема континуума. Оставаясь нерешённой десятилетиями, она порождала глубокие исследования в основаниях математики. В итоге более чем полувековых усилий мы теперь знаем, что гипотеза континуума не может быть ни доказана, ни опровергнута.

К пониманию независимости гипотезы континуума человечество пришло в два этапа: в 1939 г. Курт Гёдель проверил, что гипотеза континуума совместна с аксиомами теории множеств, а в 1963 г. Поль Коэн доказал, что им не противоречит и отрицание гипотезы континуума. Оба результата установлены путём предъявления подходящих моделей, т. е. построением универсума и интерпретации в нём теории множеств. Подход Гёделя основан на «усечении» универсума фон Неймана. Гёдель показал, что выделенные им конструктивные множества образуют модель, в которой имеет место континуум-гипотеза. Следовательно, отрицание гипотезы континуума недоказуемо. Подход Коэна в известном смысле противоположен технике Гедёля: он основан на контролируемом расширении универсума фон Неймана.

Метод форсинга Коэна был упрощен на языке нестандартных моделей в 1965 г. с использованием аппарата булевых алгебр и новой технологии математического моделирования. Прогресс возникшего на этой основе булевозначного анализа продемонстрировал фундаментальное значение расширенных K-пространств. Каждое из таких пространств, как оказалось совершенно неожиданно, служит равноправной моделью вещественной прямой и, значит, играет в математике ту же фундаментальную роль. Пространства Канторовича дали новые модели поля вещественных чисел и обрели бессмертие.

Эвристика Канторовича постоянно получает блестящее подтверждение, доказывая целостность науки и неизбежность взаимопроникновения математики и экономики.

Зов будущего

Идеи Канторовича востребованы человечеством, что видно по учебным планам любого экономического или математического факультета в мире. Аппарат математики и идея оптимальности стали подручными орудиями любого практикующего экономиста.

Экономика как вечный партнер математики избежит слияния с любой эзотерической частью гуманитарных наук, политики или беллетристики. Новые поколения математиков будут смотреть на загадочные проблемы экономики как на бездонный источник вдохновения и привлекательную арену приложения и совершенствования своих безупречно строгих методов.

Вычисление победит гадание.

9 марта 2008 г.

Глава 11

Сибирский теплофизик

или три истории из жизни моего отца

«Наука в Сибири», № 28–29, июль 2004 г., с. 6.

Человек сам творит о себе память пока живёт. Для родных и близких Самсон Семёнович Кутателадзе (1914–1986) остался добрым, щедрым, благородным, красивым и умным человеком. Он украшал нашу жизнь самим фактом своего существования.

Однако память близких недолгая — она исчезает через несколько поколений. Праправнуки и прапраправнуки греются теплом собственных воспоминаний о других близких людях, которые сопутствовали им по жизни. Это движение любви и привязанности — одно из проявлений высшей справедливости и гармоничности бытия. Есть и другая память, овеществлённая и заключённая в том свершённом и содеянном, что человек передаёт следующим поколениям.

Что же оставил С. С. после себя другим? Здесь наряду с вкладом в науку как систему знаний и представлений нужно выделить и вклад в социальный институт отечественной науки.

Вклад в науку

Д. Гильберт в своём классическом докладе на Математическом конгрессе 1900 г. привёл следующие слова:

> Математическую теорию можно считать совершенной только тогда, когда ты сделал её настолько ясной, что берёшься изложить её содержание первому встречному.

Два достижения С. С. отвечают этому критерию — гидродинамическая теория кризисов кипения и теория относительных предельных законов пристенной турбулентности.

Первая теория решает задачу определения момента смены режимов кипения — перехода от знакомого всем пузырькового кипения в чайнике к кипению плёночному, которое мы видим при попадании капель жидкости на раскалённую плиту. При плёночном кипении поверхность нагрева плохо охлаждается и может разрушиться, что ведёт к авариям. Полезно помнить, что воду нагревают не только на теплоэлектростанциях, но и на атомных реакторах, в том числе на подводных лодках.

Процесс кризиса кипения физически чрезвычайно сложен. Двухфазность системы — пар и жидкость, нерегулярная форма пузырьков и случайный характер их образования существенно затрудняют точный анализ и описание процесса кипения. Долгие годы не было даже ясно, где образуются пузырьки — в микровпадинках или на микровыступах поверхности.

В статье «Гидромеханическая модель кризиса теплообмена в кипящей жидкости при свободной конвекции»[1] С. С. решил задачу кризиса кипения на основе парадоксальной гипотезы о том, что природа возникновения пара не имеет никакого значения. Кризис происходит тогда, когда газовая фаза уравновешивает фазу жидкую. Таким образом, при барботаже, то есть при продувании холодного газа через стенку можно наблюдать эффекты кризиса кипения. Теперь общеизвестно, что С. С. был прав. «Теория прогара Кутателадзе», как её называют на западе, и «критерий Кутателадзе» вошли в учебники и тезаурус мировой науки.

Основы второй теории были заложены С. С. в его работе «Влияние температурного фактора на дозвуковое турбулентное течение газа»[2]. Известно, что важнейшие характеристики турбулентного потока не допускают мало-мальски обозримых описаний даже в простейших модельных ситуациях, например, при турбулентном обтекании пластины. Однако если рассматривать отношение какого-либо

---

[1] Журн. техн. физ., Т. 20, № 11 (1950), 1389–1392.
[2] Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 1, 129–132 (1960).

важного параметра, например, коэффициента трения в произвольной задаче к этому же неизвестному коэффициенту в модельной задаче, то такое отношение часто стремится к конечному пределу при бесконечной турбулизации потока. Парадоксальность и значение этого замечательного наблюдения в том, что ничего подобного этой методике в общей теории уравнений с частными производными практически не разработано.

Таков по самому строгому «гамбургскому» счёту неоспоримый вклад С. С. в науку.

Самым же главным своим делом для развития отечественной науки С. С. считал участие в создании Института теплофизики. В рабочей биографии, написанной в 1981 г. для сотрудников, С. С. по понятным причинам не стал описывать все обстоятельства своего переезда в Новосибирск и назначения директором Института теплофизики. Сейчас все мыслимые сроки давности истекли и почти все основные участники событий уже покинули этот мир.

По совету учеников и соратников С. С. я решил раскрыть некоторые малоизвестные подробности, связанные с сибирским периодом его жизни.

Переезд в Новосибирск

С. С. родился 18 июля 1914 г. на даче под Петербургом в местечке, которое в то время относилось к Великому княжеству Финляндскому. С тех пор и до переезда в Новосибирск мы жили в Ленинграде.

Основным местом работы С. С. практически с самого начала трудовой деятельности был ЦКТИ — Центральный котлотурбинный институт им. И. И. Ползунова, который в 1930 годах назывался Ленинградским областным теплотехническим институтом. Из ЦКТИ С. С. был призван в армию в январе 1941 г. Воевал на Северном фронте, был ранен и демобилизован в августе 1945 г. В ЦКТИ у С. С. был большой коллектив сотрудников, много интересной и успешной работы. Однако в те годы у него не было ни учёных степеней, ни званий. Отсутствовал даже диплом о высшем образовании, хотя его первая книга «Основы теории теплопередачи при изменении агрегатного состояния вещества» вышла в свет ещё в 1939 г. Эти обстоятельства помогали недоброжелателям ставить С. С. палки в колеса.

В 1947 г. моя мама заставила С. С. заняться «карьерой». Он поступил в Ленинградский Заочный Индустриальный Институт. Окончил институт в 1950 г. с отличием и в том же году защитил кандидатскую диссертацию. Уже в 1952 г. он стал доктором наук.

В эти годы С. С. участвовал в ряде прикладных разработок, связанных с атомной программой. Особенно успешным был цикл его работ по жидкометаллическим теплоносителям. На второй Женевской конференции по мирному использованию атомной энергии С. С. был в числе авторов основного доклада от СССР. Исследования С. С. по гидродинамической теории кризисов кипения получили большой резонанс в мировой науке. Как водится, успехам сопутствуют зависть и недоброжелательство. Судьба С. С. не стала исключением.

В 1958 г. один из главных научных антагонистов С. С. выдвинул против него обвинения, во многом дезавуирующие работы С. С. К начатой кампании присоединились завистники помельче. Летом 1958 г. в ЦКТИ была создана комиссия по расследованию ошибок Физико-технического отдела, который возглавлял С. С. О её уровне можно судить по обвинению в идеализме за использование математических формализмов.

Инициатор дискуссии, член-корреспондент АН СССР Г. Н. Кружилин, порадовал С. С. и научную публику следующим перлом:

> Ссылки на прямой опыт в связи с теориями С. С. Кутателадзе вообще беспредметны... Хорошее совпадение опыта с теорией в этом случае свидетельствовало бы лишь об ошибках опытов.

Уже в Новосибирске в годы признания я подарил С. С. эту выдержку из материалов комиссии. Она долгие годы лежала под стеклом его письменного стола на работе как оберег, напоминающий о нравах отечественной науки...

За С. С. сразу же заступились многие люди и организации. Особенно высоко С. С. ставил письмо главного конструктора Кировского завода А. Старостенко, кончавшееся словами:

> С 1939 г. СКБ завода систематически пользуется консультацией С. С. Кутателадзе по всем вопросам, связанным с теплообменом. Необходимо сказать, что в результате этой связи С. С. Кутателадзе пользуется у завода безусловным доверием как крупный теоретик, прекрасный экспериментатор и человек с высоким чувством ответственности.

Хотя С. С. ощущал серьёзную поддержку со стороны, давление на него в ЦКТИ вышло далеко за рамки обычного. Страсти были накалены нешуточные.

В один из вечеров осени 1958 г. С. С. позвонил мне домой из Москвы. Спросил, поеду ли я с ним жить в Новосибирск. С. С. часто брал меня в различные поездки по стране и его предложение меня никак не удивило. Я сказал, что конечно поеду. «Ну и хорошо. Так и решим. Только пока маме не говори». Потом я узнал, что звонил он из Мозжинки после разговора с М. А. Лаврентьевым, который пригласил его на работу. С января 1959 г. С. С. был назначен заместителем директора во вновь организуемый Институт теплофизики Сибирского отделения АН СССР.

Так С. С. переехал в Новосибирск.

Назначение директором ИТФ

Первым директором Института теплофизики был И. И. Новиков, перешедший на работу в СО АН с поста ректора Московского инженерно-физического института. М. А. Лаврентьев связывал с И. И. Новиковым планы по развитию физико-технических исследований в системе Сибирского отделения. С 1958 по 1961 гг. И. И. Новиков работал также заместителем председателя СО АН СССР. В Институте теплофизики в те годы заместителем директора работал и П. Г. Стрелков, создавший отдел физики низких температур.

И. И. Новиков и П. Г. Стрелков видели будущее нового института несколько более камеральным, метрологическим и теоретическим, чем его представлял себе С. С. Поэтому на С. С. были возложены обязанности по проектированию института таким, каким он хотел его видеть — пилотным физико-техническим учреждением, высоко оснащенным мобильным перспективным оборудованием, позволяющим вести теоретические и экспериментальные работы по широкому кругу проблем гидрогазодинамики, энергетики, турбулентности и тепломассообмена. С. С. высоко ценил предоставленную ему И. И. Новиковым свободу действий.

Принципы проектирования Института теплофизики оправдали себя. Достаточно сказать, что именно в те годы были спроектированы и построены знаменитые не имевшие аналогов за рубежом вакуумные стенды, ставшие экспериментальной базой исследований школы А. К. Реброва, прошедшего на них путь от начинающего учёного до маститого академика.

Взгляды С. С. на работы физико-технического направления совпадали с воззрениями М. А. Лаврентьева. В 1961 г. М. А. Лаврентьев освободил И. И. Новикова от обязанностей своего заместителя по СО АН и стал предлагать С. С. занять пост директора Института. С. С. неоднократно отказывался, мотивируя это тем, что И. И. Новиков никаких обязательств перед ним не нарушает и не мешает С. С. проводить свою линию на развитие физико-технического направления в Институте. Вряд ли об этой благородной позиции С. С. было известно И. И. Новикову. Однако такое развитие событий не улучшало обстановки и отношений внутри Института.

В те годы выборы в АН имели более важное значение, чем сейчас. С. С. был приглашён в СО АН в конце 1958 г. после первых «льготных» выборов, на которых из ИТФ был избран И. И. Новиков. В 1960 г. был избран П. Г. Стрелков. У С. С. хватало недоброжелателей и в Москве, поэтому его неизбрание на положении в Институте особенно не отражалось.

На выборах 1964 г. С. С. был вновь выдвинут от Института. Однако при обсуждении на заседании московского отделения И. И. Новиков выступил с резкими неаргументированными нападками на научные работы С. С. Такое поведение директора — вещь чрезвычайная и требующая реакции.

С. С. вскоре после этого от руки написал короткую записку М. А. Лаврентьеву, в которой говорилось примерно следующее: «непорядочное поведение И. И. Новикова на выборах делает невозможной мою совместную работу с ним. Однако это не означает, что я намерен покинуть Сибирское отделение и приглашённых мною сотрудников». Эта записка означала согласие на предложение М. А. Лаврентьева занять пост директора Института теплофизики.

И. И. Новикову с его ведома стали подыскивать новое достойное место работы в каком-то метрологическом ведомстве. Вопрос был уже в принципе решен к осени 1964 г. Ждали формального назначения И. И. Новикова на новую должность. В дело неожиданно вмешались политические процессы в руководстве СССР. 14 октября 1964 г. был снят со своих постов Н. С. Хрущёв. Многие знали о приязни, которую Н. С. Хрущёв испытывал к М. А. Лаврентьеву со времён совместной работы на Украине. Бытовало мнение, что со снятием Н. С. Хрущёва будет освобожден и М. А. Лаврентьев. Не все знали, что к тому времени отношения Н. С. Хрущёва и М. А. Лаврентьева уже были сильно и окончательно подорваны.

14 октября И. И. Новиков созвал Учёный совет ИТФ и попытался поставить вопрос о сохранении своих позиций в Институте. Во время заседания совета технические работники распространили официальную телеграмму об освобождении И. И. Новикова в связи с переходом на другую работу. Совет пришлось заканчивать ничем. Всё произошло как в каком-нибудь дурном советском киноштампе на производственную тему.

Так С. С. стал директором Института теплофизики.

Звезда героя

Летом 1984 г. С. С. исполнялось 70 лет. В то время такие даты отмечались правительственными наградами. Инициатива в награждении должна была исходить из Президиума Сибирского отделения. У С. С. были там недоброжелатели, ставившие ему в вину товарищество с математиками первого призыва, с которыми у В. А. Коптюга сложились натянутые отношения. В 1983 г. С. Л. Соболев к своему 75-летию был представлен руководством СО АН к Почётной грамоте Президиума Верховного Совета РСФСР. Никогда раньше ничего подобного с академиками ранга Соболева не делалось. Понятно, что такое награждение было воспринято многими, и в том числе самим Сергеем Львовичем, как малоприличный выпад против одного из основателей Сибирского отделения.

В. А. Коптюг всегда с большой теплотой относился к С. С., но в этот раз он поддался на аргументы наушников, среди которых фигурировало и недавнее награждение С. С. вторым орденом Ленина. С. С. был представлен СО АН к той же грамоте, что и Соболев, с мотивировкой в стиле «раз Соболеву можно, то и Кутателадзе тем более можно». Уже после присвоения С. С. звания Героя тогдашний секретарь обкома рассказал, что их несказанно удивило это решение Президиума СО АН и они с ним не согласились. Максимум до чего додумались в обкоме, по его словам, было представить С. С. к внеочередному ордену Трудового Красного Знамени.

С. С. про эти перипетии ничего не знал, так как всегда уклонялся от участия в какой-либо саморекламе и самопродвижении, довольно типичными для тех времен. Однако происходившей несправедливостью были возмущены ученики С. С. и прежде всего первый сибирский аспирант С. С., будущий академик В. Е. Накоряков. Он с командой проехал по союзным оборонным министерствам, где С. С. хорошо знали и ценили за многолетнее и продуктивное сотрудничество. Руководство этих министерств и вышло в Кремль с представлением С. С. к званию Героя Социалистического Труда. Вскоре к этой инициативе присоединилось академическое и партийное начальство в Сибири.

Торжественное заседание, посвящённое 70-летию С. С., проходило в день его рождения 18 июля в Большом зале Дома учёных в Новосибирском академгородке. В те годы указы о награждении выходили своевременно, однако с утра в газетах ничего не было. Дело в том, что тогдашние первые лица государства были преклонного возраста, болели и часто сменялись. Процедура подписи документов в аппарате К. У. Черненко пробуксовывала.

Вечером в Доме учёных Сибирского отделения состоялся большой банкет для участников юбилейной теплофизической конференции. Тамадой был ученик и соавтор С. С., будущий академик Александр Иванович Леонтьев.

Из отечественных учёных только С. С. (в 1969 г.) и Леонтьев (в 1998 г.) были удостоены высшей международной награды в области теплообмена — мемориальной медали им. Макса Якоба, присуждаемой ежегодно Американским обществом инженеров-механиков и Американским обществом инженеров-химиков.

Празднование проходило тепло и весело, было множество приятных гостей и тостов. Между делом я обратил внимание на необычную нервозность Коптюга. Он часто выходил из-за стола и убегал куда-то в глубину здания. Без десяти девять, возвращаясь в очередной раз, он наклонился ко мне и сказал: «Всё — только что указ подписан и будет оглашён в программе „Время“».

Ровно в девять Валентин Афанасьевич попросил слова и сообщил присутствующим о присвоении С. С. звания Героя Социалистического Труда. Всем было очень радостно и хорошо.

Так С. С. стал героем труда.

8 марта 2004 г.

Глава 12

Последний разговор с Ладыженской

11 января 2004 г. в 15 часов в здании Международного математического института им. Л. Эйлера в Санкт-Петербурге должно было начаться мемориальное заседание, посвящённое Л. В. Канторовичу. Мероприятие проходило в рамках конференции «Kantorovich Memorial. Mathematics and Economics: Old Problems and New Approaches». Выступить могли все желающие, но в числе объявленных в программе лиц были указаны А. М. Вершик, С. П. Новиков и С. С. Кутателадзе. Я приехал на Песочную набережную за полчаса до начала.

В фойе старинного особняка, где размешается Институт Эйлера, ко мне подошла Д. А. Медведева — дочь А. Д. Александрова — и передала просьбу Ольги Александровны Ладыженской связаться с ней до 17 часов, так как О. А. улетает завтра рано утром. В уголочке одного из холлов за столиком сидела Н. Н. Уральцева, обсуждавшая с кем-то из молодёжи какой-то математический вопрос. Нина Николаевна подсказала мне текущий номер О. А.

Я тут же набрал номер — мне немедленно ответила сама О. А. Сказала, что завтра улетает в Америку и хочет обсудить со мной подготовку к печати собрания сочинений А. Д. Александрова. Редакторами этого издания были назначены О. А. Ладыженская и Ю. Г. Решетняк. О. А. рассказала о своих усилиях по обеспечению финансирования проекта, отметила большую помощь И. А. Лаврова в этом деле. В свою очередь, я рассказал О. А. последние московские новости, сообщенные мне недавно И. А. Лавровым, и состояние дел с редподготовкой трудов в Сибири. О. А. подчеркнула, что в беседах с начальством добивалась, чтобы все средства направлялись по возможности прямо в Новосибирск. Выражала недовольство А. Шусторовичем и ситуацией вокруг МАИК Наука. Её особенно беспокоила организация самого тщательного редактирования работ А. Д. Александрова по дифференциальным уравнениям. О. А. попросила меня передать её просьбу Н. Н. Уральцевой заняться этим, что было мною немедленно исполнено, ибо разговор шёл в присутствии Нины Николаевны. Я также спросил О. А., получила ли она мой доклад о Соболеве и Шварце. В. И. Арнольд написал мне недавно, что мои воззрения на Н. М. Гюнтера совпадают с воззрениями О. А., а у него есть иные соображения. Мне хотелось расспросить О. А. о Н. М. Гюнтере поподробнее. Но О. А. ответила, что сейчас, к сожалению, ничего не может читать физически по причине слабого зрения (в Америке она собиралась заняться глазами), и мы договорились обсудить эту тему позже при подходящем случае.

О. А. почему-то очень беспокоилась о здоровье Ю. Г. Решетняка — я её успокоил как мог. Передала приветы Ю. Г. Решетняку и всем сибирским знакомым. Я пожелал ей счастливого пути. Законченный разговор был мне весьма приятен — голос О. А. был обычным, бодрым, с её привычными тёплыми интонациями. О. А., с которой мы знакомы около сорока лет, всегда называла меня сокращённым именем — таких людей в моей жизни осталось совсем мало. Любая беседа с О. А. для меня поэтому неизменно была окрашена ощущениями юности. Так происходило и в этот раз. Я и предположить не мог, что этот раз был самым последним...

На следующий день утром я приехал в ПОМИ на Фонтанку — вчерашним вечером организаторы попросили меня дополнительно выступить в конце церемонии закрытия конференции. По дороге моя маршрутка попала в пробку, я несколько опаздывал, нервничал и забыл в метро препринт своего доклада «The Path and Space of Kantorovich». В ПОМИ я подошёл к А. М. Вершику и С. П. Новикову раздобыть копию доклада и узнал трагическую новость. В ночь на 12 января сердце Ольги Александровны тихо остановилось.

Мир потерял одну из самых выдающихся женщин в истории науки. Закончилась математическая эпоха петербургских гигантов XX века...

12 января 2004 г.

Глава 13

Корни дела Лузина

Сибирский журн. индустр. мат., Т. 10, № 2, 85–92 (2007).

Николай Николаевич Лузин (1883–1950) — один из основоположников московской математической школы.

Среди его учеников академики П. С. Александров (1896–1982), А. Н. Колмогоров (1903–1987), М. А. Лаврентьев (1900–1980), П. С. Новиков (1901–1975); члены-корреспонденты Л. А. Люстерник (1899–1981), А. А. Ляпунов (1911–1973), Д. Е. Меньшов (1892–1988), А. Я. Хинчин (1894–1959), Л. Г. Шнирельман (1905–1938) и многие другие математики.

В развитии математических исследований в Сибири выдающуюся роль сыграли прямые ученики Лузина М. А. Лаврентьев и А. А. Ляпунов, а также ученики А. Н. Колмогорова академики А. И. Мальцев (1909–1967) и А. А. Боровков.

Дело против Лузина

В 1999 г. по математическому миру России прошло цунами — в книге [1] впервые были полностью приведены сохранившиеся с 1936 г. в архивах канцелярии стенограммы заседаний печально известной чрезвычайной Комиссии Академии наук СССР по делу академика Лузина.

Вскоре в США вышла в свет работа [2], отразившая восприятия очевидца математических событий той поры в СССР профессора Г. Г. Лоренца (1910–2006)[1].

Комиссия «для разбора дела ак[адемика] Лузина» была создана Президиумом Академии наук СССР по следам статьи «О врагах в советской маске», появившейся в газете «Правда» 3 июля 1936 г. В этой статье Лузин обвинён во всех мыслимых для учёного грехах и нарисован врагом, сочетающим «моральную нечистоплотность и научную недобросовестность с затаенной враждой, ненавистью ко всему советскому». Он печатает «якобы научные статьи», «не стесняется выдавать за свои достижения открытия своих учеников», он недалёк от черносотенства, православия и самодержавия, «может быть, чуть-чуть фашистски модернизированных».

Про статью в «Правде» и разгром «лузинщины» хорошо знали все учёные старшего поколения. Из вновь опубликованных архивных материалов всем стало ясно, что активными участниками политической травли Лузина выступили некоторые его ученики. Главную роль при этом играл П. С. Александров, глава московской топологической школы.

Активное участие в заседаниях принимали А. Н. Колмогоров, Л. А. Люстерник, А. Я. Хинчин, Л. Г. Шнирельман.

Политическое нападение на Лузина энергично поддержали члены Комиссии С. Л. Соболев (1907–1989) и О. Ю. Шмидт (1891–1956). В защиту Лузина отважно выступали А. Н. Крылов (1863–1945) и С. Н. Бернштейн (1880–1968).

Последний пункт официального заключения Комиссии гласил: «Всё изложенное выше, резюмирующее многочисленный фактический материал, имеющийся в Академии наук, полностью подтверждает характеристику, данную Н. Н. Лузину в газете „Правда“».

Все участники описанных событий 1936 г. покинули этот мир. По всей видимости, они не знали о том, что стенограммы заседаний полностью сохранились. Сейчас нам доподлинно во многих деталях известно происходившее как на Комиссии, так и вокруг неё.

Математический мир очень болезненно переживает и переосмысливает роль учеников Лузина в организации его политической казни.

---

[1] Я признателен профессору В. Люксембургу, обратившему моё внимание на пропуск в предварительном варианте этой статье ссылки на работу [2].

Роль учеников Лузина

В публичной травле Лузина не замечены ни П. С. Новиков, ни М. А. Лаврентьев (хотя оба фигурировали на Комиссии в числе обкраденных Лузиным). Теперь становится понятным, почему к 90-летию Лузина статью о нём для «Успехов математических наук» М. А. Лаврентьев написал единолично и включил в свою книгу общенаучных публикаций [4]. Он же возглавил редакционную коллегию трудов Лузина, изданных по решению АН СССР уже после кончины Лузина к 70-летию со дня его рождения. Ни П. С. Александров, ни А. Н. Колмогоров в эту редколлегию не вошли.

Разъяснения своих отношений с Лузиным, которые при жизни оставили П. С. Александров и А. Н. Колмогоров, по сути, одинаковы. Высказанные ими суждения по сей день в той или иной форме разделяются их многочисленными учениками. Подчёркивается, что Лузин был не таким значительным математиком, как затравившие его ученики. Лузину особо настойчиво инкриминируется некоторая моральная вина в ранней смерти М. Я. Суслина (1894–1919) от тифа. Нередко говорят, что Лузин сам виноват во всех своих бедах, хотя бы отчасти. Он получил по заслугам, а если и не только по заслугам, то не от учеников, а от сталинщины или времени. Это суждение разделяют не только пожилые, но и многие молодые люди. В лучшем случае, они с сожалением считают дело Лузина общей трагедией всех его участников.

Между тем надо отличать личную трагедию Лузина от трагедии не только московской, но и всей отечественной математики. Сами ученики Лузина, участвовавшие в травле своего учителя, вовсе не считали свою судьбу трагичной.

В своих воспоминаниях П. С. Александров писал [5]: «Узнав Лузина в эти самые ранние творческие его годы, я узнал действительно вдохновенного учёного и учителя, жившего только наукой и только для неё. Я узнал человека, жившего в сфере высших человеческих духовных ценностей, в сфере, куда не проникает никакой тлетворный дух. Выйдя из этой сферы (а Лузин потом вышел из неё), человек неизбежно подпадает под власть тех сил, о которых Гёте сказал:

> Ihr führt in’s Leben uns hinein,
> Ihr lasst den Armen Schuldig werden
> Dann überlasst Ihr ihn der Pein,
> Denn jede Schuld rächt sich auf Erden.

Вы вводите нас в жизнь,
Вы делаете беднягу виновным.
Потом вы предаёте его на муку,
Потому что на земле отмщается всякая вина.[2]

Лузин в последние годы своей жизни до дна испил горькую чашу отмщения, о котором говорит Гёте».

Стоит отметить, что А. Я. Хинчин, враждебно относившийся к Лузину, так комментировал обвинения в доведении М. Я. Суслина до смерти [6]: «Суслина называют учеником Н. Н. Лузина, загубленным Н. Н. Ну, когда человек умирает от сыпного тифа, то это слишком резкое выражение. Ведь он мог заболеть сыпным тифом и в Иванове. Но общее мнение таково, что из Иванова Н. Н. выжил Суслина. Однако самый перевод из Москвы в Иваново я считаю услугой, оказанной Суслину Н. Н., тогда ещё не враждебно настроенному по отношению к Лузину».

Диктуя свои воспоминания о П. С. Александрове, А. Н. Колмогоров сказал в 1982 г. [7]: «Вся моя жизнь в целом оказалась преисполненной счастья». Ни он, ни П. С. Александров, ни другие участники травли Лузина не считали дело Лузина общей с Лузиным трагедией. Они были правы в таком суждении, но совсем не по тем причинам, что декларировали.

Если у Лузина и была вина, она лежала в сфере камеральных математических отношений учитель-ученик. Сколь-либо убедительных доказательств плагиаризма Лузина не предъявлено. Инкриминируемые ему обвинения в приписывании А. Лебегу (1875–1941) или присвоении себе результатов М. Я. Суслина шиты белыми нитками и грубо натянуты.

Как доказательство научной недобросовестности Лузина фигурировал и тот факт, что Лузин якобы из низкопоклонства и лести аттрибутировал А. Лебегу свой собственный метод решета. Сам же А. Лебег писал в предисловии к книге Лузина: «Всякий, вероятно,

[2] П. С. Александров цитирует стихотворение *Harfenspieler*, датированное 1795 г., и даёт его подстрочный перевод. Известен перевод этих строк, принадлежащий Ф. И. Тютчеву:

Они нас в бытие манят —
Заводят слабость в преступленья —
И после муками казнят:
Нет на Земле проступка без отмщенья!

удивится, когда узнает, читая Лузина, что я, между прочим, изобрел метод решета и первым построил аналитическое множество. Никто, однако, не удивится так, как я. Г-н Лузин лишь тогда бывает совершенно счастлив, когда ему удаётся приписать собственные открытия кому-либо другому» [8]. Ученики были явно «святее папы»[3].

Легко допустить подлинную или кажущуюся несправедливость и предвзятость Лузина в цитировании учеников и подлинную или мнимую слабость Лузина в преодолении математических трудностей. Можно признать двуличие в решении не голосовать за П. С. Александрова на академических выборах вопреки личному письму к А. Н. Колмогорову о поддержке П. С. Александрова. Но разве в этом есть из ряда вон выходящее или нетипичное для академических нравов? Разве из этого что-то серьёзное или трагическое следует? Разве в этом суть дела Лузина?

Давно известно свидетельство выдающегося польского математика В. Серпинского (1882–1969), объявленного «махровым черносотенцем» на заседаниях Комиссии по делу Лузина: «В своём письме от 27 июля 1935 г. — то есть вот уже год назад — г-н Лузин писал: „Возвращаясь теперь к очень трудной для меня самозащите по поводу приписывания Суслину тех результатов, на которые он не имел никакого права и которых у него даже в мыслях не было, я должен сказать, что эта самозащита спровоцирована очень большой и совершенно реальной опасностью. Г-н Александров имеет виды войти в Академию наук в качестве действительного члена, сместив меня. С этой целью он требует пересмотра моих работ, заявляя, что я не имею права быть членом Академии, поскольку мои идеи все украде-

[3] Вот фрагмент стенограммы от 13 июля 1936 г. [1, с. 196–197]:

Александров. Что касается низкопоклонства, то я предлагаю тут сказать устами самого Лебега (читает по-французски). По этому поводу я имею объяснения, которые я готов мотивировать как угодно. Вот эта «странная мания», я бы сказал, — глубоко продуманная идея. Он приписывает Лебегу свои вещи, приписывает столь нелепым образом. Ни один разумный человек не станет их приписывать Лебегу. Но этим он создаёт себе репутацию человека, который даже свои идеи приписывает другому, и когда дело идёт о его собственных учениках, то он под этой ширмой присваивает себе их вещи.

Люстерник. Эта защита была как раз на нашем собрании, в нашем Институте, явно им инспирированная защита, именно на этом основании: как это Н. Н. присваивает чужие результаты, если даже Лебег о нём так пишет?

Александров. Это низкопоклонная система, потому что в научных кругах не принято приписывать своих результатов другим. Так что здесь мы имеем, с одной стороны, угодливость перед Лебегом, а с другой стороны, создание ширмы, которая позволяет ему действовать таким образом.

ны у Суслина. Такой пересмотр вполне возможен и реален“. Когда я был в Москве, в сентябре 1935 г. г-н Александров заверил меня, что опасения Лузина — чисто мнимые и что он очень уважает Лузина, своего бывшего учителя. В моём присутствии Александров протянул руку Лузину и объявил, что всегда будет его другом» [9].

Разве притворное примирение П. С. Александрова с Лузиным, которое описывает В. Серпинский и от которого потом П. С. Александров публично открещивается, никак не похоже на отказ Лузина поддерживать П. С. Александрова при выборах в академики? Считается, что именно за этот поступок А. Н. Колмогоров в 1946 г. дал публичную пощёчину Лузину. Лузин на двадцать лет старше А. Н. Колмогорова. Лузин — учитель А. Н. Колмогорова, с которого не сняты политические обвинения, навешенные при участии П. С. Александрова и А. Н. Колмогорова. Лузин был «прощён» и принят на даче у А. Н. Колмогорова и П. С. Александрова перед выборами[4]. Разве кто-то из участников встречи в Комаровке не помнил главного — Лузин повержен и должен подчиняться благородным победителям? Разве это не видно теперь? Разве можно ставить внутринаучные отношения и, допустим, некорректное поведение Лузина и даже его плагиат, в один ряд с обвинениями во вредительстве и антисоветчине? Горькие и тяжёлые вопросы...

Заключая заседание 13 июля 1936 г., председатель Комиссии академик Г. М. Кржижановский (1872–1959) сказал, в частности: «А затем нам нужно подумать о следующем. Осенью будут выборы, и нам дают понять, что нужно будет выбрать 30 новых академиков и 60 новых членов-корреспондентов. Нам нужно освежить состав, и Вы должны подумать к сентябрьской сессии — кого Вы рекомендуете ввести в состав членов-корреспондентов и академиков. Это будет самый лучший результат работы Комиссии».

[4]Л. С. Понтрягин пишет 24 декабря 1946 г. [13, Письмо № 49]: «Лузин стал надеждой Пусиков, он был ими приглашён в Комаровку и обещал поддержку. Однако на окончательном закрытом совещании выступил против Александрова. По выходе с этого совещания совершенно расстроенный и обозлённый Колмогоров подошёл к Лузину и сказал, что не может теперь иметь с ним ничего общего. Лузин же сделал вид, что ничего не понимает, и стал говорить так: „Голубчик, успокойтесь, да что с Вами, да Вы больны, успокойтесь“. Вот это нужно было рассказывать с выражением. Колмогоров тогда сказал ему: „Ну что же мне с Вами делать, в физиономию Вам плюнуть или по морде дать?“ Подумав, он решился на последнее». Выборы в 1946 г. состоялись 30 ноября. По Отделению физико-математических наук на вакансии академиков по специальности «математика» были избраны М. А. Лаврентьев и И. Г. Петровский (1901–1973).

В 1936 г. выборы в Академию не были проведены. Большие выборы состоялись только 29 января 1939 г. (см. [14, № 241 и № 242]). По Отделению математических и естественных наук академиками были избраны А. Н. Колмогоров и С. Л. Соболев, а членами-корреспондентами А. О. Гельфонд (1906–1968), Л. С. Понтрягин (1908–1988) и А. Я. Хинчин.

Реакция современников на дело Лузина

Моральные обвинения против Лузина мало обоснованы. То, что сейчас предъявляется как доказательства, таковыми не были даже в то время ни для П. Л. Капицы (1894–1984), ни для В. И. Вернадского (1863–1945), ни для А. Данжуа (1884–1974), ни для А. Лебега, ни для многих других людей, достигших зрелого возраста.

Возражения П. Л. Капицы сформулированы 6 июля в письме Председателю Совета Народных Комиссаров СССР В. М. Молотову.

На следующий день В. И. Вернадский пишет в своих дневниках: «Письма Лузину, Чаплыгину и Ферсману о нём. Многие принимают как доказанную эту клевету и инсинуации. М[ожет] б[ыть], он [нужен] за границей, а не здесь. Боюсь, что эта безобразная статья сильно на него подействует. Много разговоров и много впечатлений». В тот же день им послано письмо на имя члена Комиссии академика А. Е. Ферсмана (1883–1945), в котором В. И. Вернадский пишет: «Я думаю, что подобная история может оказаться, в конце концов, гибельной для Академии, если она приведёт к удалению Н. Н. [Лузина] из Академии или чему-нибудь подобному. Мы покатимся вниз по наклонной плоскости» [10].

Вот письмо от 5 августа 1936 г. А. Лебега, избранного в 1929 г. за выдающийся вклад в математику в Академию наук СССР. Великий Лебег, автор того самого «интеграла Лебега», без которого нет современной математики, взбешён до крайности и пишет: «Вы увидите, что нападки на Лузина с целью его изгнания и освобождения места для Александрова, начались не вчера. Вы увидите там, что меня уже приписали к этому, противопоставляя „мою“ науку, буржуазную и бесполезную, analysis situs [топологии], пролетарской и полезной науке. Потому что первая была наукой Лузина, а вторая — наукой Александрова. Что любопытно, так это то, что Александров исходит, как это делал Урысон, бумаги которого унаследовал Александров, из той же отправной точки, которая была и моей. Только с той разницей, что Урысон ссылался на меня, а Александров больше на меня не ссылается, так как он теперь должен плохо отзываться обо мне в своей борьбе против Лузина!» [9].

А вот ещё одно свидетельство Серпинского: «я придерживаюсь того мнения и того же мнения мои польские коллеги, что присутствие господ Александрова, Хинчина, Колмогорова, Шнирельмана, которые самым нечестным образом выступили против своего бывшего учителя и ложно обвинили его, — нельзя терпеть ни в каком собрании честных людей» [9].

Метод политических обвинений и клеветы был использован против старой московской профессуры много раньше статьи в «Правде». В декларации «инициативной группы» Московского математического общества от 21 ноября 1930 г. в составе Л. А. Люстерника, Л. Г. Шнирельмана, А. О. Гельфонда, Л. С. Понтрягина указано, что «в среде математиков выявились активные контрреволюционеры» [6].

Некоторые были названы, например, учитель Лузина Д. Ф. Егоров (1869–1931). Незадолго до того Д. Ф. Егоров был арестован. Лузин счёл за благо покинуть университет (в чём потом был также обвинён учениками).

В своём жизнеописании, датируемом концом 1970 годов, Л. С. Понтрягин отмечал [11]: «Два моих выступления — в 1936 году по поводу Лузина и в 1939 году по поводу выборов — являлись важными этапами становления меня как общественного деятеля. В моём понимании оба они были борьбой за правое дело».

Как не сочетается это с позицией Лузина, который уже после дикой декларации с участием А. О. Гельфонда пишет в своём письме 1934 г. Л. В. Канторовичу (1912–1986), что при выборах в члены-корреспонденты Академии наук по Москве будет «стоять за Гельфонда, сделавшего недавно гениальное открытие» [12].

В 1936 г. по стране прокатилась широкая кампания осуждения Лузина и «лузинщины» [15, с. 757–767]. К счастью, Лузин не был ни репрессирован, ни исключён из Академии. По мнению некоторых историков, на сей счёт последовало устное указание И. В. Сталина. Однако ярлык врага в советской маске Лузин носил 14 лет до самой смерти. Изуверство, учинённое над Лузиным, не идёт ни в какое сравнение с предъявленными ему этическими претензиями.

Математические корни дела Лузина

Очевидны людские страсти и заблуждения — любовь и ненависть, зависть и восхищение, тщеславие и скромность, бескорыстие и карьеризм, ставшие внутренними пружинами трагедии отечественной математики в тридцатых годах прошлого столетия. Но были ли у этой трагедии математические причины? Некоторые корни такого рода бросаются в глаза.

Нам дарован чудесный мир, обладающий бесспорным свойством единственности. Уникальность сущего воспринималась нашими пращурами как безусловное доказательство единственности мира. Именно этим обстоятельством можно объяснить неустанные многовековые попытки доказательства пятого постулата Евклида. На том же основано и общее желание найти единственное наилучшее решение любой человеческой проблемы.

Математика никогда не могла освободить себя от тенёт экспериментальности. И дело не просто в том, что мы до сих пор завершаем математическое доказательство ссылкой на очевидность. Живы и весьма популярны воззрения на математику как на набор технических средств естествознания. Такие взгляды можно выразить лозунгом «математика — это экспериментальная теоретическая физика». Не менее распространено и двойственное суждение: «теоретическая физика — это экспериментальная математика».

Наше краткое отступление подчёркивает тесную взаимосвязь течения мысли в математике и естественных науках.

Стоит отметить, что до́гматы веры и принципы теологии также нашли хорошее отражение в истории математических теорий. Вариационное исчисление было изобретено в поисках лучшего понимания принципов механики, основанных на религиозных воззрениях об универсальной красоте и гармонии акта творения.

XX век отмечен важным изменением в содержании математики. Математические идеи впитались в гуманитарную сферу и, прежде всего, в политику, социологию и экономику. Общественные явления принципиально изменчивы и обладают высокой степенью неопределённости.

Экономические процессы связаны с широким диапазоном возможных способов организации и управления производства. Яснее ясного природа неединственности в экономике: подлинные интересы различных людей не могут не противоречить друг другу. Единственное решение — это оксюморон в любой мало-мальски нетривиальной проблеме экономики, связанной с распределением благ между многими агентами.

Далеко не случайно то, что социальные науки и другие проявления гуманитарной ментальности связаны с многочисленными гипотезами, касающимися наилучшей организации производства и потребления, наиболее справедливой и правильной социальной структурой, с кодификацией рационального поведения и моральных принципов, et cetera.

Двадцатое столетие стало веком свободы. Плюрализм и единственность противостояли друг другу как коллективизм и индивидуализм. Многие конкретные проявления жизни и культуры отражают такие различия. Ликвидация монархизма и тирании сопровождалась подъёмом парламентаризма и демократии. Квантовая механика и принцип неопределённости Гейзенберга воплотили плюрализм в физике. Стоит вспомнить волны модернизма в поэзии и живописи. Человечество изменило все пределы своего обитания и мечты.

Поиск плюрализма в математике привел к отказу от всеобщего давления единственности и категоричности. Последние идеи практически отсутствовали или были периферийными в Древней Греции. Они воспряли с расцветом абсолютизма и христианства. Г. Кантор (1845–1918) стал предвестником грозных перемен, заявив, что «сущность математики заключена в её свободе». Как это ни парадоксально, воскрешение свободы изгнало математиков из канторова рая.

Сегодня мы привыкли к неразрешимости или алгоритмической неразрешимости многих проблем. Для нас не составляет большой сложности принять нестандартные модели и разные версии модальной логики. Нас не смущает неразрешимость проблемы континуума в рамках теории множеств Цермело — Френкеля. Какими бы элементарными не казались эти взгляды сегодня, они представлялись совершенно оппортунистическими и противоречивыми во времена Лузина.

Успешные прорывы в науке, осуществлённые великими учениками Лузина, были основаны на отказе от его математических идей. Таково психологическое, отчасти фрейдистское обоснование дела Лузина. Его одарённые ученики чувствовали необходимость освобождения от дескрипции и сопутствующих чудесных, но неосуществимых мечтаний Лузина с целью достижения математической свободы. Ученики пошли по ложному пути и сознательно или бессознательно трансформировали благородное стремление к свободе в примитивные ненависть и жестокость. Подобное преобразование было и остаётся пунктиком и хобби людей веками.

Ужасно и нестерпимо легкомысленное всеобщее удовольствие, состоящее в возложении на Лузина вины за преступления в математике, которые он вряд ли совершал, с едва скрытым намерением отомстить Лузину за его мнимые и подлинные личные грехи. Стоит понять, что идеи дескрипции, финитизма, интуиционизма и других подобных героических предприятий начала XX века по поиску единственного верного и последнего обоснования были неизбежны на пути освобождения математики от иллюзий категоричности. Коллапс вечной единственности и абсолютизма стал триумфом и трагедией математических идей первых двух десятилетий прошлого века. Расцвет творческих идей учеников Лузина проистекал отчасти из его математических иллюзий в дескрипции.

Борьба против Лузина имела математические корни, которые было невозможно извлечь и объяснить в то время. Теперь мы ясно видим, что эпоха теории вероятностей, функционального анализа, обобщённых функций и топологии началась тогда, когда идея единственного последнего обоснования была разрушена раз и навсегда. К. Гёдель (1906–1978) указал некоторые особенности мышления, объясняющие данный феномен, но совершенные математики чувствовали их, руководствуясь врождённой интуицией и вызовами разума.

Трагедия математики в России состоит в том, что благородное стремление к свободе породило политическое изуверство гигантов науки, облачённых в рясы Торквемады.

Некоторые уроки

История и ушедшие люди неподсудны. Учёные и просто люди обязаны констатировать факты. Не осуждать ушедших, а спокойно и прямо указывать на то, что было. Разъяснять молодым отличие моральных обвинений от политических инсинуаций и клеветы. Объяснять трудность и необходимость исправления ошибок и покаяния. Показывать, как легко прощать себя и винить других.

Мы обязаны формировать в себе и передавать другим объективный взгляд на прошлое. На его успехи и трагедии. С любовью и сомнениями, с пониманием несчастной нашей судьбы и с честью объективности. Осуждать и исправлять стоит, прежде всего, собственные ошибки и промахи. Ещё в Древнем Риме понимали, что о мёртвых пристало либо ничего не говорить, либо говорить хорошее. Факты мёртвыми не бывают. Лузина осудили и Московское математическое общество, и Академия наук — эти научные институты живы.

Любые попытки увидеть нравственное в безнравственном прошлом опасны тем, что эту самую безнравственность и питают, создавая ей комфортную среду в настоящем и будущем. Свойство быть учёным по убеждениям — разрывная функция времени. Злодейство и гений вполне уживаются в различные моменты. Математика не прививает нравственность. Рукописи не горят...

Литература

[1] Демидов С. С., Левшин Б. В. (Отв. ред.), Дело академика Николая Николаевича Лузина. Санкт-Петербург: Русский христианский гуманитарный институт (1999).

[2] Lorentz G. G., Mathematics and politics in the Soviet Union from 1928 to 1953. J. Approx. Th., **116** (2002), 169–223.

[3] Лаврентьев М. А., Николай Николаевич Лузин (к 90-летию со дня рождения). Успехи мат. наук, Т. 29, вып. 5, 177–182 (1974).

[4] Лаврентьев М. А., Наука. Технический прогресс. Кадры. Новосибирск: Наука (1980).

[5] Александров П. С., Страницы автобиографии. Успехи мат. наук, Т. 34, вып. 6, 219–249 (1979).

[6] Юшкевич А. П., «Дело» академика Н. Н. Лузина. В кн.: Репрессированная наука, Л.: Наука (1991), 377–394.

[7] Тихомиров В. М., Андрей Николаевич Колмогоров. М.: Наука (2006).

[8] Лебег А., Предисловие к книге Н. Н. Лузина «Лекции об аналитических множествах и их приложениях». Успехи мат. наук, Т. 40, вып. 3, 9–14 (1985).

[9] Дюгак П., «Дело» Лузина и французские математики. Историко-математические исследования, 5(40) (2000), 119–142.

[10] Вернадский В. И., Дневники. 1935–1941. Книга 1. 1935–1938. М.: Наука (2006).

[11] Понтрягин Л. С., Жизнеописание Льва Семёновича Понтрягина, математика, составленное им самим. Рождения 1908, г. Москва. М.; ИЧП «Прима В» (1998).

[12] Решетняк Ю. Г., Кутателадзе С. С., Письмо Н. Н. Лузина Л. В. Канторовичу. Вестник РАН, Т. 72, № 8 (2002), 740–742.

[13] Гордон Е. И., Письма Л. С. Понтрягина И. И. Гордону. Историко-математические исследования, 9(44) (2005), 27–208.

[14] Есаков В. Д. (Сост.), Академия наук в решениях Политбюро ЦК РКП(б)–ВКП(б)–КПСС. 1922–1952. Российская политическая энциклопедия (2000).

[15] Колчинский Э. И., Наука и консолидация советской системы в предвоенные годы. Наука и кризисы. Историко-сравнительные очерки. Санкт-Петербург: «Дмитрий Булавин» (2003), 728–781.

23 апреля 2007 г.

Глава 14

Учитель и ученик

«Наука в Сибири», № 47, 4 декабря 2008 г., с. 3.

Учителем Михаила Алексеевича Лаврентьева был Николай Николаевич Лузин (1883–1950), юбилейная дата рождения которого приходится на 9 декабря. Лаврентьев — великая фигура для каждого сотрудника Сибирского отделения. Помнить и почитать Лаврентьева, не зная и не понимая Лузина, невозможно.

«Нет учёного без ученика» — этот афоризм был среди любимых тезисов Лаврентьева и часто звучал со всех трибун в героические времена становления Сибирского отделения.

Лаврентьев был математиком. Математика сродни лингвистике, поэтому в каждом настоящем математике сидит некоторая доля буквоедства. Удивителен наш русский язык: ученик, учитель, ум, наука — слова, имеющие общее лексическое значение, что отличает их от английских эквивалентов teacher, pupil, mind, science. Язык не только инструмент общения, но и слепок духовной культуры несущих его народов. Родной язык формирует личность и определяет мировоззрение. Человек во многом таков, каковы его мысль и речь.

Тезис Лаврентьева много глубже положения о том, что каждый учёный должен быть педагогом. Каждый учёный одновременно и ученик, и учитель. Понятия «учёный» и «ученик» неразрывны и дополняют друг друга. В нашем языке отражена форма существования науки как последовательной цепи сменяющих друг друга учителей-учеников.

Лузин принадлежит к числу наиболее выдающихся деятелей русской культуры. Отечественная математическая школа ведёт свою родословную от Эйлера. После создания Московского университета в России со временем стали выделяться московская и петербургская математические ветви развития. Сейчас принято говорить об одноименных математических школах. Нет сомнений в том, что Лузин и Колмогоров — такие же исключительные фигуры для московской математической школы, как Лаврентьев и Соболев для математики в Сибири. Лаврентьев и Колмогоров — ученики Лузина времён прославленной «Лузитании»...

Судьба Лузина не только удивительно яркая, но и до боли трагичная. В 1936 г. под флагом Академии наук была осуществлена политическая расправа над Лузиным, затеянная в молчаливом альянсе некоторых учеников Лузина и репрессивного сталинского аппарата. Лузин был ошельмован как плагиатор своих учеников и «враг в советской маске». Клеймо изгоя Лузин носил до самой своей кончины, а несправедливые решения Академии наук не дезавуированы по сей день. Нельзя забыть, что сфабрикованное при участии учёных «дело Лузина» стало крупным эпизодом пролога кровавого 1937 г.

Лаврентьев не предал Лузина и не принял участия в позорном судилище в Академии наук. Он возглавил редакционную коллегию посмертного издания трудов своего учителя, исключив из неё всех участников травли. В 1974 г. Лаврентьев единолично написал статью для «Успехов математических наук» к 90-летию Лузина. Вот её начало:

> Н. Н. Лузина можно смело отнести к числу крупнейших русских математиков первой половины нашего столетия. С именем Н. Н. Лузина связано развитие большого раздела математики — теории функций действительного переменного, — возникшего в самом конце прошлого и начале нашего века. Главными творцами этой теории явились западноевропейские учёные Кантор, Бор, Борель, Лебег, Данжуа. Это направление имело, в качестве основной задачи, подведение логической базы под основы анализа бесконечно малых. Самое главное, что породило новое направление, — это, надо считать, развившиеся методы качественного анализа проблем, создание новых математических алгоритмов, связавших математику с логикой. Новый инструмент, созданный для изучения основ классической математики, сегодня лёг в основу многих прикладных задач, в частности, в основу одной из важнейших сегодня областей новой

> прикладной математики — машинную математику. Имя Н. Н. Лузина вошло в историю как имя создателя первой в России большой математической школы. Н. Н. Лузин первый осуществил цепную реакцию поиска, давшую зеленую улицу способным математикам.

Лаврентьев ни слова не написал о травле своего учителя, которую осуществили его здравствующие в то время коллеги. Он великодушно предоставил каждому из соучеников шанс высказаться и повиниться самостоятельно. Никто предоставленной возможностью не воспользовался...

Учители и ученики связаны творческими процессами передачи и производства знаний. Но не только этим. Учители и ученики создают нравственную атмосферу науки, обогащая или растрачивая её духовный потенциал.

3 декабря 2008 г.

Глава 15

Саундерс Маклейн, рыцарь математики

Сибирские электронные мат. известия, Т. 2, A5–A9 (2005).

14 апреля 2005 г. в Сан-Франциско на 96 году закончилась удивительная жизнь замечательного американского математика Саундерса Маклейна, создавшего совместно с Самуэлем Эйленбергом (1913–1998) теорию категорий, которая стоит в ряду самых ярких, противоречивых, амбициозных и героических математических достижений XX века.

Теория категорий наряду с теорией множеств служит универсальным языком современной математики. Категории, функторы и их естественные преобразования широко используются во всех разделах математики как удобные средства, позволяющие единообразно смотреть на различные конструкции и формулировать общие свойства разнообразных структур. Значение теории категорий не может быть сведено к узким рамкам удобства её выразительных возможностей. Эта теория существенно изменила воззрения на основания математики, расширила возможности её свободного мышления.

Теория множеств, гениальное творение Георга Кантора, в XX веке стала рассматриваться как единственно возможное обоснование современной математики. Математика начала превращаться в часть канторовой теории множеств. Тезис о невозможности обоснования математики вне теории множеств воспринимается многими действующими математиками, педагогами и философами как очевидный и не требующий доказательства. Парадоксальным образом теоретико-множественная установка превратилась в устойчивый до́гмат, то есть в явно выраженное запрещение мыслить (по меткому выражению Л. Фейербаха). Разумеется, такой доктринёрский взгляд на основания математики не только ложен, но и противоречит лейтмотиву и пафосу всего творчества Г. Кантора, который ещё в 1883 г. писал, что «*сущность математики* заключается именно в *её свободе*».

В рамках теории категорий в 1960 годах был реализован один из наиболее амбициозных математических проектов XX века — была осуществлена социализация теоретико-множественной математики. Возникла теория топосов, предоставляющая широкий класс категорий, в рамках которого обычная теория множеств может восприниматься как рядовой индивидуум. Тем самым математика получила новое бесконечное множество степеней свободы. В основе этой свободы лежит теория категорий, ведущая отсчёт со статьи С. Маклейна и С. Эйленберга «General Theory of Natural Equivalences», представленной Американскому математическому обществу 8 сентября 1942 г. и опубликованной в 1945 г. в журнале *Transactions of the AMS.*

Маклейн — автор или соавтор более ста научных статей и шести монографий: A Survey of Modern Algebra (1941, 1997, совместно с G. Birkhoff); Homology (1963); Algebra (1967, совместно с G. Birkhoff); Categories for the Working Mathematician (1971, 1998); Mathematics, Form and Function (1985); Sheaves in Geometry and Logic: A First Introduction to Topos Theory (1992, совместно с Ieke Moerdijk).

Маклейн был научным руководителем 39 диссертаций на степень Ph.D. Среди его учеников были А. Путнам, Дж. Томсон, И. Капланский и многие другие известные учёные. Он был избран в Национальную академию наук США в 1949 г. и получил в 1989 г. высшую научную награду США — Национальную медаль науки. Маклейн был вице-президентом Национальной академии наук США и Американского философского общества, избирался президентом Американского математического общества и Математической ассоциации Америки. Он немало способствовал модернизации школьных программ по математике. Маклейн получил почетные степени ряда университетов и обладал солидным набором престижных математических наград. Маклейн при жизни стал легендарной фигурой науки США.

Маклейн родился 4 августа 1909 г. в Норвике около Тафтвилля, штат Коннектикут, в семье священника-евангелиста и был крещён как Лесли Саундерс Маклейн. Имя Лесли предложила нянька, но маме оно не нравилось и через месяц отец возложил руку на голову сына и, обратившись глазами к богу, сказал «Leslie forget». Отец и его братья сменили фамилию и вместо MacLean стали писаться MacLane, чтобы их не считали ирландцами. Пробел — Mac Lane — добавил сам Маклейн много позже по просьбе своей первой жены Дороти. Так сам Маклейн рассказывает о своём имени в автобиографии, вышедшей в свет уже после его кончины.

Отец Маклейна умер, когда мальчику было 15 лет и заботу о Саундерсе взял на себя его дядя Джон, оплативший учебу в Йеле. Первоначально Саундерса привлекала химия, но всё изменилось после знакомства с дифференциальным и интегральным исчислением по учебнику Лонгли и Вильсона (позднее превратившегося в учебник Гренвилля с соавторами). В университетские годы проявилась любовь Маклейна к философии и основаниям математики. Большое впечатление у него оставил новый трёхтомник Рассела и Уайтхеда — знаменитая Principia Mathematica. На формирование математических вкусов Маклейна существенно повлияли лекции молодого ассистент-профессора Ойстейна Оре, норвежского ученика школы Эмми Нётер. После окончания Йеля, Маклейн продолжил образование в Университете Чикаго, где на него большое впечатление произвели Э. Моор, Л. Диксон, Дж. Блисс, М. Морс и др. Маклейн склонялся к подготовке Ph.D. диссертации по логике, но такой возможности в Чикаго не было, и Саундерс решил продолжить образование в Гёттингене.

Учеба в Германии в 1931–1933 годах имела колоссальное значение для становления таланта и личности Маклейна. Хотя Гильберт уже вышел на пенсию, он по-прежнему читал еженедельные лекции по философии и другим общим вопросам. Преемником Гильберта был Герман Вейль, прибывший из Цюриха и находившийся в расцвете своего таланта. По совету Вейля Саундерс стал посещать алгебраические лекции Эмми Нётер, которую Вейль назвал «равной каждому из нас». Здесь в Математическом институте Маклейн общался с Э. Ландау, Р. Курантом, Г. Герглоцем, О. Нейгебауером, О. Тейхмюллером и многими другими. Его консультантом по диссертации «Сокращённые доказательства в логическом исчислении» стал П. Бернайс. В феврале 1933 г. в Германии к власти пришли фашисты. Начался разгул антисемитизма и один из первых и сильнейших ударов пришёлся по Математическому институту. Молодым людям в качестве прививки стоит ознакомиться с замечательной статьей Маклейна «Mathematics at Göttingen under the Nazis» в журнале *Notices of the AMS*, **42**:10, 1134–1138 (1995).

Осенью 1933 г. Маклейн с Дороти Джонс Маклейн, на которой он женился в Германии, вернулись в Штаты. Академическая карьера Маклейна проходила в основном в Гарварде, а с 1947 г. — в Чикаго.

Оценить вклад Маклейна в математику легко и просто. Достаточно воспроизвести слова А. Г. Куроша из предисловия к русскому переводу классической книги Маклейна «Гомология»:

> Автор книги, профессор Чикагского университета, является одним из самых видных современных американских алгебраистов и топологов. Его роль в гомологической алгебре, как и в теории категорий, — это роль одного из основоположников и создателей этой области.

Гомологическая алгебра реализует замечательный проект алгебраизации топологических пространств, сопоставляя каждому такому пространству X последовательность абелевых групп гомологий $H_n(X)$. При этом каждое непрерывное отображение $f : X \to Y$ из X в Y порождает семейство гомоморфизмов групп гомологий $f_n : H_n(X) \to H_n(Y)$. Предметом гомологической алгебры является вычисление гомологий.

Исследования по гомологической алгебре и теории категорий Маклейн вёл с Эйленбергом, с которым они познакомились в 1940 г. Эйленберг прибыл из Польши за два года до этого. Заметив сходство алгебраических вычислений Маклейна с теми, что он встречал в алгебраической топологии, Эйленберг предложил Маклейну сотрудничество. Союз Эйленберга и Маклейна длился четырнадцать лет и материализовался пятнадцатью совместными статьями, во многом изменившими математическое лицо XX века.

Жемчужиной этого сотрудничества стала теория категорий. Маклейн всегда считал теорию категорий «естественным и, возможно, неизбежным аспектом упора математики XX века на аксиоматические и абстрактные методы», проистекающие из общих тенденций алгебры и функционального анализа. Он подчёркивал, что даже если бы Эйленберг и он не предложили эту теорию, она с необходимостью возникла бы у других математиков. Среди таких потенциальных изобретателей новой концепции Маклейн называл К. Шевалле, Г. Хопфа, Н. Стинрода, А. Картана, Ш. Эресмана и Дж. фон Неймана.

По мнению Маклейна концепции теории категорий были близки методологическим установкам проекта Н. Бурбаки. К последнему он относился с большой симпатией и был на пороге участия в нём (препятствием послужили лингвистические проблемы). Однако даже более позднее появление Эйленберга в составе участников проекта Бурбаки не смогло преодолеть некоторого отчуждения и «категоризовать Бурбаки» с помощью теории нефранцузского происхождения, как изящно выразился как-то сам Маклейн, не удалось. Интересно отметить в этой связи, что сам термин «теория категорий» возник у её авторов из общего интереса к философии и, в частности, в мыслях об Иммануиле Канте.

Теория множеств царствует в современной математике. Шутовская роль «абстрактной чепухи» в математике отведена теории категорий. Из истории и литературы общеизвестно, сколь сложны и непредсказуемы отношения и взгляды правителя и шута. Нечто подобное наблюдается во взаимосвязях и взаимозависимостях теории множеств и теории категорий.

С логической точки зрения теория множеств и теория категорий суть теории первого порядка. Первая оперирует множествами и отношением принадлежности между ними. Вторая говорит об объектах и морфизмах (или стрелках). Большой разницы между атомарными формулами $a \in b$ и $a \to b$, конечно, нет. Однако содержательная разница между понятиями, формализованными этими атомарными формулами, колоссальна. Стационарному миру Цермело — Френкеля, перенасыщенному копиями равномощных множеств, противостоит свободный мир категорий — ансамблей произвольной природы, определяемых динамикой своих преобразований.

Индивидуализированные дуализмы теории множеств, зависящие от выбора специальных реализаций изучаемой пары объектов, уступили место универсальным *естественным преобразованиям* теории категорий. Наиболее ярким первым достижением теории категорий стала унификация аксиоматической теории гомологий. Вместо многообразных гомологических концепций топологических пространств (симплициальной гомологии многогранника, сингулярных и чеховских гомологий, гомологии Вьеториса и т. п.) уже в 1952 г. Эйленберг и Стинрод предложили новое понимание любой гомологической или когомологической теории как функтора из изучаемой категории пространств в категорию групп. Аксиоматический подход к определению такого функтора оказал определяющее воздействие на дальнейшее развитие гомологической алгебры и алгебраической топологии. Изучение гомологий пространств Эйленберга — Маклейна и развитие ацикличных моделей продемонстрировали силу идей теории категорий, привели к широкому использованию симплициальных множеств в K-теории и теории пучков.

Маклейн в 1948 г. предложил понятие абелевой категории, обобщающей категории абелевых групп и векторных пространств, игравших особые роли в первых работах по аксиоматической теории гомологий. Абелевы категории были переоткрыты в 1953 г. и стали важным орудием в работах по гомологической алгебре Картана, Эйленберга и их последователей.

Замечательные продвижения в теории категорий связаны с именами А. Гротендика и Ф. У. Ловера. Созданная ими теория топосов возникла при «элиминации точек», развивающей идею необходимой инвариантности изучаемых в математике объектов. На этом пути возникли представления о переменных множествах, приведшие к концепции топоса и созданию социума теоретико-множественных моделей.

Категорию называют *элементарным топосом*, если она декартово замкнута и имеет классификатор подобъектов. Истоки топосов лежат в теории пучков и топологии Гротендика. Развитию понятия топоса послужили как поиск категорной аксиоматизации теории множеств, так и исследования метода форсинга и нестандартных моделей теории множеств Д. Скотта, Р. Соловея и П. Вопенки. В новых рамках своё естественное место заняли булевозначные модели как топосы, реализующие аристотелеву логику и открывающие царский путь к решению проблемы континуума, данному К. Гёделем и П. Дж. Коэном. Эти топосы стали основной ареной современного булевозначного анализа.

Прощаясь с Маклейном, читая его искреннюю автобиографию, страстную полемику с Ф. Дайсоном и глубокие общематематические работы последних лет, невозможно не заразиться юношеской преданностью математике и её творцам. Его блестящие эссе «Despite Physicists, Proof Is Essential in Mathematics» и «Proof, Truth, and Confusion» — гимн математике, немыслимой без доказательств.

> Let me summarize where we have come. As with any branch of learning, the real substance of mathematics resides in the ideas. The ideas of mathematics are those which can be formalized and which have been developed to fit issues arising in science or in human activity. Truth in mathematics is approached by way of proof in formalized systems. However, because of the paradoxical kinds of self-reference exhibited by the barn door and Kurt Gödel, there can be no single formal system which subsumes all mathematical proof. To boot, the older dogmas that "everything is logic" or "everything is a set" now have competition—"everything is a function." However, such questions of foundation are but a very small part of mathematical activity, which continues to try to combine the right ideas to attack substantive problems. Of these I have touched on only a few examples: Finding all simple groups, putting groups together by extension, and characterizing spheres by their connectivity. In such cases, subtle ideas, fitted by hand to the problem, can lead to triumph.
>
> Numerical and mathematical methods can be used for practical problems. However, because of political pressures, the desire for compromise, or the simple desire for more publication, formal ideas may be applied in practical cases where the ideas simply do not fit. Then confusion arises—whether from misleading formulation of questions in opinion surveys, from nebulous calculations of airy benefits, by regression, by extrapolation, or otherwise. As the case of fuzzy sets indicates, such confusion is not fundamentally a trouble caused by the organizations issuing reports, but is occasioned by academicians making careless use of good ideas where they do not fit.
>
> As Francis Bacon once said, "Truth ariseth more readily from error than from confusion." There remains to us, then, the pursuit of truth, by way of proof, the concatenation of those ideas which fit, and the beauty which results when they do fit.

Так писал Саундерс Маклейн, великий гений, творец, хозяин и слуга математики. Беззаветные преданность идеалам истины и свободомыслия нашей древней науки сделали его вечным и трагикомичным математическим Рыцарем Печального Образа и Категории...

10 июня 2005 г.

Глава 16

Слово о Мальцеве

«Наука в Сибири», № 47, декабрь 2009 г., с. 10.

Анатолий Иванович Мальцев — близкий человек для большинства старожилов Академгородка. Здесь он создал одну из наиболее успешных и наиболее крупных, если не крупнейшую, мировую научную школу в области алгебры и логики. Мальцев был первым главным редактором «Сибирского математического журнала» и журнала «Алгебра и логика», заложившим принципы их успешного функционирования в течение десятилетий. Мальцев — учитель ряда наших выдающихся коллег, среди которых Юрий Леонидович Ершов и Лариса Львовна Максимова.

Эти замечательные сибирские мотивы иногда затушёвывают обстоятельство чрезвычайное: Анатолий Иванович Мальцев — фигура историческая.

При самом беглом взгляде на движение научной мысли мы видим смену математических парадигм. Предысторией математики была арифметика. Математика родилась как эллинская геометрия, превратилась в ориентальную алгебру и стала оксидентальным анализом. XX век продемонстрировал плоды воссоединения ипостасей математики с помощью теории множеств, давшей вопреки своим намерениям толчок крайнему догматизму.

Математика всегда была и остаётся ремеслом формул, искусством вычисления, наукой исчислять. Геометрия и рожденная ею топология состоят в исчислении пространственных форм. Алгебра существует как исчисление неизвестных, а анализ возник как дифференциальное и интегральное исчисление, занятое определением тенденций и предсказанием по ним будущего. Логика — исчисление истин и доказательств, отсчитывающее свою родословную от древнего логоса, преобразилась в конце XIX века в логику математическую. Уже к середине XX века логикой стала вся математика. Логика организует и упорядочивает мышление, освобождая нас от консерватизма при выборе объектов и методов исследования. Логика наших дней — важнейший инструмент и институт свободы, который раскрепощает математику посредством теории моделей. Теория моделей оценивает истины и доказательства. Теория вычислимых моделей истины и доказательства перечисляет.

К пионерам теории моделей мировая наука относит Леопольда Левенгейма (1878–1915), Торальда Сколема (1887–1963), Курта Гёделя (1906–1978), Альфреда Тарского (1902–1983) и Анатолия Мальцева (1909–1967).

В основании теории моделей лежат теорема Гёделя о полноте, расширенная теорема Гёделя о полноте и теорема компактности или локальная теорема Мальцева. Стоит подчеркнуть, что Гёдель доказал теорему о полноте лишь при ограничении счётности на алфавит. В полном объёме доказательство дал Мальцев в 1936 году. Таково место Мальцева как основоположника теории моделей.

В научном полусвете часто разглагольствуют о теоремах Гёделя о неполноте и полноте. Немало авторов ведут вербальный дискурс на эти темы, с трудом ориентируясь в реальном содержании этих выдающихся интеллектуальных достижений. Еще печальнее, что многие даже не слыхали о нашем гениальном соотечественнике, дар и труд которого запечатлены в новом лице научного мировоззрения.

Математика занимает особое место в перечне занятий человечества. Многие хитроватые мудролюбы и легионы рядовых злопыхателей находят формальные основания и поводы не считать математику наукой и относить её к интеллектуальным излишествам, если не извращениям человечества. Но даже у них не хватает слюны и яда назвать математиков не учёными.

Анатолий Иванович Мальцев — великий учёный, классик естествознания XX века.

27 ноября 2009 г.

Глава 17

Соболев и свобода

«Наука в Сибири», № 2, январь 2003 г., с. 7;
Сибирский мат. журн., Т. 44, № 5, 959–960 (2003).

3 января — день памяти С. Л. Соболева (1908–1989). В этом году ему было бы 95 лет. Настало время воспоминаний и оценок.

Перед глазами встает образ высокого, красивого, стремительного человека, каким сибиряки помнят его в шестидесятых и семидесятых годах прошлого века. Вспоминается его неповторимое обаяние, остроумие и блеск, прекрасный французский язык, безупречная элегантность и королевская простота манер.

Всплывает и его печальный облик невысокого, высохшего старца с копной взъерошенных волос, которому каждый шаг доставлял неимоверные страдания — таким он был в восьмидесятых годах в Москве.

Памятны и дороги детали встреч и бесед с Сергеем Львовичем, которые нередко скрашивали будничную повседневность. Мне кажется всё же, что рассказы об этих частностях добавят бесконечно малую и абсолютно пренебрежимую величину к тому, каким он был по своей сути. Нет сомнений, что С. Л. Соболев входит в ряд людей, начинающийся с патриарха античной математики Евдокса. История не сохранила никаких подробностей о личности Евдокса. Однако имя Евдокса, открытия которого составили основу знаменитых «Начал» Евклида, будет жить, пока жива одна из древнейших наук — математика.

Наиглавнейшие черты личности С. Л. Соболева, бесспорно, отражены во вкладе, внесённом им в математику. Нельзя говорить об учёном такого класса, обойдя обсуждение существа его творчества...

Математика — человеческая наука, оперирующая с теми абстракциями, в которых люди воспринимают формы и отношения. Она немыслима без своих носителей — учёных-математиков. Ясно, что сущность математики дана нам только в её проявлениях в трудах конкретных исследователей. Поэтому не будет большой натяжкой перефразировать утверждение Г. Кантора и сказать, что *сущность математика заключается в его свободе.*

Вспоминая Сергея Львовича, невозможно избавиться от мысли, что он принадлежит к числу наиболее свободных людей, которых мне посчастливилось встречать.

Главное математическое открытие С. Л. Соболева — это понятие обобщённой производной. Со времён И. Ньютона и Г. В. Лейбница дифференцирование служит одним из важнейших средств естествознания, так как многие законы окружающего мира принято выражать на языке дифференциального исчисления в форме разнообразных дифференциальных уравнений.

С. Л. Соболев невероятно упростил условия применимости и неимоверно расширил сферу приложений операции дифференцирования. Совершенно очевидно, что новое понятие производной эквивалентно иной трактовке решения дифференциального уравнения.

Фактически С. Л. Соболев предложил считать функцию продифференцированной (или, что то же самое, дифференциальное уравнение решённым) просто в том случае, когда мы умеем определять любые сколь угодно замысловатые интегральные характеристики такой «обобщённой» производной (или «обобщённого» решения), хотя, возможно, производную в классическом смысле (или решение дифференциального уравнения) нам в деталях найти не удалось.

Новый тип зависимости между величинами, задаваемый интегральными характеристиками, принято называть обобщённой функцией или распределением.

Капитальный вклад в теорию распределений и её приложения внесли такие прославленные математики, как Л. Шварц, И. Гельфанд, Б. Мальгранж, Л. Эренпрайс и Л. Хёрмандер. Оказалось, что обобщённые решения существуют у широчайшего класса задач, описываемых линейными уравнениями в частных производных с постоянными коэффициентами.

Понятие обобщённой производной изменило характер математической физики, синтезировав её аппарат с геометрическими и алгебраическими идеями функционального анализа. Можно говорить о новых степенях свободы исследований, открытых С. Л. Соболевым будущим поколениям учёных.

А. Д. Александров любил говорить, что «как А. Лебег дал правильное понятие интеграла, так и С. Соболев дал правильное понятие производной». Эта аналогия справедлива и красива. Для полноты стоит отметить, что концепция С. Л. Соболева основана лишь отчасти на интеграле Лебега. В то же время мне она представляется более дерзкой и парадоксальной. Так, все обобщённые функции обладают обобщёнными производными, но далеко не все функции всё же интегрируемы по Лебегу. В конечном счёте совершенно неожиданно любые самые замысловатые распределения оказываются просто суммами обобщённых производных обычных гладких функций.

Свободный в своей сущности, Сергей Львович был свободен и в её проявлениях. Только пигмеи духа заявляют об «исторической ошибочности создания Сибирского отделения Академии наук». Для С. Л. Соболева и его товарищей, М. А. Лаврентьева и С. А. Христиановича, инициатива создания Академгородка — нравственный императив, порыв благородных людей. В этом поступке проявилась подлинная гражданская свобода С. Л. Соболева, его ощущение долга перед своей страной.

Хочется напомнить, что в Сибирь 49-летний С. Л. Соболев поехал уже с высоким званием Героя Социалистического Труда, присвоенным ему ещё в январе 1952 г. «за исключительные заслуги перед государством». Эти торжественные официальные слова — иносказание, эвфемизм, оценивающий его вклад в атомный проект. Не все знают, что Сергей Львович долгие годы работал вместе с И. В. Курчатовым в должности главного заместителя директора и принимал самое непосредственное участие в создании необходимого для безопасности страны оборонного комплекса.

В той свободе, которой наслаждается мир, есть геройский вклад свободного и красивого человека — Сергея Львовича Соболева.

Вспомним о нём с благодарностью.

8 января 2003 г.

Глава 18

Соболев и Шварц: две судьбы, две славы

Сибирский журн. индустр. мат., Т. 11, № 3, 5–14 (2008)[1].

В истории математики немало людей, которых мы вспоминаем парами. Среди них Евклид и Диофант, И. Ньютон и Г. В. Лейбниц, Я. Больяи и Н. И. Лобачевский, Д. Гильберт и А. Пуанкаре, Н. Бурбаки и В. И. Арнольд. В этом ряду стоят С. Л. Соболев и Л. Шварц, имена которых неразрывно связаны с одним из самых ярких математических достижений XX века — теорией распределений или обобщённых функций, предложившей принципиально новый подход к исследованию уравнений в частных производных.

Наиболее законченные и востребованные математические достижения воплощены в формулах и перечнях, списках объектов. Между списками и формулами есть принципиальные отличия. Перечни

[1]Первый вариант статьи подготовлен 10 октября 2003 г. Дополнения и поправки внесены 7 января 2004 г. и 15 января 2008 г. Частично опубликовано: Вестник РАН, Т. 75, № 4 (2005), 354–359.

Автор благодарен В. А. Александрову и В. П. Голубятникову, которые помогли точнее понять французские источники. Особую благодарность автор приносит Ю. Л. Ершову за настойчивость в предложении сделать доклад на Научной сессии Учёного совета Института математики им. С. Л. Соболева 14 октября 2003 г. Этот доклад положен в основу статьи. Автор признателен В. И. Арнольду и В. С. Владимирову за глубокие замечания к первоначальному тексту доклада, направленные на улучшение изложения и его полноту.

фиксируют то, что нам открыто. Списки платоновых тел, элементарных катастроф, простых конечных групп сродни «Альмагесту» и гербариям. Они составляют объекты восхищения, совершенные и застывшие. Предмет математического ремесла — формула. Формула возникает как материализация математического творчества, она живёт своей особой жизнью и имеет самостоятельную судьбу. Формулу редко используют только по её прямому назначению. Отчасти формула похожа на домашний прибор, игрушку или программное обеспечение. Редко, кто читает инструкцию по применению нового телевизора или описание правил пользования новой программой — гораздо чаще эти обновки осваивают экспериментально, нажимая подходящие клавиши и кнопки. Так же принято подходить и к формулам. Их «крутят», подставляют в них новые параметры, по-своему трактуют входящие в них символы и т. п.

Математика — ремесло формул, искусство исчисления. Тем, кому эта констатация кажется слабой и неполной, можно напомнить, что в логическом плане теория множеств представляет из себя некоторую разновидность узкого исчисления предикатов.

Теория распределений стала новым дифференциальным исчислением нашего времени. Таков масштаб научного открытия, связанного с именами С. Л. Соболева и Л. Шварца.

Сергей Львович Соболев

Сергей Львович Соболев родился 6 октября 1908 г. в Петербурге в семье присяжного поверенного Льва Александровича Соболева. Дед Сергея Львовича со стороны отца был потомственным сибирским казаком.

Сергей Львович рано потерял отца и его воспитывала мать, Наталья Георгиевна, высокообразованный преподаватель литературы и истории. Наталья Георгиевна имела и вторую специальность: она окончила медицинский институт и работала доцентом Первого Ленинградского медицинского института. Мать привила С. Л. Соболеву те принципиальность, честность и целеустремлённость, которые характеризовали его как учёного и человека.

Программу средней школы Сергей Львович Соболев освоил самостоятельно, особенно увлекаясь математикой. В годы гражданской войны он вместе с матерью жил в Харькове. Переехав в 1923 г. из

Харькова в Петроград, Сергей Львович поступил в последний класс 190 школы.

В 1924 г. С. Л. Соболев окончил школу с отличием, продолжая параллельно учиться в Первой государственной художественной студии по классу фортепьяно. В том же году С. Л. Соболев поступил на физико-математический факультет Ленинградского университета. В ЛГУ Сергей Львович слушал лекции профессоров Н. М. Гюнтера, В. И. Смирнова, Г. М. Фихтенгольца и др. Под руководством Н. М. Гюнтера он написал дипломную работу об аналитических решениях системы дифференциальных уравнений с двумя независимыми переменными. Идеи Н. М. Гюнтера по использованию функций множеств и интегральных тождеств при поиске обобщений понятия решения дифференциального уравнения оказали влияние на дальнейшее творчество С. Л. Соболева[2].

В 1929 г. после окончания университета Сергей Львович был принят в теоретический отдел Ленинградского сейсмологического института. Работая в тесном сотрудничестве с В. И. Смирновым, С. Л. Соболев решил ряд математических задач теории распространения волн.

С 1932 г. Сергей Львович работал в Математическом институте им. В. А. Стеклова в Ленинграде, а затем с 1934 г. — в Москве. В этот период он предложил новый метод решения задачи Коши для гиперболического уравнения с переменными коэффициентами, основанный на обобщении формулы Кирхгофа. Работы, связанные с гиперболическими уравнениями, привели Сергея Львовича к пересмотру классического понятия решения дифференциального уравнения. Предложение С. Л. Соболева ставить и решать задачу Коши в пространстве функционалов было основано на революционном расширении эйлерова понятия функции и зафиксировало 1935 г. как дату рождения теории обобщённых функций [1].

Определив понятие обобщённой производной, Сергей Львович обогатил математику пространствами функций, обобщённые производные которых интегрируемы в некоторой фиксированной степени. Эти объекты теперь называют пространствами Соболева.

> Пусть f и g — локально суммируемые функции, определённые в открытом подмножестве G пространства $\mathbb{R}^n$, а α — некоторый мультииндекс. Функция g называется обобщённой производной функции

[2] На особую роль Н. М. Гюнтера в предыстории теории распределений внимание автора обратили А. М. Вершик и В. И. Арнольд.

f в смысле С. Л. Соболева или слабой производной порядка α и обозначается $D^\alpha f$, если для всякой пробной функции φ, т. е. такой что носитель φ компактен и лежит в G и φ непрерывно дифференцируема $|\alpha| = \alpha_1 + \ldots + \alpha_n$ раз в G, выполняется равенство

$$\int\limits_G f(x) D^\alpha \varphi(x)\, dx = (-1)^{|\alpha|} \int\limits_G g(x)\varphi(x)\, dx,$$

где $D^\alpha \varphi$ — классическая производная φ порядка α.

Векторное пространство W_p^l, составленное из (классов эквивалентных) локально суммируемых функций f на G, имеющих в G все обобщённые производные $D^\alpha f$, при $|\alpha| \le l$ суммируемые в степени p, где $p \ge 1$, становится банаховым пространством относительно следующей нормы:

$$\|f\|_{W_p^l} = \left(\int\limits_G |f|^p\, dx \right)^{1/p} + \sum_{|\alpha|=l} \left(\int\limits_G |D^\alpha f|^p\, dx \right)^{1/p}.$$

В 1933 г., в возрасте 24 лет, С. Л. Соболев избран членом-корреспондентом Академии наук, а в 1939 г. он стал её действительным членом, долгое время оставаясь самым молодым академиком в стране.

В 1940 годах Сергей Львович Соболев изучал системы дифференциальных уравнений, описывающие малые колебания вращающейся жидкости. Сергей Львович получил условия устойчивости вращающегося волчка с полостью, заполненной жидкостью, в зависимости от формы полости и её параметров, разобрав подробно случаи цилиндрической полости и полости — эллипсоида вращения. Эти исследования С. Л. Соболева привели к возникновению нового направления в общей теории дифференциальных уравнений в частных производных, посвящённого исследованию решений задачи Коши и краевых задач для уравнений и систем, не разрешённых относительно старших производных по времени.

Сергей Львович Соболев одним из первых понял значение вычислительной математики и кибернетики. С 1952 по 1960 гг. С. Л. Соболев возглавлял первую в стране кафедру вычислительной математики МГУ. Исследования С. Л. Соболева этого периода стали одним из истоков общей теории вычислительных алгоритмов, связанной с абстрактным изучением приёмов решения больших систем уравнений.

Задачи вычислительной математики в работах С. Л. Соболева обычно ставятся в рамках функционального анализа. Стали крылатыми его слова о том, что теорию вычислений сейчас так же невозможно представить без банаховых пространств, как и без электронных вычислительных машин.

Особо стоит выделить важную роль в становлении кибернетики и других новых направлений исследований, которую в 1950 годах сыграли публичные выступления С. Л. Соболева, открыто вставшего на защиту науки от идеологизированного мракобесия.

Невозможно переоценить вклад С. Л. Соболева в создание ядерного щита нашей страны. С первых лет атомного проекта СССР Сергей Львович входил в число руководителей Лаборатории № 2, переименованной по соображениям секретности в 1949 г. в Лабораторию измерительных приборов АН СССР и ставшую впоследствии Институтом атомной энергии им. И. В. Курчатова. Главным участком совместной работы с И. К. Кикоиным было осуществление диффузионного обогащения урана для создания атомного заряда. С. Л. Соболев организовал и направлял работу вычислителей, разрабатывал вопросы регулирования процесса промышленного разделения изотопов, отвечал за снижение потерь производства и решал массу иных организационных и технических вопросов. За работы по созданию ядерного заряда Сергею Львовичу присуждены две Сталинские премии 1-й степени. В январе 1952 г. С. Л. Соболев был удостоен символом высшего признания в СССР — ему было присвоено звание Героя Социалистического Труда за исключительные заслуги перед государством.

Научная деятельность Сергея Львовича Соболева была неотделима от его организаторской работы в науке. В конце 1950 годов академики М. А. Лаврентьев, С. Л. Соболев и С. А. Христианович выступили с инициативой организации нового крупного научного центра — Сибирского отделения Академии наук. Для многих учёных СО АН первого призыва веским аргументом в принятии решения о переезде на работу в Новосибирск был пример Сергея Львовича Соболева, привлекательность его личности и его научный авторитет.

Сибирский период научной деятельности Сергея Львовича ознаменовался большими достижениями в теории кубатурных формул. Задача о приближенном интегрировании функций многих переменных является одной из основных и наиболее трудоёмких в теории вычислений. Проблема оптимизации формул интегрирования сводится к нахождению минимума нормы функционала погрешности, заданного на некотором пространстве функций. Сергей Львович Соболев предложил оригинальные подходы к названной проблематике, ввёл и изучил новые типы оптимальных кубатурных формул.

В 1988 г. ему присуждена высшая награда Российской академии наук — Золотая медаль имени М. В. Ломоносова.

С. Л. Соболев скончался 3 января 1989 г. в Москве.

Лоран Шварц

Лоран Шварц родился в Париже 5 марта 1915 г. в семье хирурга. Среди его родственников было немало выдающихся людей. Ж. Адамар был братом его бабушки. Много знаменитостей было по линии его матери Клэр Дебре (к этой фамилии принадлежало и принадлежит много незаурядных политиков голлистского толка). В 1938 г. Л. Шварц женился на Мари-Элен Леви, дочери выдающегося математика П. Леви, одного из основоположников функционального анализа. Мари-Элен со временем стала математиком-профессионалом и получила позицию полного профессора в 1963 г.

Богатое дарование Л. Шварца проявилось ещё в его лицейские годы. Он стал победителем по латыни в наиболее престижном соревновании лицеистов во Франции — Concours Général. Л. Шварц колебался в выборе дальнейшей специальности между «классикой» (греческим и латынью) и геометрией. Любопытно, что Адамар был не в восторге от математических интересов Л. Шварца, так как шестнадцатилетний Лоран не знал дзета-функцию Римана. Как ни удивительно, в сторону геометрии Л. Шварца подталкивали один из педагогов по классике и педиатр Робер Дебре.

Лоран поступил в Высшую Нормальную Школу после двухлетней подготовки в 1934 г. вместе с Г. Шоке, победителем Concours Général по математике. Вместе с ними поступила и Мари-Элен, ставшая одной из первых слушательниц Высшей Нормальной Школы. В те годы математическую атмосферу в Высшей Нормальной Школе определяли такие люди, как Э. Борель, Э. Картан, А. Данжуа, М. Фреше, П. Монтель. В соседнем Колледже Франции читал лекции А. Лебег и вёл семинары Ж. Адамар. В студенческие годы возникла и укрепилась неистребимая любовь Л. Шварца к теории вероятностей под воздействием бесед со своим будущим тестем Полем Леви.

Вскоре после окончания Высшей Нормальной Школы Л. Шварц решил пройти обязательную военную службу (сроком два года) и в 1939–1940 гг. он остался на службе ввиду военного времени. Военные годы были особенно тяжёлыми для молодой четы Шварцев — как евреи они не могли оставаться в оккупированной зоне и вынуждены были покинуть родной север и жить на небольшие и не слишком определённые стипендии (в частности, от фонда Мишлена, всемирно известной фирмы по производству шин). В 1941 г. Л. Шварц встретился в Тулузе с А. Картаном и Ж. Дельсартом, которые посоветовали молодой чете перебраться в Клемон-Ферран, где в те годы собрались вытесненные немцами профессора Страсбургского университета Ж. Дьедонне, Ш. Эресманн, А. Лихнерович, С. Мандельбройт. Там Л. Шварц написал кандидатскую диссертацию по приближению непрерывной функции на оси суммами экспонент.

К сожалению, в математическую судьбу Л. Шварца опять вмешалась война — семья вынуждена была скитаться под чужими документами. Любопытно, что при открытии распределений в ноябре 1944 г. Л. Шварц жил под фамилией Селимартин.

Основы своей теории Л. Шварц опубликовал в Анналах Гренобльского университета в 1945 г. Процесс своего открытия он сам характеризовал как «церебральную перколяцию».

После года работы в Гренобле Л. Шварц получил позицию в Нанси, где попадал в самый центр «бурбакизма» — как известно, Н. Бурбаки жил в Нанкаго, смеси Нанси и Чикаго. В Чикаго был А. Вейль, а в Нанси — Ж. Дельсарт, Ж. Дьедонне. Вскоре Л. Шварц был введён в состав группы Бурбаки. В 1950 г. он получил Филдсовскую медаль за теорию распределений, а затем увидел свет его знаменитый двухтомник «Théorie des Distributiones». В 1952 г. Л. Шварц вернулся в Париж и стал преподавать сначала в Сорбонне, а с 1959 г. — в Политехнической Школе (где работал его тесть П. Леви). Прямыми учениками Л. Шварца были многие знаменитости, среди них А. Гротендик, Ж.-Л. Лионс, Б. Мальгранж и А. Мартино.

Л. Шварц писал:

> Чтобы совершить открытие в математике, надо преодолеть сдержанность и традицию. Нельзя двигаться вперёд, не будучи подрывным элементом.

Это высказывание хорошо коррелирует с чрезвычайно активной и разноплановой общественной деятельностью Л. Шварца. Став в юности троцкистом из протеста против капиталистических мерзостей и сталинского террора 1930 годов, он никогда в своей жизни не мирился с тем, что воспринимал как нарушение прав человека, угнетение и несправедливость.

Он был активным борцом против американской войны во Вьетнаме и советского вторжения в Афганистан. Сражался за освобождение ряда математиков, преследуемых по политическим мотивам, среди них Хосе Луи Массера, Вацлав Бенда и др.

Л. Шварц был выдающимся лепидоптеристом и обладал коллекцией, насчитывающей более 20 000 бабочек. Не случайно изображения бабочек украшают суперобложку второго издания его «Теории распределений».

Лоран Шварц скончался 4 июля 2002 г. в Париже.

Успехи теории распределений

В основе теории распределений лежит стремление применить технологии функционального анализа для исследования дифференциальных уравнений в частных производных. Функциональный анализ характеризуется алгебраизацией, геометризацией и социализацией аналитических задач. Под социализацией обычно понимают включение конкретной задачи в целый класс аналогичных проблем. Социализация позволяет стереть «случайные черты» — избавиться от трудностей, привносимых чрезмерной спецификой задачи. К началу 1930 годов достоинства функционального анализа уже были продемонстрированы в сфере интегральных уравнений. На повестке дня стояли уравнения дифференциальные.

Следует подчеркнуть, что размышления над природой интегрирования и дифференцирования лежат в основе большинства теорий современного функционального анализа. Это неудивительно ввиду особой роли этих замечательных линейных операций. Общеизвестно, что интегрирование обладает более привлекательными свойствами по сравнению с дифференцированием: эта операция монотонна и повышает гладкость. Указанные приятные свойства начисто отсутствуют у оператора дифференцирования. Всем известно, что классическое дифференцирование — это замкнутый, но не непрерывный оператор (в естественной топологии, порождённой метрикой Чебышёва). Ряды гладких функций, вообще говоря, нельзя дифференцировать почленно, что существенно затрудняет применение аналитических средств для решения дифференциальных уравнений.

В настоящее время мало кто усомнится в том, что центральным в теории распределений является понятие обобщённой производной. Производная рассматривается теперь как оператор, действующий на негладкие функции по тем же интегральным законам, которым подчиняется процедура взятия классической производной. Именно такой подход был впервые явно сформулирован С. Л. Соболевым. На предложенном пути стало возможным капитально расширить запас формул дифференцирования. В частности, оказалось, что любые распределения обладают производными любых порядков, поточечно сходящиеся ряды распределений можно сколь угодно много раз дифференцировать почленно, а многие «традиционно расходящиеся» ряды Фурье допускают суммирование в виде явных формул. Математика приобрела дополнительные фантастические степени свободы, что обессмертило имя С. Л. Соболева как пионера нового исчисления.

Развёрнутые изложения достижений новой теории появились в свет практически одновременно. В 1950 г. в Париже вышел первый том «Теории распределений» Л. Шварца, а в Ленинграде — книга С. Л. Соболева «Некоторые применения функционального анализа в математической физике». В 1962 г. Сибирское отделение издало репринт этой книги, а в 1963 г. вышел в свет её английский перевод в США. Второе издание книги Л. Шварца было немного расширено (за счёт включения обобщённой версии теории потоков Ж. де Рама) и опубликовано в 1966 г. Любопытно, что Л. Шварц практически не изменил историческое введение к книге.

Предложенные теорией распределений новые методы оказались столь сильными, что позволили выписать в некотором явном виде общее решение произвольного дифференциального уравнения в частных производных в случае, когда коэффициенты при производных постоянны. Дело сводится к наличию фундаментальных решений — частных решений, отвечающих случаю, когда в правой части уравнения поставлена дельта-функция П. Дирака. Существование таких решений было установлено уже в 1953–1954 гг. независимо в работах Б. Мальгранжа и Л. Эренпрайса. Но лишь в 1994 г. фундаментальное решение было выписано явно сначала Х. Кёнигом, а затем несколько позже и в более элементарном виде Н. Ортнером и П. Вагнером. Сформулируем их результат.

Теорема. *Пусть $P(\partial) \in \mathbb{C}[\partial]$, $m := \deg P$ – степень многочлена P, $\eta \in \mathbb{R}^n$ и $P_m(\eta) \neq 0$, где P_m — главная часть P. Тогда распределение E, задаваемое формулой*

$$E := \frac{1}{\overline{P_m(\eta)}} \int\limits_{\mathbb{T}} \lambda^m e^{\lambda \eta x} \mathfrak{F}^{-1}_{\xi \to x} \left(\frac{\overline{P(i\xi + \lambda\eta)}}{P(i\xi + \lambda\eta)} \right) \frac{d\lambda}{2\pi i \lambda},$$

является фундаментальным решением оператора $P(\partial)$ и при этом выполняется $E/\operatorname{ch}(\eta x) \in \mathscr{S}'(\mathbb{R}^n)$.

Полезно обратить внимание на структуру этой формулы, показывающей роль преобразования Фурье для распределений $\mathfrak{F}$ и пространства Шварца $\mathscr{S}'(\mathbb{R}^n)$, составленного из умеренных распределений[3].

Факт существования фундаментального решения у произвольного уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами по праву носит название *теоремы Мальгранжа — Эренпрайса.* Трудно переоценить это замечательное достижение, ставшее одним из триумфов абстрактной теории топологических векторных пространств.

Путь от обобщённых решений к классическим лежит через пространства Соболева. Исследование вложений и следов пространств Соболева и их обобщений стало одним из основных направлений современной теории функций вещественной переменной. Достаточно назвать таких математиков, как С. М. Никольский, О. В. Бесов, Г. Вейс, В. П. Ильин, В. Г. Мазья, чтобы представить масштабы этого математического направления. Десятки книг упоминают в своём названии пространства Соболева, что бывает не так уж часто в нашей науке.

Широкий пласт современных исследований связан с применением обобщённых функций в математической и теоретической физике, в комплексном анализе, в теории псевдодифференциальных операторов, тауберовой теории и в других разделах математики.

Физические источники теории распределений и связи последней с теоретической физикой — предметы большой важности, требующие специального и подробного анализа, выходящего за рамки этой статьи[4]. Ограничимся здесь лишь краткими историческими замеча-

[3]Они же «обобщённые функции медленного роста».

[4]Некоторые исторические подробности см. в книге [24], а также в статье [25], с которой Ж.-М. Кантор ознакомил автора заблаговременно при любезном со-

ниями В. С. Владимирова[5]:

> Даже сами создатели этой теории С. Л. Соболев [4] и Л. Шварц (см. [17]) занимались приложениями теории обобщённых функций в математической физике. Н. Н. Боголюбов после беседы с С. Л. Соболевым по обобщённым функциям использовал его классы [2] основных C^m_{comp} и обобщённых $(C^m_{\mathrm{comp}})^*$ функций при построении своей аксиоматической квантовой теории поля [18]–[20]. Это относится также к аксиоматике Вайтмана [21]. Более того, без обобщённых функций вообще нельзя построить аксиоматику квантовой теории поля. А в теории дисперсионных соотношений [22], выводимых из аксиоматики Боголюбова, обобщённые функции (и их обобщения — гиперфункции) выступают как граничные значения голоморфных функций (многих) комплексных переменных. Этот факт и связанные с ним аспекты, например, теорема об «острие клина» Боголюбова существенно обогащают теорию обобщённых функций.

Разные мнения об истории распределений

Ж. Лерэ, один из самых ярких французских математиков XX века, удостоенный в 1988 г. вместе с С. Л. Соболевым Золотой медали имени М. В. Ломоносова, отмечал в своём отзыве о трудах С. Л. Соболева 1930–1955 гг., написанном при выборах С. Л. Соболева в Академию наук Института Франции в 1967 г.:

> Теория распределений получила в настоящее время большое развитие благодаря теории векторных топологических пространств и их двойственности, благодаря понятию распределения умеренного роста, представляющему собой одно из важных достижений Л. Шварца (Париж), позволившим ему построить прекрасную теорию преобразований Фурье для распределений; Ж. де Рам (G. de Rham) ввёл в дополнение к понятию распределения понятие потока, которое включает понятия дифференциальной формы и топологической

действии Ч. Дэвиса, главного редактора журнала The Mathematical Intelligencer. По инициативе Ч. Дэвиса статью Ж.-М. Кантора сопровождают краткие послесловия [26] и [27].

[5]Цитируется по рукописному отзыву для Вестника РАН от 10 декабря 2003 г.

> цепи; Л. Хёрмандер (L. Hörmander, Лунд, Принстон), Б. Мальгранж (B. Malgrange, Париж), Ж.-Л. Лионс (J.-L. Lions, Париж) с помощью теории распределений обновили теорию уравнений с частными производными; П. Лелон (P. Lelong, Париж) установил одно из фундаментальных свойств аналитических множеств. Богатый содержанием двухтомный трактат Л. Шварца и ещё более богатый пятитомный трактат Гельфанда и Шилова (Москва) — все эти достижения, столь важные, что уже один лишь французский вклад заслуживает высших наград, присуждённых нашим Сообществом, приложения, которые получила теория распределений во всех областях математики, теоретической физики и численного анализа ныне подобны густому лесу, который скрывает дерево, из зерен которого он вырос. Впрочем, мы знаем, что если бы С. Л. Соболев не сделал это открытие около 1935 г. в России, оно было бы сделано во Франции незадолго до 1950 г., а несколько спустя в Польше; США также льстят себя мыслью, что они сделали бы его в ту же пору: математическая наука и различные её технические приёмы запоздали бы по сравнению с Россией лишь на 15 лет...

Резким контрастом с этой оценкой звучит суждение Ф. Трева, который в статье, посвящённой памяти Л. Шварца и вышедшей в октябре 2003 г., писал:

> Математиком 1930 годов, наиболее близко подошедшим к общему определению распределения, был Соболев в его работах [Соболев, 1936] и [Соболев, 1938][6] (Лерэ имел обыкновение ссылаться на «распределения, изобретенные моим другом Соболевым»). В самом деле, Соболев действительно определяет распределения данного, но произвольного конечного порядка m как *непрерывные линейные функционалы* на пространстве C^m_{comp} финитных функций класса C^m. Он фиксирует целое число m; он никогда не рассматривает пересечение C^∞_{comp} пространств C^m_{comp} по всем m. Это тем более удивительно, что он доказывает, что C^{m+1}_{comp} плотно в C^m_{comp}, используя приём Винера свертывания функций $f \in C^m_{\mathrm{comp}}$ с последовательностью функций, принадлежащих C^∞_{comp}! В связи с этой явной слепотой по отношению к возможной роли C^∞_{comp}, любопытно, что в 1944 г., когда Шварц заикнулся Анри Картану о своём намерении использовать элементы

[6] Имеются в виду статьи в Мат. сборнике [2], [3].

> $C^{\infty}_{\mathrm{comp}}$ в качестве пробных функций, Картан попытался разубедить его: «Они уж чересчур страшноватенькие (trop monstrueuses)».
>
> Используя сопряжение, Соболев определяет произведение функционалов, принадлежащих $(C^m_{\mathrm{comp}})^*$, на функции из C^m и дифференцирование этих функционалов: d/dx отображает $(C^m_{\mathrm{comp}})^*$ в $(C^{m+1}_{\mathrm{comp}})^*$. Но опять нет и упоминания ни о дираковской $\delta(x)$, ни о свёртке, нет и никакой связи с преобразованием Фурье. Он ограничивает себя применением своего нового подхода к переформулировке и решению задачи Коши для линейного гиперболического уравнения. И он и не пытается развить свои замечательные открытия. Только после войны он наконец изобретает пространства Соболева H^m и то только для целых $m \geq 0$. Надо ли говорить, что Шварц не читал этих статей Соболева ввиду военной службы и мировой войны (и невежества западных математиков относительно работ их советских коллег). Нет сомнений, что знакомство с этими статьями сберегло бы ему месяцы тревожной неопределённости.

К чести Ф. Трева несколько позже он отходит от оценки опубликованных работ по тому, чего в них нет, и пишет о том, что обессмертило имя Л. Шварца:

> Если допустить, что Шварца можно заменить в качестве изобретателя распределений, какие вещи тем не менее можно будет рассматривать как его важнейший вклад в их теорию? Автор этой статьи может упомянуть по крайней мере две из них, которые сохранятся: 1) решение о том, что пространство Шварца $\mathscr{S}$ функций, быстро убывающих на бесконечности, и его сопряженное $\mathscr{S}'$ являются «правильными» рамками для анализа Фурье, 2) теорема Шварца о ядре.

Мнение Ф. Трева почти полностью совпадает с суждением самого Л. Шварца, попавшим в его автобиографию, опубликованную в 1997 г. Более того, в этой автобиографии Л. Шварц написал о С. Л. Соболеве даже следующее:

> ...он не установил теорию применительно к общим приложениям, а ограничился только специальным вопросом: найти обобщённое решение уравнения в частных производных со вторым членом и с данными начальными условиями. Он превратил начальные условия во второй член и представил их в форме функционалов, записанных

> по границе. Он доказал также замечательную теорему о гиперболических уравнениях в частных производных второго порядка. Даже сегодня она является одним из лучших приложений теории распределений, это очень удачная находка. Но все эти вещи оставались незавершёнными. Его статья 1936 г., написанная по-французски, называется «Новый метод решения проблемы Коши для линейных нормальных гиперболических уравнений». После этой статьи он не сделал ничего нового в этом направлении, по крайней мере ничего плодотворного. Другими словами, сам Соболев не увидел важности своего собственного открытия.

Невозможно согласиться с этими оценками. Довольно странно читать об отсутствии упоминаний дельта-функции Дирака среди обобщённых функций Соболева вопреки её очевидному присутствию во всех пространствах $(C^m_{\mathrm{comp}})^*$.

Поражает полное отсутствие каких-либо упоминаний классической книги С. Л. Соболева 1950 г., которая долгие годы была настольной у многих специалистов по функциональному анализу и уравнениям в частных производных. И наконец, в 1997 г. Л. Шварц не был на военной службе и не участвовал в мировой войне. Значит, были какие-то другие причины, по которым он не упоминает о книге С. Л. Соболева «Введение в теорию кубатурных формул», где разработаны принципиально новые приложения теории распределений к вычислительной математике. Свои пионерские результаты в области численного интегрирования С. Л. Соболев основывал на развитии теории преобразования Фурье обобщённых функций, разработанной Л. Шварцем.

Сдержанный в оценках в свои зрелые годы, исключительно тактичный и скромный человек, С. Л. Соболев всегда уклонялся от сколь-либо подробных экскурсов в историю теории распределений как в личных беседах, так и в своих многочисленных сочинениях. Все, что он счёл необходимым оставить будущим поколениям по этому поводу, заключено в следующих указаниях об истории теории распределений, предваряющих главу VIII его книги «Введение в теорию кубатурных формул», опубликованной в 1974 г.:

> Обобщённые функции представляют собой «идеальные элементы», которые пополняют классические функциональные пространства по тому же образцу, как вещественные числа пополняют множество рациональных.

> В этой главе мы изложим вкратце необходимую нам в дальнейшем теорию таких функций. Мы будем придерживаться способа изложения, близкого к тому, который был впервые использован автором в 1935 году [16][7]. Теория обобщённых функций была позднее разработана Л. Шварцем [21][8], который, в частности, рассмотрел и исследовал преобразование Фурье обобщённых функций.
>
> Исторически обобщённые функции в явном виде встречались уже в исследованиях по теоретической физике, в работах Ж. Адамара, М. Риса, С. Бохнера и других.

Поэтому можно лишь отчасти согласиться со следующей констатацией Л. Шварца [9, с. 248]:

> ...Соболев и я (и все прочие до нас) были хорошо подготовлены нашей эпохой, нашим окружением и нашими предшествующими работами. Это никому не добавляет славы, но каждый из нас развивал свой оригинальный подход (более того, каждый игнорировал работы всех остальных).

Многие согласятся, что арбитром в теории распределений следует считать И. М. Гельфанда. Написанная им с учениками многотомная серия монографий «Обобщённые функции», начатая ещё в середине 1950 годов, остаётся одной из вершин мировой математической литературы, энциклопедией теории распределений.

В предисловии к первому изданию первого выпуска этой серии И. М. Гельфанд писал:

> Впервые обобщённые функции в явной и теперь общепринятой форме ввёл С. Л. Соболев в 1936 г. <...> В 1950–1951 гг. появилась монография Л. Шварца «Теория распределений». В этой книге Л. Шварц систематизировал теорию обобщённых функций, связал воедино все прежние подходы, привлёк к её обоснованию теорию линейных топологических пространств и получил ряд существенных и далеко идущих результатов. После выхода в свет «Теории распределений» обобщённые функции необыкновенно быстро, буквально за два-три года приобрели чрезвычайно широкую популярность.

Это суждение взвешено и справедливо. Его стоит принять.

[7]Ссылка на статью 1936 г. в Мат. сборнике [2].

[8]Ссылка на двухтомник Л. Шварца [7], [8]. Ссылка на [21] — опечатка: должно быть [47].

Классицизм и романтизм

Размышляя о судьбах С. Л. Соболева и Л. Шварца, невозможно обойти вопрос о причинах поляризации оценок, касающихся математического открытия, связанного с их именами.

Наивно полагать, что этот вопрос когда-либо получит простой и полный ответ, убедительный для всех и каждого. Достаточно обратиться к имеющемуся опыту, касающемуся других знаменитых пар математиков, споры о судьбе и творчестве которых продолжаются иногда столетиями, вызывая резкие столкновения мнений по сей день. Думается, что истоки этого явления довольно универсальны и заключены не только в особенностях личностей обсуждаемых людей, но и, не в последнюю очередь, в природе самого математического творчества.

Прибегая к несколько рискованной аналогии, можно отметить, что математике присущи черты, ассоциирующиеся с теми направлениями в искусстве, которые принято называть классицизмом и романтизмом.

Трудно не увидеть классические черты эллинской традиции в сочинениях Евклида, И. Ньютона, Я. Больяи, Д. Гильберта и Н. Бурбаки. Невозможно не отозваться на аккорды романтического гимна человеческому гению, звучащие со страниц сочинений Диофанта, Г. В. Лейбница, Н. И. Лобачевского, А. Пуанкаре и В. И. Арнольда.

Лучшие черты математического классицизма и романтизма нашли воплощение в творчестве С. Л. Соболева и Л. Шварца. Эти гиганты и их достижения навсегда останутся с нами.

Литература

[1] Соболев С. Л., Задача Коши в пространстве функционалов. Докл. АН СССР, Т. 3, № 7 (1935), 291–294.

[2] Соболев С. Л., Methode nouvelle a resoudre le probleme de Cauchy pour les equations lineaires hyperboliques normales. Мат. сборник, Т. 1, № 1 (1936), 39–70.

[3] Соболев С. Л., Об одной теореме функционального анализа. Мат. сборник, Т. 4, № 3 (1938), 471–496.

[4] Соболев С. Л., Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Л.: Изд-во ЛГУ (1950).

[5] Соболев С. Л., Введение в теорию кубатурных формул. М.: Наука (1974).

[6] Schwartz L., Généralisation de la notion de fonction, de dérivation, de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques. Annales Univ. Grenoble, bf21 (1945), 57–74.

[7] Schwartz L., Théorie des distributiones. Tome I. Paris: Hermann (1950).

[8] Schwartz L., Théorie des distributiones. Tome II. Paris: Hermann (1951).

[9] Schwartz L., Un mathématicien aux prises avec le siècle. Editiones Odile Jacob: Février (1997).

[10] Ortner N., Wagner P., A short proof of the Malgrange–Ehrenpreis theorem. В кн.: Functional Analysis (Trier, 1994). de Gruyter: Berlin (1996), 343–352.

[11] Ortner N., Wagner P., A survey on explicit representation formulae for fundamental solutions of linear partial differential operators. Acta Appl. Math., **47**:1 (1997), 101–124.

[12] Лерэ Ж., Отзыв о трудах С. Л. Соболева 1930–1955 гг. (Публикация А. П. Юшкевича). В кн.: Историко-математические исследования Т. 34. М.: Наука (1993), 267–273.

[13] Tréves F., Pisier G., and Yor M., Laurent Schwartz (1915–2002). Notices Amer. Math. Soc., **50**:9 (2003), 1072–1084.

[14] Гельфанд И. М., Шилов Г. Е., Обобщённые функции и действия над ними. Изд. 2. М.: ГИФМЛ (1959).

[15] Chandrasekharan K., The autobibliography of Laurent Schwartz. Notices Amer. Math. Soc., **45**:9 (1998), 1141–1147.

[16] Кутателадзе С. С., Сергей Львович Соболев. Биобиблиографический указатель. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики им. С. Л. Соболева (2003).

[17] Шварц Л., Математические методы для физических наук. Перевод с фр. М.: Мир (1965)

[18] Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорию квантовых полей. М.: Наука (1984)

[19] Боголюбов Н. Н., Логунов А. А., Тодоров И. Т., Оксак А. И., Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука (1987).

[20] Боголюбов Н. Н., Медведев Б. В., Поливанов М. К., Вопросы теории дисперсионных соотношений. М.: Физматлит (1958).

[21] Streater R., Wightman A. S., PCT, spin and statistics, and all that. N.Y.: Benjamin (1964).

[22] Владимиров В. С., Уравнения математической физики. Изд. 5. М.: Наука (1988).

[23] Владимиров В. С., Обобщённые функции в математической физике. Изд. 2. М.: Наука (1979).

[24] Lützen J., The prehistory of distribution theory. Berlin: Springer-Verlag (1982).

[25] Kantor J.-M., Mathematics East and West, theory and practice: the example of distributions. Math. Intelligencer, **26**:1 (2004), 39–50.

[26] Kutateladze S. S., Some comments on Sobolev and Schwartz. Math. Intelligencer, **26**:1 (2004), 51.

[27] Lax P., The reception of the theory of distributions. Math. Intelligencer, **26**:1 (2004), 52.

[28] Кутателадзе С. С., Сергей Соболев и Лоран Шварц. Вестник РАН, Т. 75, № 4 (2005), 354–359.

10 октября 2003 г.

Глава 19

Соболев из школы Эйлера

Сибирский мат. журн., Т. 49, № 5, 975–985 (2008);
Наука из первых рук, № 5 (23), 74–89 (2008).

Сергей Львович Соболев — представитель российской математической школы, вошедший в список учёных, чьё творчество создало главные интеллектуальные сокровища мировой культуры.

Математика изучает формы мышления. В самом общем смысле дифференцирование — определение тенденций, а интегрирование — предсказание будущего по тенденциям. Современное человечество не мыслит себя без интегрирования и дифференцирования. Дифференциальное и интегральное исчисление открыто Ньютоном и Лейбницем. Флюксии Ньютона и монады Лейбница сделали их авторов первопроходцами классического анализа. Используя понятия, предложенные Ньютоном и Лейбницем, Эйлер взрастил и выпестовал новую математику переменных величин, совершив немало гениальных открытий и создав неисчерпаемую собственную коллекцию поразительных формул и теорем. Двести лет математический анализ оставался исчислением Ньютона, Лейбница и Эйлера. В XX веке классическое исчисление превратилось в теорию распределений. Ключевыми объектами современного анализа стали интеграл в смысле Лебега и производная в смысле Соболева, определённые для самых общих зависимостей, неподвластных операциям классического дифференцирования и интегрирования. Лебег и Соболев вошли в историю, предложив новые подходы к интегралу и производной, существенно расширив сферы влияния и области приложений математики.

Исторические фигуры и открытия достойны исторических параллелей и анализа. Математический дар передаётся от учителя к ученику. Эта чередующаяся цепь преемственных поколений — материальный носитель математической школы. Характеризуя научные школы, Лузин отмечал, что «чем старее школа, тем она ценнее. Ибо школа есть совокупность накопленных веками творческих приёмов, традиций, устных преданий об отошедших учёных или ныне живущих, их манере работать, их взглядах на предмет исследований. Эти устные предания, накапливающиеся столетиями и не подлежащие печати или сообщению тем, кого считают неподходящим для этого — эти устные предания суть сокровища, действенность которых трудно даже представить себе и оценить. <...> Если искать какие-либо параллели или сравнения, то возраст школы, накопление ею традиций и устных преданий есть не что иное, как энергия школы, в неявной форме»[1]. Соболев принадлежит к школе, ведущей родословную от Леонарда Эйлера (1707–1783)[2].

Эйлер и Россия

Человек — объект физический и может быть отчасти представлен своей мировой линией в 4-мерном пространстве-времени Минковского. «Математика не знает рас... Для математики весь культурный мир представляет собой единую страну» — констатировал Гильберт в 1928 г. на Конгрессе в Болонье[3]. Никакое государство физическим объектом не является. В пространстве-времени страну можно отождествить с воронкой мировых линий проживающих в ней людей. Большая часть мировой линии Эйлера принадлежит России. Нет ни швейцарской, ни русской математики, но есть математика в России, есть отечественная математическая традиция и отечественная математическая школа. Уроженец Швейцарии, Эйлер нашёл в России свою вторую Родину и покоится в земле Петербурга. Да Винчи от математики, он давно стал неотъемлемой частью русского духа.

[1]Из частного письма Н. Н. Лузина. Цитируется по [1].
[2]Об Эйлере см. [2].
[3]Цитируется по книге К. Рид [3, с. 245].

Наши соотечественники с гордостью считают Эйлера основателем российской математической школы.

Усилиями Эйлера Петербург стал математической столицей мира XVIII века. Даниэл Бернулли писал Эйлеру: «Я не могу Вам довольно выразить, с какою жадностью повсюду спрашивают о Петербургских мемуарах»[4]. Речь идёт о знаменитых «Комментариях Санкт-Петербургской Академии», ставших ведущим научным журналом той эпохи. Это издание не раз меняло своё название и превратилось со временем в «Известия РАН (серия математическая)». Журнал Петербургской Академии наук поместил 473 статьи Эйлера, которые поочередно выходили в свет в течение многих лет после кончины Эйлера вплоть до 1830 г.

От Остроградского до Соболева

В начале XIX века центр математической мысли переместился во Францию, где творили Лаплас, Пуассон, Фурье и Коши. Идеи новых творцов математики воспринял М. В. Остроградский, учившийся в Париже после лишения законно полученного аттестата об окончании Харьковского Императорского университета. В 1825 г. Коши в одной из своих статей характеризовал Остроградского как молодого человека, одаренного большой проницательностью и весьма сведущего в исчислении бесконечно малых[5]. Репутация, приобретённая Остроградским во Франции, и ряд мемуаров, представленных Академии наук, способствовали признанию его заслуг в России. Уже в 1832 г. в возрасте 32 лет Остроградский был избран ординарным академиком по прикладной математике. Он быстро становится признанным лидером российской математической школы.

Остроградский прекрасно понимал значение Эйлера для отечественной науки. Именно он энергично ставил вопрос об издании наследия Эйлера. В пояснительной записке по этому поводу Остроградский писал: «Эйлер создал современный анализ, обогатив его один сам более, чем все его предшественники вместе, и сделал из него самый могущественный инструмент ума человеческого»[6]. Из-

---

[4]См. [4, с. 101].

[5]Б. В. Гнеденко в [4, с. 60] даёт ссылку на работу Е. Ф. Сабинина, датированную 1901 г.

[6]Цитируется по [4, с. 101–102], где в качестве источника указан Архив АН СССР, ф. 2, оп. 1844. лл. 13–14.

дание в 28 томах предполагалось осуществить в течение 10 лет, но средств у Академии наук на это не нашлось ни в то время, ни по сей день...

К московской ветви школы Остроградского относятся Н. Д. Брашман, Н. Е. Жуковский, С. А. Чаплыгин, к петербургской — П. Л. Чебышёв, А. М. Ляпунов, В. А. Стеклов, А. Н. Крылов. Многие другие математики и механики России испытали на себе влияние Остроградского.

Среди учеников Чебышёва[7] были А. Н. Коркин и А. А. Марков, у которых учился Н. М. Гюнтер, ставший научным руководителем дипломной работы Соболева. Вторым своим учителем Соболев считал В. И. Смирнова, ученика В. А. Стеклова, ученика А. М. Ляпунова. Такова блестящая цепь научного генеалогического древа Соболева[8].

Архив Эйлера принадлежит России, однако издание собрания сочинений Эйлера было осуществлено в Швейцарии. В его подготовке живо участвовали А. М. Ляпунов, А. Н. Крылов, А. А. Марков и В. И. Смирнов. Лучшие умы России старались сохранить идейное наследие Эйлера, о котором В. И. Смирнов, перефразируя фразу Гёте о Моцарте, писал «Эйлер всегда останется чудом, которое не подлежит объяснению»[9]. Уже увидели свет 60 томов *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, а завершить 72-томное издание намечено в этом году.

Математика России в 1930 годах

Великие открытия — вехи неизбежности, которые не возникают сами собой. Решение проблемы подразумевает её постановку, наличие средств и возможностей для решения. Необходимость прокладывает свой путь через дремучую чащу случайностей. Открытия Соболева относятся к годам великого перелома в мировой и отечественной науке. XX век по праву носит имя века свободы. Развитие социальных институтов демократии проходило одновременно с раскрепощением всех сторон духовной жизни людей. Математика раскрывала свою сущность науки о свободных формах мышления. Свобода —

[7] О Чебышёве см. [5].

[8] История петербургской–ленинградской математической школы отражена в [6]. О ранних годах Соболева немного рассказано в [7].

[9] См. [8, с. 54].

понятие историческое, отражающее способ разрешения конфликта между безграничными в своём разнообразии индивидуальностями и ограничивающими формами их коллективного сосуществования. Исторический антураж — обязательный компонент каждого триумфа и каждой трагедии.

Осмысливая свои достижения в 1957 г., сам Соболев отмечал[10]:

> В процессе изучения разнообразных задач на отыскание функций, удовлетворяющих некоторым уравнениям в частных производных, оказалось полезным использовать класс функций, не обладающих повсюду непрерывными производными нужного порядка, но являющихся в некотором смысле предельными для настоящих решений уравнений. Такие обобщённые решения ищутся, естественно, в различных функциональных пространствах, иногда полных, а иногда специально пополняемых при помощи введения новых «идеальных элементов.
>
> От индивидуального решения наука перешла к изучению функциональных пространств, операторов в них и тех элементов, которые являются решениями.
>
> Вопрос о том, когда эти обобщённые решения будут решениями в классическом смысле, при таком рассмотрении становится самостоятельным.

Как мы видим, Соболев выделил неразрывную связь своей теории с гильбертовой идеей социализации математических проблем. Методология Гильберта опиралась на канторову теорию множеств.

Идея пересмотра понятия решения дифференциального уравнения носилась в математической атмосфере начала XX века. Нет сомнений, что обращение Соболева к этой проблематике связано с Гюнтером. В некрологе, написанном Соболевым и Смирновым, подчёркивалась роль Гюнтера в пропаганде идеи Лебега о необходимости пересмотра подхода к уравнениям математической физики на основе теории функций множеств[11].

С идеями функционального анализа Соболев знакомился в семинаре, организованном Смирновым. Именно в этом семинаре изучалась классическая книга Дж. фон Неймана по математическим ме-

[10] Цитируется по [9, с. 596], где воспроизведена статья в *Весн. Друштва математичара и физичара Народ. Репуб. Србиjе.* Т. 9 (1957), 215–244.

[11] См., в частности, [10].

тодам квантовой механики. Нейман резко критиковал подход Дирака: «„несобственные“ конструкции (такие, как $\delta(x)$, $\delta'(x), \dots$) лежат за пределами обычно употребляемых математических методов»[12]. Идеи Неймана вызвали интерес и другого участника семинара Смирнова — Л. В. Канторовича, университетского товарища Соболева, который опубликовал в 1935 году две заметки в «Докл. АН СССР», посвящённые проблеме расширения понятия функции в духе К. Фридрихса и содержащие описание обобщённого дифференцирования умеренных периодических распределений[13].

Представляется совершенно невероятным, чтобы Соболев и Канторович, близкие друзья и участники одного семинара, могли не знать о работах друг друга на родственные темы. Однако ни тот, ни другой никогда не упоминали об этом эпизоде в дальнейшем. Становится ясным, что в те годы между Соболевым и Канторовичем, поддерживавшими теплую и сердечную дружбу до конца своих дней, имело место временное взаимное отчуждение. Понять его природу помогают исключительно острые политические события, развернувшиеся в начале 1930 годов в математической среде Ленинграда и Москвы.

Против старой математической профессуры северной столицы был развёрнут «ленинградский математический фронт». Главным объектом атаки стал Гюнтер, возглавлявший Петроградское математическое общество с момента его возрождения в 1920 г. Гюнтер был по полной программе обвинён в идеализме и отрыве от практики, получив клеймо «реакционера в общественной жизни» и «консерватора в науке». Под «Декларацией инициативной группы по реорганизации Ленинградского физико-математического общества» от 10 марта 1931 г., содержащей ужасные обвинения против Гюнтера, поставили свои подписи 13 человек, среди которых были И. М. Виноградов, Б. Н. Делоне, Л. В. Канторович и Г. М. Фихтенгольц. Гюнтер оставил руководство кафедрой и был вынужден написать покаянное письмо, впрочем, также заклеймённое «математиками-

[12] Цитируется по [11, с. 29]. Первое издание датировано 1932 годом. Нейман писал там же, что «Dirac fingierte trotzdem die Existenz einer solchen Funktion» (ср. [11, с. 27]).

[13] Статьи [12],[13]. В 1991 г. И. М. Гельфанд охарактеризовал эти работы следующим образом: «По существу Леонид Витальевич первым понял значение обобщённых функций и написал об этом задолго до Лорана Шварца» (см. [14]). Статья Соболева «Задача Коши в пространстве функционалов» опубликована в томе 3 Докл. АН СССР за 1935 г. (см. [9, с. 11–13]).

материалистами».

К среде идеалистов был причислен и В. А. Стеклов, скончавшийся в 1926 г.[14]. К чести Соболева и Смирнова, они не присоединились к публичной травле своих наставников[15]. Антидотом послужила явная близость научных взглядов учителей и учеников.

Обстановка в математическом сообществе страны мало отличалась от общих нравов той эпохи. Старую профессуру травили и в Москве[16]. К участию в дрязгах москвичи пытались привлечь Канторовича, который в те годы входил в число первых специалистов по дескриптивной теории функций и множеств. Канторович от каких-либо нападений на Лузина воздержался, в то время как Соболев был активным членом чрезвычайной академической комиссии по «делу Лузина»[17].

Трагедия математики в России в 1930 годах. была всеобщей. Всеобщими были и её триумфы.

Соболев и бомба

Homo sapiens проявляет себя как человек творящий. Сила человека в способности создавать и передавать идеальные неосязаемые ценности. Математика хранит древнейшие технологии безошибочных интеллектуальных приёмов. Наука и искусство доказательных исчислений — математика — расположена в эпицентре культуры. Свобода мышления — это sine qua non личной свободы человека. Математика, положенная в основу мировоззрения, становится гарантом свободы. Творчество Эйлера и лучших представителей его школы дают тому неисчислимые примеры. Не стала исключением и судьба Соболева.

В XX веке человечество подошло к краю безопасных границ своего существования, проявив неспособность остановить поджигателей Первой и Второй мировых войн. Гарантом свободы стало оружие сдерживания. Создание атомной бомбы в США и России — демонстрация удивительной силы науки, последнего резерва выживания

[14] «Декларация» и прочие документы «ленинградского математического фронта» вошли в брошюру [15].

[15] Досталось и Смирнову, причисленному к правым примиренцам и прикрывателям Гюнтера [15, с. 10, 33].

[16] Литературные ссылки имеются, в частности, в [16].

[17] Исторические подробности и стенограммы заседаний Комиссии АН СССР представлены в [17].

человечества. Математики могут гордиться участием своих коллег в этом процессе. В Манхеттенском проекте работали Нейман и Улам. В осуществлении отечественного проекта «Энормоз»[18] участвовали С. Л. Соболев и Л. В. Канторович.

В настоящее время большинство документов, касающихся истории создания ядерного оружия, рассекречено и опубликовано, и мы можем ощутить накал той героической эпохи.

Начало работ по атомному проекту в нашей стране принято связывать с распоряжением ГКО № 2352сс «Об организации работ по урану» от 28 сентября 1942 г.[19]. Спустя несколько месяцев 11 февраля 1943 г. ГКО принимает решение об организации Лаборатории № 2 АН СССР для изучения атомной энергии. Руководство Лабораторией и всеми работами по атомной проблеме было поручено И. В. Курчатову. Вскоре Соболев был назначен одним из заместителей Курчатова и вошёл в группу И. К. Кикоина, где занимались проблемой обогащения урана с помощью каскадов диффузионных машин для разделения изотопов.

В Особой папке хранится отчёт Курчатова и Кикоина, датированный августом 1945 г. В преамбуле этого документа говорится:

> Работы по использованию внутриатомной энергии урана начались в СССР в 1943 году, когда для этой цели была организована в Академии наук СССР Лаборатория № 2 под руководством академика Курчатова И.В.
>
> Так как лаборатория не имела помещения, оборудования, кадров и урана, её работа сводилась к анализу полученных нами секретных материалов о работах иностранных учёных над проблемой урана, к расчётам по проверке этих данных и к проведению отдельных экспериментов.
>
> Во второй половине 1944 г. и [в] начале 1945 г. Лаборатории № 2 по решению ГОКО оказана помощь в обеспечении помещением, оборудованием, материалами и кадрами специалистов, что дало ей возможность приступить к проведению собственных исследовательских работ.
>
> Одновременно к разработке отдельных вопросов проблемы урана

---

[18] Это название использовалось в оперативной переписке советской разведки.

[19] Подпись Председателя ГКО И. В. Сталина на подлиннике отсутствует. В приложенном списке на рассылку указано, что полный текст распоряжения был направлен В. М. Молотову, С. В. Кафтанову, А. Ф. Иоффе, В. Л. Комарову, Я. Е. Чадаеву.

> был привлечён по программе Лаборатории № 2 ряд институтов, конструкторских и проектных организаций СССР (Радиевый, Физический и Энергетический институты АН СССР, Всесоюзный институт минерального сырья, Государственный институт редких металлов, Гос. НИИ-42 НКХП и др.).
>
> Из четырёх известных за границей способов получения атомных взрывчатых веществ (урана-235 и плутония-239), а именно: способом «котел уран — графит», способом «котел уран — тяжёлая вода», способом диффузионным, способом магнитным, руководящие работники Лаборатории № 2 (академики Курчатов, Соболев, члены-корреспонденты Академии наук Кикоин, Вознесенский) считают, что по трем первым из указанных способов Лаборатория № 2 в настоящее время имеет уже достаточные данные для проектирования и сооружения установок[20].

Уже в 1946 г. были построены первые газовые компрессоры и освоено их серийное производство. Начались эксперименты по обогащению газообразного шестифтористого урана. Работа требовала решения колоссального числа разнообразных научных, технологических и организационных проблем, ставших на долгие годы главным делом Соболева. Достаточно привести их перечень из справки для Л. П. Берии от 15 августа 1946 г.[21]:

1. Выбор общей схемы технологического процесса промышленного разделительного завода.
2. Сырье.
3. Проблема фильтров.
4. Нагнетатели (компрессоры).
5. Проблема уплотнения (герметизация) компрессоров и смазка.
6. Вопросы коррозии материалов в шестифтористом уране.
7. Анализ обогащения лёгкого изотопа.
8. Проблема регулирования и автоматики.

---

[20] Полностью документ приведен в [18, с. 307]. На титульном листе есть пометка рукой И. В. Сталина: «Прочесть».

[21] См. [18, с. 567].

Соболев работал как в группе по плутонию-239, так и в группе по урану-235[22], организовал и направлял работу вычислителей, разрабатывал вопросы регулирования процесса промышленного разделения изотопов и отвечал за снижение потерь производства. Его роль в атомном проекте возрастала.

В феврале 1947 г. Курчатов пишет Берии:

> Академик С. Л. Соболев до настоящего времени был ознакомлен с материалами Бюро № 2 только в той части, которая относилась к диффузионному методу. В связи с назначением его на должность заместителя начальника Лаборатории № 2 АН СССР я прошу Вашего разрешения ознакомить академика Соболева С. Л. с материалами Бюро № 2 по всем вопросам проблемы[23].

Испытание РДС-1 состоялось около Семипалатинска в 8 часов местного времени 29 августа 1949 г. Ровно через два месяца более восьмисот участников атомного проекта были награждены орденами. Соболев получил орден Ленина. Ещё в середине 1949 г. Лаборатория № 2 была переименована в ЛИПАН — Лабораторию измерительных приборов Академии наук. Усилия Кикоина и Соболева были сфокусированы на производственной деятельности диффузионного завода. Один из пунктов Постановления Совета Министров СССР от 1 декабря 1949 г. за номером 5472-2086сс/оп гласил:

> Возложить на т. Соболева С. Л. (заместителя начальника Лаборатории № 2 Академии наук СССР) руководство расчётно-теоретическим сектором Центральной лаборатории комбината № 813[24], обязав его находиться на комбинате для выполнения указанных работ не менее 50% всего времени (по согласованию с т. Курчатовым И. В.)[25].

В ЛИПАНе Соболев написал главную книгу своей жизни — «Некоторые применения функционального анализа в математической физике».

Атомный проект обогатил научный и личностный потенциал Соболева. До конца жизни огромное место в его творчестве заняла

---

[22] Об этом см. [18, с. 386].

[23] Цитируется по [19, с. 432]. На этом совершенно секретном документе, написанном в единственном экземпляре, имеется резолюция от руки: «Согласен. Л. Берия. 21/II 47».

[24] В настоящее время Уральский электромеханический завод, г. Новоуральск.

[25] См. [19, с. 363–364].

вычислительная математика. С 1952 по 1960 гг. он возглавлял кафедру вычислительной математики МГУ. Уже в Сибири Соболев построил теорию кубатурных формул, удивительную красотой своей универсальности. В ней Соболев синтезировал идеи классических приближённых методов и теории распределений. Вычисления на сетках Соболев стал рассматривать как интегралы, содержащие обобщённые функции, в рамках отстаиваемой им идеи неразрывной связи функционального анализа и теории вычислений.

Работа в ЛИПАНе добавила Соболеву новые яркие краски в понимании математики. По его словам, именно в те годы он понял, что для многих задач важен не абстрактный вопрос существования решения, а конкретное предъявление разумного приближенного варианта к назначенному сроку.

Выдающуюся роль в истории отечественной науки сыграли выступления Соболева в октябре 1958 г. на Всесоюзном совещании по философским проблемам естествознания. Детализируя и развивая положения письменного доклада, подготовленного совместно с А. А. Ляпуновым[26], Соболев отстаивал свободу науки от идеологического вмешательства, защищал идеи кибернетики и генетики, остро критикуя неоламаркистскую чепуху[27]. В частности, в докладе говорилось, что «ни один учёный не выдвинул бы тезиса о приспособительной наследственности или направленной эволюции, независимой от отбора» [20, с. 252]. В заключительном слове Соболев сказал[28]:

> ...кибернетика не есть идеалистическая наука, потому что она изучает факты, а факты не бывают ни материалистическими, ни идеалистическими... Нельзя разделить физику на физику материалистическую и физику идеалистическую. Нельзя говорить, что эта атомная бомба материалистическая, а эта — идеалистическая, что этот ускоритель элементарных частиц идеалистический, а этот — материалистический. Таких вещей не бывает. Главная дорога развития физики — это дорога строго научная. Могут быть те или иные философские взгляды, но факты и теории, которые привели к крупнейшим достижениям современной физики, которые мы видим, нельзя классифицировать как материализм и идеализм. Так же точно обстоит дело с кибернетикой...

---

[26] Опубликован в [20, с. 237–260].
[27] Всем было ясно, что объект критики — Т. Д. Лысенко.
[28] См. [20, с. 572].

Материалы конференции были опубликованы значительным тиражом[29], показав академическому сообществу страны, что защита науки может осуществляться не только в почтительной форме личных или коллективных писем в ЦК КПСС.

Гражданская смелость Соболева в отстаивании новых идей генетики, кибернетики и математической экономики в годы послевоенного наступления мракобесов от «марксизма» стоит в одном ряду с его участием в проекте «Энормоз» и освоении научной целины Сибири.

Вклад Соболева в создание атомного оружия отмечен не только званием Героя Социалистического Труда, но и вечной благодарностью нашего народа известным и анонимным защитникам свободы отечества.

Новая производная — новое исчисление

Исследования Соболева связаны с переосмыслением понятия решения дифференциального уравнения. Соболев предложил решать задачу Коши в пространстве функционалов, т. е. отказаться от стандартного понимания решения как функции. Фактически Соболев стал считать дифференциальное уравнение решённым даже в тех случаях, когда нам доступны всевозможные интегральные характеристики поведения процесса. При этом решение как функция времени может быть не только неизвестным, но и просто отсутствующим. В науку вошло качественно новое понимание ключевых принципов прогнозирования.

Эйлер ещё в 1755 г. дал универсальное определение функции, которое почти двести лет воспринималось как наиболее общее и совершенное. В своём знаменитом курсе дифференциального исчисления он писал[30]:

> Когда некоторые количества зависят от других таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменениям, то первые называются функциями вторых. Это наименование имеет

[29]Книга была подписана к печати 22 октября 1959 г. Следует напомнить, что 29 июня 1959 г. Н. С. Хрущёв выступил на Пленуме ЦК КПСС с докладом, где хвалил Т. Д. Лысенко и ругал как научный вклад Н. П. Дубинина, так и руководство Сибирского отделения за назначение Н. П. Дубинина директором Института цитологии и генетики СО АН СССР (см. [21, с. 192–199]).

[30]См. [22, с. 38; 23].

> чрезвычайно широкий характер; оно охватывает все способы, какими одно количество может определяться с помощью других. Итак, если x обозначает переменное количество, то все количества, которые как-либо зависят от x, т. е. определяются им, называются его функциями.

Обобщённые производные Соболева под эйлерово понятие функции не подпадают. Дифференцирование, предложенное Соболевым, опирается на новое понимание взаимозависимости математических величин. Обобщённая функция определяется неявно с помощью интегральных характеристик своих воздействий на всех представителей заранее выбранного класса пробных функций. Открытия Ньютона и Лейбница подытожили многовековую предысторию дифференциального и интегрального исчисления [31], открыв дорогу новым исследованиям. Достижения Лебега и Соболева продолжили размышления их гениальных предшественников и осветили путь математиков нашего времени[32].

Соболев был среди пионеров применения функционального анализа в математической физике, создав свою теорию в 1935 г. В работах Лорана Шварца[33], независимо пришедшего к тем же идеям спустя целое десятилетие, новое исчисление стало общедоступным, представ в виде элегантной, мощной и чрезвычайно прозрачной теории распределений, утилизировавшей многие прогрессивные идеи алгебры, геометрии и топологии.

Соболев исключительно высоко оценивал вклад Шварца в разработку аппарата преобразования Фурье распределений[34]: «Обобщённые функции так же, как и обычные функции, могут быть подвергнуты преобразованию Фурье. Можно сказать больше. Преобразова-

[31] Неевропейские корни анализа мало исследованы. В частности, по поводу Секи Такаказу Кова и Мадхава из Сангамаграма см. [24, с. 310; 25].

[32] О предыстории теории распределений см. [26]. Знаменитый спор Эйлера и Даламбера о колеблющейся струне открыл дорогу поискам обобщений понятия решения дифференциального уравнения (см. [26, с. 15–24] и [27]). В свободе Эйлера при обращении с расходящимися рядами легко видеть отблески будущей теории распределений (см. [2, с. 187–188]).

[33] Взгляды Л. Шварца на открытие теории распределений представлены в его автобиографии [28]. Дополнительные литературные ссылки имеются в [29].

[34] Соболев отсчитывал теорию обобщённых функций от своей работы 1935 г. и указывал: «Теория обобщённых функций была позднее разработана Л. Шварцем [21], который, в частности, рассмотрел и исследовал преобразование Фурье обобщённых функций» (см. [30, с. 355]). Здесь имеется курьезная опечатка: правильная ссылка на двухтомник Шварца — [47].

ние Фурье сталкивалось в классическом анализе с рядом существенных трудностей таких, как расходимость интегралов, невозможность истолковать в определённом смысле получаемые бесконечные выражения и т. п. Теория обобщённых функций сняла многие из этих трудностей и превратила преобразование Фурье в мощное средство анализа»[35].

Дифференциальное исчисление XVII века неотделимо от общих воззрений классической механики. Теория обобщённых функций связана с механикой квантовой. Следует особо подчеркнуть, что квантовая механика не является простым обобщением классической механики. Квантовая механика представляет научное мировоззрение, основанное на новых законах. Классические детерминизм и непрерывность уступили место квантованию и неопределённости. В XX веке человечество вышло на совершенно иной уровень понимания природных процессов.

Аналогичным образом дело обстоит и с математическими теориями современности. Логика наших дней не является обобщением логики Аристотеля. Геометрия банаховых пространств не служит обобщением евклидовой планиметрии. Теория распределений, ставшая исчислением нашего времени, коренным образом преобразила всю технологию математического описания физических процессов с помощью дифференциальных уравнений.

Соболев слышал будущее и дарил людей своими пространствами[36]. Его открытия стали триггером многих революционных изменений математики, счастливыми свидетелями и участниками прогресса которой мы являемся.

Последняя серия математических работ Сергея Львовича Соболева была посвящена тонким свойствам корней полиномов Эйлера...

---

[35] См. [30, с. 415].

[36] Б. Л. Пастернак в безымянном стихотворении с первой строкой «Быть знаменитым некрасиво», датированном 1956 г., писал (см. [31, с. 74]):

> Но надо жить без самозванства,
> Так жить, чтобы в конце концов
> Привлечь к себе любовь пространства
> Услышать будущего зов.

Литература

[1] Брылевская Л. И., Миф об Остроградском: правда и вымысел. Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2002. Вып. 7.

[2] Varadarajan V. S., Euler through time: A new look at old themes. Amer. Math. Soc., 2006.

[3] Рид К., Гильберт. С приложением обзора Германа Вейля математических трудов Гильберта. М.: Наука (1977).

[4] Гнеденко Б. В., Михаил Васильевич Остроградский. М.: ГИТТЛ (1952).

[5] Прудников В. Е., Пафнутий Львович Чебышёв. Л.: Наука (1976).

[6] Смирнов В. И. (Ред.), Математика в Петербургском–Ленинградском университете. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1970.

[7] Рамазанов М. Д. (Ред.), Сергей Львович Соболев. Страницы жизни в воспоминаниях современников. Уфа: ИМВЦ УНЦ РАН, 2003.

[8] Ладыженская О. А., Бабич В. М. (Ред.), Владимир Иванович Смирнов (1887–1974). Изд. 2. М.: Наука, 2006.

[9] Соболев С. Л., Избранные труды. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, Т. 2 (2006).

[10] Смирнов В. И., Соболев С. Л., Биографический очерк [Николай Максимович Гюнтер (1871–1941)]. В кн.: Гюнтер Н. М., Теория потенциала и её применение к основным задачам математической физики. М.: ГИТТЛ (1953), 393–405.

[11] Нейман Иоганн фон, Математические методы квантовой механики. М.: Наука (1964).

[12] Канторович Л. В., О некоторых общих методах расширения пространства Гильберта Докл. АН СССР, Т. 4, № 3 (1935), 115–118.

[13] Канторович Л. В., Некоторые частные методы расширения пространства Гильберта. Докл. АН СССР, Т. 4, № 4/5 (1935), 163–167.

[14] Гельфанд И. М., Леонид Канторович и синтез двух культур. в кн.: Леонид Витальевич Канторович — человек и учёный. Новосибирск: Гео, Т. 1 (2002), 162–163.

[15] На ленинградском математическом фронте. Под ред. Л. А. Лейферта, Б. И. Сегала, Л. И. Федорова. М.; Л.: Гос. социально-эконом. изд-во (1931).

[16] Кутателадзе С. С., Корни дела Лузина. Сибирский журн. индустр. мат. Т. 10, № 2 (2007), 85–92.

[17] Демидов С. С., Левшин Б. В. (Отв. ред.), Дело академика Николая Николаевича Лузина. Санкт-Петербург: Русский христианский гуманитарный институт (1999).

[18] Рябев Л. Д. (Ред.), Атомный проект СССР. Документы и материалы. Т. II: Атомная бомба 1945–1954. Кн. 2. М.; Саров: Наука (2000).

[19] Рябев Л. Д. (Ред.), Атомный проект СССР. Документы и материалы. Т. II: Атомная бомба 1945–1954. Кн. 4. М.; Саров: Наука (2000).

[20] Федосеев П. Н и др. (Ред.), Философские проблемы современного естествознания. М.: Изд-во Академии наук СССР (1959).

[21] Дубинина Л. Г., Овчинникова И. Н. (Сост.), Николай Петрович Дубинин и XX век. М.: Наука (2006).

[22] Эйлер Л., Дифференциальное исчисление. Л.: Гос. техн. изд. (1949).

[23] Ruthing D., Some definitions of the concept of function from Joh. Bernoulli to N. Bourbaki. Math. Intelligencer, **6**:4 (1984), 72–77.

[24] Eves H., An introduction to the history of mathematics. Saunders Collins Publ.: Philadelphia etc. (1983).

[25] Joseph G. G., The crest of the peacock: The non-European roots of mathematics. Princeton: Princeton Univ. Press (2000).

[26] Lützen J., The prehistory of the theory of distributions. New York etc.: Springer-Verlag (1982).

[27] Демидов С. С., О понятии решения дифференциальных уравнений с частными производными в споре о колебании струны в XVIII веке. Историко-математические исследования. М.: Наука, 1976. Вып. 21. С. 158–182.

[28] Schwartz L., A mathematician grappling with his century. Basel etc.: Birkhaüser (2001).

[29] Кутателадзе С. С., Сергей Соболев и Лоран Шварц. Вестн. РАН, Т. 75, № 4 (2005), 354–359.

[30] Соболев С. Л., Введение в теорию кубатурных формул М.: Наука (1974).

[31] Пастернак Б. Л., Собрание сочинений в пяти томах. М.: Художественная литература (1969). Т. 2.

8 января 2008 г.

Глава 20

Человек, а не икона

«Наука в Сибири», № 42, октябрь 2008 г., с. 5;
Вестник Владикавказского научного центра, Т. 8, № 4, с. 77 (2008).

Сергей Львович Соболев, столетие со дня рождения которого исполнилось днями, прожил удивительную жизнь. Трудно привести другой пример человека, которого медные трубы сделали лучше и мудрее. Немыслимые славу и почет в собственной стране и за рубежом Соболев приобрел в свои самые молодые годы. Учёные всего мира ценили его гениальное открытие — понятие обобщённой производной, снявшее завесу тайны с математического аппарата квантовой механики. Для отечественной публики было важно, что Соболев очень рано стал академиком.

Вклад Соболева в атомный проект и создание Сибирского отделения, его бесстрашие в защите кибернетики и генетики стали предметом личной гордости огромного множества наших соотечественников. Уникальное положение баловня судьбы доставляло самому Соболеву постоянный дискомфорт, сделало осознанным и императивным его нравственный выбор.

Слово скромность имеет позитивные и негативные оттенки. Самокритичность — понятие определённое. Соболев был самокритичен и это качество стало совершенно доминирующим в его личности в последние годы жизни. Соболев не боролся за приоритет, не занимался саморекламой и самовосхвалением. Он был чужд классическим образцам научного хулиганства — доминированию в эпсилонокрестности своей популяции, требованиям самых жирных кусков общего пирога и пестованию собственных негодяев.

Одноименные заряды отталкиваются, равновеликие люди держатся друг от друга на дистанции независимости. Противоположность личностных качеств и дарований рождает лизоблюдство и подхалимаж, кормит такие проявления меритократизма, как избранничество, верхоглядство, византийство и заурядное хамство. Соболев рано столкнулся с низменными человеческими страстями, обитающими в академической среде. Иммунитет к этой заразе возник у Соболева не сразу, а после болезненных инъекций в стиле дела Лузина и машинной дешифровки письма майя.

Выбор служения науке и отечеству как долг личной чести — самая яркая черта личности Соболева. Редко осознаётся, что общественное служение не способствовало расцвету уникального математического дара Соболева.

Математик не всезнайка и не фокусник. Математик — тот, кто отличает доказанное от недоказанного. Математика требует доказательств и тем самым «ум в порядок приводит». Для вклада в математику быть умным математиком, конечно, необходимо, но далеко не достаточно. Талантливы все — гениальны немногие. Гении не рождаются в пустоте. Прорывы осуществляются на границе с непознанным, то есть на передовых рубежах науки. Учителя — проводники учеников к фронту неведомого. В годы рождения теории обобщённых функций Соболев владел новейшим научным инструментарием математики. Однако от передового в тридцатых годах до передового в годы послевоенные лежит дистанция огромного размера. Математики наших дней не всегда осознают, что видимые нам недочёты и пробелы пионерских работ Соболева связаны главным образом с отсутствием, новизной или слабостью необходимых ему теоретических разделов математики и, прежде всего, топологии, теории локально выпуклых пространств и гармонического анализа.

Как основоположник дифференциального исчисления XX века, Соболев принадлежит человечеству. Для людей, имевших честь и счастье быть современниками Сергея Львовича, память о нём останется утешением и украшением жизни.

Не икона, а живой человек стоит в центре культуры. Человек выше иконы. Тем и интересен...

10 октября 2008 г.

Глава 21

Синтез и анализ

«Наука в Сибири», № 37–38, сентябрь 2004 г., с. 3;
Сибирский журн. индустр. мат., Т. 7, № 3, 3–4 (2004).

Сальери не был глубоким математиком. По свидетельству А. С. Пушкина он проверял гармонию алгеброй. В свете воззрений XVIII века синтетическую гармонию звуков Сальери следовало бы изучать с помощью новомодных аналитических методов зарождавшегося дифференциального и интегрального исчисления.

Проверка гармонии синтетической геометрии методами математического анализа составляет главную особенность творчества Юрия Григорьевича Решетняка, лидера сибирской научной школы в области геометрии, топологии и квазиконформного анализа, которому 26 сентября исполняется 75 лет.

Решетняк — воспитанник петербургской математической школы, прямой ученик А. Д. Александрова, с которым он тесно сотрудничал около полувека вплоть до кончины учителя. В работах Решетняка поражает сочетание редкой геометрической наглядности с виртуозной и очень оригинальной аналитической техникой. Рассказывать о математических результатах проще всего на языке точных определений, формул и теорем. Этот язык уместен в специальной литературе. Поэтому здесь я только в самых общих чертах расскажу о некоторых ярких идеях, принадлежащих Решетняку.

В середине прошлого века петербургская школа интенсивно развивала синтетическую геометрию под лозунгом «Назад — к Евклиду!», выдвинутым Александровым. В рамках этой теории, получившей название «геометрия „в целом“», проводилась последовательная линия на отказ от априорных ограничений гладкости и постановку и решение геометрических проблем не для малых участков, а глобально на всей поверхности.

Новый подход был воспринят далеко не всеми математиками и даже оттолкнул ряд геометров. Им казалось, что синтетические глобальные методы будут намного беднее средств дифференциальной геометрии, а прекрасные достижения теории функций, функционального анализа и уравнений в частных производных останутся невостребованными. Бытовало мнение, что школа Александрова может откатиться на периферию математики, сужая свой технический арсенал. Ничего подобного не произошло — уже в первые годы становления новой дисциплины сам Александров обогатил геометрию методами функционального анализа и теории меры.

Эту же линию Решетняк блестяще продолжил, соединив геометрические методы с современной теорией функций действительной переменной и, в особенности, с теорией обобщённых функций и нелинейной теорией потенциала. В этой связи стоит особо выделить ставшую классической теорему Решетняка о возможности введения изотермических координат на самых общих поверхностях ограниченной кривизны.

Вскоре после переезда в Сибирь Решетняк удачно синтезировал геометрические идеи с аппаратом теории соболевских классов функций с суммируемыми обобщёнными производными и теории квазиконформных отображений, предложенной М. А. Лаврентьевым. В этой области Решетняку принадлежит множество ярких результатов. Нельзя особо не отметить данное Решетняком полное решение знаменитой проблемы Лаврентьева об устойчивости в теореме Лиувилля.

В исследованиях Решетняка и его учеников самым парадоксальным образом выяснилось, что между квазиконформными отображениями областей и пространствами Соболева на последних есть имманентная связь. Конечно, всем математикам дорог тезис о внутреннем единстве математических теорий. Однако то, что квазиконформные отображения Лаврентьева и пространства Соболева неразрывно связаны (функтором замены переменной), до сих пор воспринимается как удивительный трансцендентный феномен, лежащий в истоках Сибирского отделения.

Мне повезло быть знакомым с Решетняком более сорока лет. Именно на моём потоке в университете Решетняк впервые прочёл свой всемирно знаменитый теперь курс математического анализа.

Лекции Решетняка произвели на меня неизгладимое впечатление двумя вещами. Первой назову виртуозное владение аналитической техникой, умение мгновенно отвечать на любые тонкие, сложные и каверзные вопросы, причём делать это, не моргнув и глазом, ровно и спокойно, никак не унижая малосообразительного студента или собеседника.

Вторая — это редкая интеллектуальная добросовестность, являющаяся, как я теперь точно знаю, определяющей чертой его личности. Поясню это качество Решетняка только одним мелким студенческим примером.

Ошибки на лекциях — вещь совершенно неизбежная, но лекторы не слишком любят в них сознаваться, что студенты обычно фиксируют. Решетняк в таких (весьма редких) случаях говорил студентам: «На прошлой лекции я доказал вам такую-то теорему. Найдите её, пожалуйста. Нашли? Вырвите эти листы. Вырвите!». Больше я никогда не слышал, чтобы Решетняк повышал голос.

Решетняк и сегодня много работает, всегда в гуще научных дел, окружён родными, близкими и учениками. Его жизнь полна событий.

От всей души друзья, коллеги и ученики желают Юрию Григорьевичу доброго здоровья и неограниченного продолжения замечательной и радостной суеты.

17 июля 2004 г.

Глава 22

Мерки науки

«Наука в Сибири», № 38, сентябрь 2009 г., с. 11;
Сибирский журн. индустр. мат., Т. 12, № 3, 3–4 (2009).

26 сентября 2009 г. исполняется 80 лет академику Юрию Григорьевичу Решетняку, одному из первых сотрудников Сибирского отделения Российской академии наук.

Путь Решетняка отмечен не розами, а служением и пониманием. Он всегда сохраняет творческую независимость. Настоящая звезда излучает, а не поглощает. Не эпигонство, а понимание и развитие идей своих предшественников и учителей отличают достойного учёного.

В середине 1960 годов Решетняк стал самым образованным математиком среди отечественных геометров. Важнейшим стимулом творчества Решетняка было стремление войти в новую область теории функций действительного переменного, которую теперь называют «квазиконформный анализ», и разобраться с тем, что в ней происходит. Поход был более чем успешен, и специалисты в этом разделе математики называют Решетняка «гигантом из Сибири».

Не в малой мере успеху исследований Решетняка способствовала работа по постановке курса математического анализа в НГУ.

Курс дифференциального и интегрального исчисления — основа профессионального образования математика в любом университете мира. База математического образования — курс анализа. В НГУ анализ преподают по Решетняку. Интеграл Лебега, исследование пределов и рядов с помощью теории метрических пространств, криволинейное и поверхностное интегрирование на основе внешних дифференциальных форм — обязательные разделы курса математического анализа, кто бы этот курс сейчас ни читал. Нельзя не вспомнить, что все эти новации были внесены в преподавание в НГУ молодым профессором Решетняком в начале 1960 годов. Теорию внешних форм в обязательном курсе математического анализа до Решетняка не излагал, как я понимаю, никто и нигде в мире.

Решетняк — не оратор, но все выпускники мехмата, слушавшие его, считают Решетняка блестящим лектором. В чём природа этого парадокса? Специального социологического исследования никто не проводил и можно поделиться только личными ощущениями. На лекциях Решетняка возникает постоянное ощущение вдохновения, силы и очарования математики. Как ему это удаётся — до сих пор загадка. Скорее всего, и сам Решетняк ответа не знает. Можно только констатировать наличие уникального математического дара, который у Решетняка есть от природы и которым он со своими учениками щедро делится.

Нередко полагают, что важность научной теории определяется числом её сторонников. Этот количественный подход сродни бюрократическим играм в цифирный бисер вроде ПРНД и разных импакт-факторов. Будущее науки в развитии её понятий. Наука вообще существует как система развивающихся понятий. Полезно помнить, что именно в понятиях сохраняются любые факты, аппараты и технологии — любая машина или программа мертвы без их описания. Решетняк понятийный аппарат современной математики существенно обогатил.

Общие мерки науки великоваты для результатов многих учёных. Творчеству Решетняка они подходят. Нам, его коллегам и ученикам повезло.

Решетняку есть на что оглянуться, а нам есть за что его поблагодарить в юбилейные дни. Спасибо Вам за науку, Юрий Григорьевич!

3 августа 2009 г.

Глава 23

Наука без границ

«Наука в Сибири», № 36, июль 2009 г., с. 11.

Вручая 5 июня премию «Глобальная энергия», Президент Д. А. Медведев выразил надежду, что имена её лауреатов 2009 г. станут известными более широкому кругу людей. Всем сибирским учёным особенно приятно увидеть среди награждённых своего коллегу А. Э. Конторовича наряду с москвичем Н. П. Лаверовым. Не все знают, что с Россией и Сибирским отделением тесно связан и другой лауреат — выдающийся британский учёный, член Королевского общества с 1983 г. профессор Дадли Брайен Сполдинг, основатель и директор-распорядитель с 1974 г. корпорации CHAM — «Концентрация энергии и момента количества движения».

Давеча Сполдинг прислал мне слайд своей речи на церемонии вручения премии с фотографиями своих коллег С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьева и А. В. Лыкова.

В 1964 г. в возрасте около сорока лет Сполдинг осуществил удивительный перевод на английский язык книги С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьева «Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа», опубликованной издательством Сибирского отделения в 1962 г. Перевод, изданный одновременно Academic Press в США и издательством Arnold в Великобритании, исключительно своеобразен. По своей структуре он напоминает старинные пергаменты, где исходный текст переплетен с добавлениями переписчиков. Книга заполнена комментариями, занимающими иногда несколько страниц, где переводчик разъясняет и трактует результаты авторов, то и дело предлагая свои собственные дополнения и пояснения. С той поры прошло уже более сорока лет, но по-прежнему весьма проблематично встретить что-либо подобное в современной научной литературе.

Во введении Сполдинг писал:

> Авторы ни одного прежнего учебника никогда не осмеливались рекомендовать методы вычисления коэффициентов трения и теплообмена в условиях больших чисел Маха и градиента давления, осложненных теплопередачей, и мало кто проявлял такую же способность к изобретению новых теоретических методов, такую же силу в применении этих методов и такое же владение экспериментальным материалом, какие раскрыты на следующих страницах книги.

Сполдинг побывал в Новосибирске в 1968 г. на крупной международной конференции, организованной Институтом теплофизики. Его связи с коллегами из России и Сибирского отделения с тех пор никогда не прерывались. Сполдингу нравилось, что в России с подачи моего отца его называли «Бриан Гарольдович». Так к нему обратился недавно и я с поздравлениями и благодарностью за то, что он сделал в прошлом и делает сегодня, инвестируя в будущее человечества.

На Земле всегда есть место весне, и без границ наука процветает.

12 июня 2009 г.

Глава 24

Прощание с Мильтоном Фридманом

«Наука в Сибири», № 50, декабрь 2006 г., с. 4.

Впечатлительная публика, увлечённая «Звёздами на льду» и радиоактивным полонием, не обратила внимания на редкие сообщения в отечественной прессе о том, что 16 ноября 2006 г. на 95 году закончилась жизнь американского профессора экономики Мильтона Фридмана.

Идеи правят миром. Эту банальную констатацию когда-то с глубокой иронией дополнил Джон Мейнард Кейнс. Свой капитальный труд «Общая теория занятости, прибыли и денег» он завершил крылатым афоризмом:

> Практические люди, мнящие себя совершенно неподверженными никаким интеллектуальным влияниям, обычно являются рабами какого-нибудь замшелого экономиста.

Политические идеи направлены на власть, экономические — на свободу от власти. Политическая экономия неразрывна не только с экономической практикой, но и с практической политикой. Политизированность экономических учений характеризует их особое положение в мировой науке. Изменчивость эпох, их технологических достижений и политических предпочтений отражается в широком распространении эмоционального подхода к экономическим теориям и ставит экономику в положение, немыслимое для остальных наук.

Среди математиков, физиков и химиков немало людей, кое-что сделавших для человечества. Однако никого из них в общем не принято расценивать в особых рамках нравственной шкалы добра и зла. Гигантов естественных наук ценят и уважают даже тогда, когда их идеи потеряны в сокровищнице новых достижений. Помимо благородных причин для этого есть и одна довольно циничная: как бы не меняли достижения точных наук жизнь человечества, они никогда не затрагивают обыденное сознание людей столь живо и остро, как суждения о наших кошельках и свободах.

Великая и горькая судьба уготована великим и горьким наблюдениям великих и горьких экономистов.

Фридман — гигант второй половины XX века, вставший в ряд тех учёных, чьи идеи стали материальной силой, изменили политическую и экономическую карты мира и расширили нравственный опыт человечества.

Лауреат Нобелевской премии по экономике 1976 г. за достижения в «анализе потребления, истории и теории монетаризма, за демонстрацию сложности политики стабилизации», Фридман навсегда вписал своё имя в историю человечества как вдохновенный певец, защитник и страж индивидуальных свобод каждого экономического агента. Настольной книгой миллионов людей стало сочинение Фридмана «Капитализм и свобода».

В центр своих экономических учений Фридман поставил не сюзерена, не права собственности и не интересы классов, а человека с его врождённым стремлением к независимости от окружающих и среды обитания. Абстрактный индивидуализм, утверждающий уникальность и полноправие человека самого по себе, является по Фридману естественным источником свободы и причиной неизбежности капитализма в общественном устройстве.

Алан Гринспен, бывший руководитель Федеральной резервной системы США, отмечал:

> Сколь благодарен я внутренней справедливости и правильности идей Фридмана, под воздействием которых я находился. Ценители свободы из многих новых поколений будут ему признательны.

Поль Самуэльсон, макроэкономист и Нобелевский лауреат, констатировал:

> Я мог бы нанести точки по всей карте мира, где в данный момент есть люди, пытающиеся доказать, что Мильтон ошибается. Но в дру-

> гой точке кто-то пытается доказать, что он прав. Это я и называю влиянием.

Рональд Рейган, сороковой президент США, писал:

> Мильтон Фридман — учёный первого ранга, чей оригинальный вклад в экономическую науку сделал его одним из величайших мыслителей современной истории.

Идеи Фридмана добавляют многие источники полярности в наш противоречивый мир. Дискуссии о его научных взглядах пронизывают интеллектуальную и информационную среду современности. Если конец XIX и начало XX веков прошли под воздействием идей учёного Карла Маркса, то в конце XX века и начале века XXI мы живем в мире идей учёного Мильтона Фридмана. Таково наше время, таков выбор человечества. Таково влияние науки на жизнь современных людей.

Мильтон Фридман останется в нашей памяти как великий и светлый учёный...

20 декабря 2006 г.

Глава 25

Wilhelmus of Positivity

Speech at Positivity VI in El Escorial (Spain) on July 23, 2009.

Socially we proceed by example. Wim has exhibited such an example to me, granting a hope of future during the first years of our interest in application of the modern technique of model theory to positivity.

It is worth recalling that in the early 1960s, Wim, then an established analyst of high reputation in Banach lattices, stood the second to Abraham Robinson in promoting the ideas of the brand-new nonstandard analysis. The second publication on nonstandard analysis was Wim's famous article "What Is Nonstandard Analysis?" In 2006 I was asked to give a lecture on the basics of Boolean valued analysis to geometers and of course the title of this lecture was a la Wim "What Is Boolean Valued Analysis?"

It was Wim who edited the famous green book *Applications of Model Theory to Algebra, Analysis and Probability* in 1969. A few weeks ago we exchanged letters with Dana Scott who will visit the Malcev Centennial at Novosibirsk later this summer. He reminded me that in this book he published the article "Boolean Models and Nonstandard Analysis" where he forecasted the future of what we know now as Boolean valued analysis.

It so happened that Wim reviewed the majority of books on positivity and nonstandard methods stemming from Novosibirsk and Vladikavkaz, my textbook on functional analysis inclusively. Of course we were and still are very proud of his evaluations and comments. However, I first met Wim in Dresden at Positivity IV and since then a photo of him with Tolya Kusraev and me is always right above my left hand in my study at Novosibirsk.

Wim is a man of an exceptional understanding and marvelous sense of humor. So I finish with a short slightly jocular toast I prepared to welcome Wim here at Positivity VI and sent to him yesterday.

> It is an honor and pleasure for me to felicitate Professor Luxemburg who is unfortunately absent from this Positivity meeting.
>
> We are just a bunch of positivity adepts. Thinking positively, we may view the realm of mathematics as the free quite real vector space over all mathematicians. The conic hull of all positivity humans makes mathematics into an ordered vector space. Most likely this yields a vector lattice despite the ludicrous claims of some fellow mathematicians to be the top elements in this ordered vector space. In any case, we belong to the positive cone of mathematics and so we are positive. Since positivity is a general mode of living, it is better to say that a member of the positive cone has positive sense. As usual in many dimensions, most vectors are senseless, i.e., the relevant persons have no sense at all.
>
> Professor Luxemburg has taught us that we live not only in the vector lattice of mathematics but also in the unusually nonstandard universe where we must distinguish between the negligible and the eternal as well as between the infinite and the infinitesimal.
>
> Positivity is a relation and some of us are more positive than the others. In the nonstandard world we live in, one is *definitely greater* than the other, if the difference between the two is infinitely large.
>
> Professor Luxemburg occupies an exceptional place in positivity, for he is definitely greater than any standard mathematician of positive sense.
>
> Professor Luxemburg's service to mathematics is so impressive that I am sure that no one but he has any right to repeat the ancient words of *Het Wilhelmus*: "Life and my all for others I sacrificed, for you!"
>
> The noble tradition calls us to raise our glasses and wish Professor Luxemburg, the true Wilhelmus of Positivity, many happy returns of the day.

Inspiration is always genuine. You cannot counterfeit inspiration. We all share the feeling of inspiration that stems from Wim.

July 20, 2009

Глава 26

Апология Евклида

«Наука в Сибири», № 38, октябрь 2005 г., с. 6;
Владикавказский мат. журн., Т. 8, № 2, 62–63 (2006).

Во многих популярных дискуссиях о математике и принципах её преподавания в ругательном смысле часто звучит термин «бурбакизм». Со страниц академических журналов и популярных газет доносятся гневные упреки в адрес некого вредного современного метода преподавания математики, основанного на формалистическом подходе Бурбаки. Стали расхожими анекдоты о том, что «бурбакизм» в преподавании заставляет студентов и школьников смотреть на коммутативность сложения как на метод вычислений и учит их складывать числители и знаменатели дробей по раздельности. Профессиональные математики и педагоги делятся на враждующие группы, обсуждая с упорством и непримиримостью схоластов средневековья «проблему натуральности нуля», состоящую в выяснении с чего — с нуля или с единицы — «на самом деле» начинается натуральный ряд целых чисел. Не меньшую ярость вызывают дискуссии о праве первенства между понятиями «больше», «больше или равно» и «строго больше». Все рассказы и филиппики против «бурбакизма» в преподавании довольно милы и местами верны, однако связаны с прискорбным недоразумением.

Никакого учителя или профессора Бурбаки, автора вредоносной методологии «бурбакизма» в преподавании, никогда не было. Говоря о Бурбаки, знающие люди подразумевают незаурядный научный проект середины прошлого века, осуществлённый сохранявшей значительную анонимность группой математиков, в основном французских. Под псевдонимом «Николя Бурбаки» на многих языках мира вышло в свет многотомное издание, охватывающее огромное множество математических тем. Это издание стало выдающимся событием в мировой научной литературе.

Трактат Бурбаки «Начала математики» был заявлен авторами как преемник классических «Начал» Евклида. Книги Евклида ознаменовали появление математики как особого рода познавательной деятельности, основанной на доказательствах. Стиль трактата Бурбаки идентичен стилю «Начал» Евклида. Книги Евклида лишены каких-либо практических мотиваций и отступлений, обсуждений истории вопроса, авторства и значения излагаемых результатов. Книги Евклида зафиксировали эпохальный переворот в сознании человечества — уникальное появление аксиоматического метода, который, как это ни парадоксально, не был документирован нигде, кроме Древней Эллады.

Серьёзная критика книг Бурбаки существует в науке и основана на претензиях к их содержанию, а не стилю. Трактат Бурбаки очевидно не полон. Многие важные математические темы в нём не раскрыты или раскрыты неудовлетворительно. В ряде томов изложены тупиковые ветви предмета. Все эти дефекты связаны с важнейшим капитальным различием между книгами Евклида и Бурбаки. В «Началах» Евклид излагал во многом уже завершённую теорию — «евклидовы» планиметрию и стереометрию. В этом фрагменте науки во времена Евклида многое было выяснено раз и навсегда.

Проект Бурбаки осуществлялся в период чрезвычайно бурного развития математики. Ряд книг трактата устарел уже к моменту выхода в свет. Героический и амбициозный замысел Бурбаки изложить начала всей математики XX века в одном трактате на методических принципах Евклида был обречён на неудачу. Математика обновлялась и обогащалась яркими достижениями много быстрее, чем писались книги трактата Бурбаки. Совершенно неудивительно поэтому, что неудача Бурбаки особенно остро ощущалась математическими героями, творцами математики XX века. Трактат стали критиковать и даже судить потому, что в нём многого нет. Как это обычно бывает, к серьёзной критике охотно присоединились «пропедевты» и «методисты», малосведущие в существе дела. Общеизвестно, что недовольство неполнотой содержания книги малоубедительно: странно судить сочинение за то, чего в нём нет. Претензии к содержанию с неизбежностью превратились в критику формы. Лапидарность, сухость и строгость стиля изложения подвергаются осуждению и даже остракизму противниками вредоносного «бурбакизма» в преподавании.

Саломон Бохнер, один из знаменитых математиков прошлого века, с улыбкой отмечал, что книга Евклида — кошмар для современных ему теоретиков и практиков педагогики[1]:

> Also, if examined "objectively," Euclid's work ought to have been any educationist's nightmare. The work presumes to begin from a beginning; that is, it presupposes a certain level of readiness, but makes no other prerequisites. Yet it never offers any "motivations," it has no illuminating "asides," it does not attempt to make anything "intuitive," and it avoids "applications" to a fault. It is so "humorless" in its mathematical purism that, although it is a book about "Elements," it nevertheless does not unbend long enough in its singlemindedness to make the remark, however incidentally, that if a rectangle has a base of 3 inches and a height of 4 inches then it has an area of 12 square inches. Euclid's work never mentions the name of a person; it never makes a statement about, or even an (intended) allusion to, genetic developments of mathematics; it makes no cross references, except once, the exception being in proposition 2 of Book 13, where the text refers to, and repeats the content of, the "first theorem of the tenth book," which, as it happens, is Euclid's "substitute" for the later axiom of Archimedes. Euclid has a fixed pattern for the enunciation of a proposition, and, through the whole length of 13 books, he is never tempted to deviate from it. In short, it is almost impossible to refute an assertion that the Elements is the work of an unsufferable pedant and martinet... Euclid's work became one of the all-time best sellers. According to "objective" Pestalozzi criteria, it should have been spurned by students and "progressive"teachers in every generation. But it nevertheless survived intact all the turmoils, ravages, and illiteracies of the dissolving Roman Empire, of the early Dark Ages, of the Crusades, and of the plagues and famines of the later Middle Ages. And, since printing began, Euclid has been printed in as many editions, and in as many languages, as perhaps no other book outside the Bible.

[1] Cp. Bochner S., The Role of Mathematics in the Rise of Science. New Jersey: Princeton University Press (1966).

Ну совсем ужасная книга без мотивировок и обсуждений, сухой и формальный текст из аксиом, определений, лемм и теорем без каких-нибудь содержательных примеров из физики, экономики, общественной или духовной жизни. Однако именно эта книга живёт почти два с половиной тысячелетия и не собирается умирать. А вот учебники геометрии, где для определения площади фигуры требуется эту фигуру засеять или вырезать из бумаги, тест на долголетие не прошли.

Не стоит смешивать очную и заочную формы передачи и сохранения знаний. Надо различать книгу, излагающую предмет, и способ преподавания этого предмета. Вавилонские математические тексты были по существу задачниками с приведёнными решениями. Этот стиль преподавания жив до сих пор. Однако ни один такой решебник по долголетнему влиянию на математику и культуру в целом с «Началами» Евклида сравниться не может. Конспект по математике, составленный любым школьником или студентом, до сих пор напоминает «Начала» Евклида и повторяющие их «Начала» Бурбаки.

Обычно термин «бурбакизм» подразумевает «формалистическую структуральную математику», чтобы этот странноватый термин не означал. Фактически, новомодное словечко редко скрывает что-либо большее, чем простую ссылку на многовековую традицию краткой записи и сохранения математических теорий в аксиоматической форме. Эта замечательная традиция ведёт отсчёт с сочинений Евклида.

Отсутствие излишеств, стройность, чёткость, доказательность и последовательность изложения стимулируют, организуют и дисциплинируют разум и мысль, раскрывая внутреннюю красоту и гармонию математики. Именно максимально обезличенный, лишённый примет времени стиль «Начал» Евклида составляет их особую ценность, позволяя нам легко понять написанное спустя многие века.

«Словесные» задачи, практические мотивировки, эмфатика творческой личности, субъективная окраска материала и аллюзии к современности совершенно необходимы в арсенале обучения, но конкретные продукты этих бессмертных приёмов преподавания крайне изменчивы, сиюминутны, недолговечны и часто умирают в самый момент их произнесения.

Наука должна сохранять старые знания и пытаться решать новые задачи сегодняшнего дня. В этой связи преподавание имеет двуединую задачу: сохранение и передачу знания — «наполнение сосуда» в сочетании с «зажжением факела», то есть с инициацией и побуждением к творческому поиску и получению новых знаний.

Нет никакой необходимости противопоставлять передачу и сохранение знаний и воспитание творчества, выработку навыков решать и ставить злободневные задачи. Сохранение математических знаний в бесстрастной, обезличенной и сухой форме учебников совсем не исключает творческий поиск преподавателя. Напротив, стиль Евклида предполагает постоянное творчество, требуя от педагога поиска и применения тонких личностных настроек, субъективных ключиков и таинств для пробуждения интереса к математике, для понимания её места и значения в науке, производстве и других сферах общественной жизни, для выработки навыков по применению математики в практических задачах.

Перед преподавателем стоит задача сломать преграды к пониманию математики, показать раскрепощающую сущность её свободного мышления, объяснить, что математика — это самая человечная из человеческих наук.

Без человека математики нет. Физический мир есть, а математики нет. Математику делают люди. Они делают её, думая о людях и для людей.

Цель и суть математики заключены в той свободе, которую она даёт нам. Математика сочетает абсолютную доступность, демократичность и открытость с непререкаемым запретом на любую субъективность, предвзятость и бездоказательность.

Одна из наиболее персонифицированных наук, требующая самостоятельных личных усилий для решения простейшей арифметической задачи, математика научилась делать сложное простым, доступным для всех и каждого. Самая гуманная из наук, математика выработала свою прекрасную «бесчеловечную» форму объективной письменной передачи знаний — классический стиль эллинских «Начал».

В математику нет царских путей, в неё ведёт дорога, проложенная Евклидом. Стиль Евклида живёт не только в книгах Бурбаки, но и в тысячах школьных и студенческих конспектов по всему миру. Этот стиль — достижение и гордость нашей древней науки.

25 апреля 2005 г.

Глава 27

Лейбницево определение монады

Приобретённые признаки не наследуются. Этот закон генетики определяет многие стороны общественной жизни. Человечество создаёт и поддерживает сложнейшие социальные институты, призванные передать новым поколениям людей опыт их предков. Как биологические особи мы не сильно отличаемся от своих палеолитических предшественников, что даёт надежды правильно понять мысли, оставленные нам великими умами прошедших эпох.

Мировоззрение Лейбница, отражённое в его сочинениях, занимает уникальное место в человеческой культуре. Трудно найти в философских трудах его предшественников и более поздних мыслителей нечто сопоставимое с фантасмагорическими представлениями о монадах, особых и удивительных, неизменных и многообразных конструктах мира и мысли, предваряющих, составляющих и содержащих в себе все бесконечные проявления сущего.

«Монадология» обычно датируется 1714 г. При жизни Лейбница это эссе никогда не издавалось. Более того, принято считать, что сам термин «монада» в его бумагах появляется только с 1690 г., когда он уже был сложившимся знаменитым учёным.

Особое внимание к природе термина «монада» и придание специального значения дате его появления в сочинениях Лейбница — типичные продукты нового времени. Мало кто из образованных людей наших дней не сталкивался с основными понятиями планиметрии и не слыхал о Евклиде. Однако никто на школьной скамье не знакомился с понятием «монада». Доступные переводы «Начал» Евклида и популярные школьные учебники геометрии этот термин не содержат. Между тем понятие «монада» относится к числу первичных не только в геометрии Евклида, но и во всей науке Древней Эллады.

По определению I книги VII «Начал» Евклида монада — «есть [то] через что каждое из существующих считается единым». Евклид тут же даёт определение II: «Число же — множество, составленное из монад». В известных переводах трактата Евклида вместо термина «монада» используется слово «единица».

Современному читателю очень трудно понять, почему выдающийся скептик III века Секст Эмпирик при изложении математических воззрений своих предшественников пишет:

> Пифагор говорил, что началом сущего является монада, по причастности к которой каждое из сущего называется одним.

И далее:

> ...точка устроена по типу монады, ведь, как монада есть нечто неделимое, так и точка, и, как монада есть некое начало в числах, так и точка есть некое начало в линиях.

А вот ещё суждение того же рода, которое совсем несложно принять за цитату из «Монадологии»:

> ...единое, поскольку оно есть единое, неделимо, и монада, поскольку она есть монада, не делится. Или если она делится на много частей, она становится совокупностью многих монад, а уже не [просто] монадою.

Стоит пояснить, что древние понимали особый статут начала счёта. Для того чтобы перечислять, надо обособить перечисляемые сущности и только потом сопоставить их с символическим рядом числительных. Мы приступаем к счёту тем, что «многое делаем единым». Особая роль акта начала счёта нашла отражение в почти тысячелетнем диспуте о том, считать единицу (или монаду) натуральным числом или нет. Сейчас нам кажется чрезмерной особая щепетильность в выделении специальной роли единицы–монады как акта начала счёта. Между тем так было далеко не всегда.

Со времён Евклида все серьёзные учёные знали о существовании двух различных первичных понятий математики — точки и монады. По определению I книги I Евклида «точка есть то, что не имеет частей». Видно, что это определение совершенно отлично от определения монады, которая многое делает единым. Начальный элемент геометрии совсем не тот, что исходный пункт арифметики. Без понимания этого обстоятельства трудно осознать природу воззрений Лейбница. Кстати сказать, в современной теории множеств «то, что не имеет частей» — это так называемое пустое множество, исходный пункт универсума фон Неймана. Специального математического понятия, выражаемого словами «то, что многое делает единым», сейчас, пожалуй, нет. О современном определении монад в математике речь пойдет несколько ниже.

Пытаясь понять ход мысли Лейбница, следует помнить, что сам он — математик по убеждениям. С раннего детства Лейбниц мечтал о «некоторого рода исчислении», оперирующем в «алфавите человеческих мыслей» и обладающим тем же совершенством, которого математика достигла в решении арифметических и геометрических задач. Созданию такого универсального логического аппарата Лейбниц посвятил немало сочинений. Разнообразие и даже полярность оценок этих сочинений сопутствуют общей оценке Лейбница как ключевой фигуры предыстории современной математической логики. Монадология стоит в одном ряду с классическими достижениями Лейбница, которые мы выражаем словами calculemus и differentia.

Лейбниц постоянно подчёркивал свою любовь и преданность математике. Он отмечал, что его общие методические установки имеют основой «исследование способов анализа в математике, которой я предавался с таким рвением, что не знаю, многие ли сегодня найдутся, кто вложил ли в неё больше труда».

Первоклассный математик, Лейбниц безусловно владел геометрией Евклида. Именно поэтому в «Монадологии» Лейбница особенно поражает уже раздел 1, дающий исходное представление о монаде.

> Монада, о которой мы будем здесь говорить, есть не что иное, как простая субстанция, которая входит в состав сложных; простая, значит, не имеющая частей.

Это определение монады как «простой» субстанции, не имеющей частей, совпадает с евклидовым определением точки. В то же время разговор о сложной субстанции, составленной из монад, напоминает по структуре определение числа, данное Евклидом.

Синтез двух первичных определений Евклида в лейбницевой монаде не случаен. Следует помнить, что XVII век — это эпоха микроскопа. Уже в 1610 годах во многих странах Европы началось его массовое изготовление. С 1660 годов Европа очарована микроскопом Левенгука.

Проведём мысленный эксперимент и направим сильный микроскоп в район некоторой точки на математической прямой. Тогда в окуляре мы увидим расплывшееся облачко с неясными краями, представляющее образ этой точки. Точка приобретёт размеры — станет «монадой». При выборе объектива с ещё бо́льшей степенью увеличения наблюдаемый нами кусочек «точки-монады» детализируется, станет крупнее и частично выйдет из поля зрения. При этом всякий раз мы имеем дело с одним и тем же числом, которое, если угодно, в некотором смысле и задаётся приведённым процессом «изучения микроструктуры прямой».

Мысленное разглядывание точки под микроскопом выявляет её природу монады. Так или примерно так мог бы рассуждать и Лейбниц. Во всяком случае, представление о монаде стандартного вещественного числа, как о совокупности всех бесконечно близких к нему чисел, является общепринятым в инфинитезимальном анализе наших дней, возрождённом А. Робинсоном в 1961 г. под именем «нестандартный анализ».

11 августа 2006 г.

Часть II
НАУКА В РОССИИ

Глава 28

Проснитесь, господа! Очнитесь, товарищи!

«Наука в Сибири», № 35, сентябрь 1993 г., с. 6.

— Поговорим о политике!
— Противно говорить о политике!

— Надо уговорить людей потерпеть!
— Опять целью оправдываете средства!

— Так Вы за Ельцина или за Хасбулатова?!

— Долой Советы!
— Вся власть Совету Федерации!

— Правители изолгались!
— А раньше что, не лгали?!

— Так жить нельзя!
— А при Сталине можно?!

— До чего довели страну!
— Не страну, а империю!

— Мы жили в лагере!
— А теперь этот лагерь расконвоировали!

— Люди нищают!
— Да ну, посмотрите на свои часы!
— Да у вас такие же!

Каждому из нас доводится принимать участие в таких дискуссиях или наблюдать их. В распространении подобной пошлости принято обвинять «средства массовой информации». Под средствами понимают журналистов или вообще фигуры, мелькающие на экранах, на радио, в газетах и т. п. Тут есть доля правды, да ведь небольшая! Не эти люди (их все же мало) определяют основные реальные обстоятельства жизни.

Конечно, заметно воздействие тех, кому по закону (а кому и вопреки закону при всеобщем попустительстве) доводится принимать решения. И все же не стоит забывать, что полнота обстоятельств общественной жизни создаётся всеми людьми. Всеми, значит и каждым! И в первую очередь каждым! Неповторимой самодовлеющей личностью, противной или приятной окружающим!

Уникальность личность сапожника и пирожника не означает, как известно, то, что первому следует печь пироги, а второму тачать сапоги. Разумеется, в реальной жизни люди занимаются и не своими делами или ошибаются при выборе мастера или политика. Тем не менее и в этих случаях возникающие неудовлетворительные отношения созданы людьми.

Один, и другой, и третий, в общем каждый, есть не только субъект, но и источник всех общественных отношений. Скажут: подумаешь, не новое положение! Старое не значит неверное: теорема Пифагора не нова, ан верна и полезна.

Чтобы наше переломное время не стало шабашем озлобленных крикунов и низких предателей, скользких проходимцев и дешевых лакеев, ненормальных кликуш и продажных прорицателей, полезно помнить, что каждый из нас есть цель, суть, источник и зеркало общественной жизни. Каждый из нас ответствен за то, что есть сейчас и каждый создаёт то, что будет!

Не уклоняйтесь от ответственности! Делайте Вашу (и значит нашу общую) жизнь!

Проснитесь, товарищи! Очнитесь, господа!

1 сентября 1993 г.

Глава 29

Ахиллес догнал черепаху

«Наука в Сибири», № 16, апрель 2004 г., с. 8.

Как известно, Ахиллес не справился с черепахой в Элее, что дошло до нас со ссылкой на Зенона. К счастью, древняя загадка была раскрыта в Новосибирском академгородке. Именно здесь была разработана модель дискретно-непрерывного пространства-времени, позволившая осуществить многовековую мечту человечества и окончательно разобраться с классическими апориями движения. Уже в 2001 г. мировой научной общественности было весьма подробно и с предельной убедительностью разъяснено[1], что

> ...минимально проходимый Ахиллесом путь *всегда больше* пути, проходимого черепахой. Таким образом, в процессе деления временно́го интервала внешний наблюдатель будет фиксировать ситуацию, когда при очередном шаге Ахиллес не сможет попасть в ту точку, в которой до него была черепаха. Он обязательно её перескочит. Это и будет тем принципиальным моментом, указывающим, что более быстрое тело всегда обгонит более медленное. Существование минимального кванта времени не только делает реальным факт обгона, но и сам процесс обгона является для Ахиллеса перманентным состоянием в течение всего времени движения.

[1]Корухов В. В., Модель дискретно-непрерывного пространства-времени и апории движения «Ахиллес» и «дихотомия». Философия науки, № 2(10) (2001).

Надо ли говорить, что названное крупное достижение философской мысли основывается на разработке новых математических и физических понятий, осуществлённой группой сибирских философов и, прежде всего, на открытиях в алгебре и геометрии, связанных с революционной концепцией «актуального нуля»[2].

Каково же было моё удивление, когда выяснилось что антироссийские круги не только замалчивают выдающиеся достижения сибиряков, но и приписывают раскрытие тайны парадокса Зенона 27-летнему Питеру Линдсу, преподавателю школы вещания в Веллингтоне, что в Новой Зеландии.

Следует прямо сказать, что одному нашему соотечественнику, профессорствующему в Швеции и явно игнорирующему труды учёных России по этой теме, работа Линдса[3], опубликованная в 2003 г., напомнила статью Эйнштейна 1905 г. Объективности ради отмечу, что другой — анонимный — рецензент, прочитав, как водится у высокомерных выскочек, только первые два раздела этой эпохальной работы, заявил, что «аргументы автора основаны на полном невежестве или непонимании основ анализа и исчисления». В который раз анонимное рецензирование стало ширмой для инквизитора передовой теории.

Конечно, Линдсу принадлежат собственные достижения первостепенного значения. Нельзя не восхититься его замечанием о невозможности утверждать, что «время движется в каком-либо направлении, в частности, под углом 90 градусов к вещественному или линейному времени... или тождественно пространственным размерностям на порядках планковской длины... Ни вещественное, ни мнимое время не существуют в непротиворечивом физическом описании, так как время не идёт ни в каком направлении». Нет ни малейших оснований оспаривать честь этих откровений у Линдса.

Однако со всей определённостью должен отметить, что любые претензии новозеландского учителя на первенство в раскрытии тайны парадокса Зенона несостоятельны. Следует громко и твёрдо заявить о российском приоритете. Ахиллес догнал черепаху в Новосибирске.

14 марта 2004 г.

---

[2]Шарыпов О. В., Понятие фундаментальной длины и методологические проблемы современной физики. Новосибирск (1998).

[3]Lynds P., Time and classical and quantum mechanics: indeterminacy versus discontinuity. Foundations of Physics Letters, **16**:4 (2003), 343–355.

Глава 30

Наука, псевдонаука и лженаука

Частично опубликовано:
«Наука в Сибири», № 5, февраль 2004, с. 8; № 8, февраль 2004, с. 8;
Вестник Владикавказского научного центра, Т. 4, № 2, 24–26 (2004).

Наука — важный феномен человеческой культуры. Важный, но далеко не единственный. За пределами науки лежат поэзия, театр, религия и многие другие феномены культуры. Математический опыт подсказывает, что дополнение науки разумно называть ненаукой. Стоит подчеркнуть, что в ненауку входят многие замечательные вещи, часть из которых уже упомянута. Есть и менее привлекательные явления. Одно из них — псевдонаука.

Что такое псевдонаука?

Часто спрашивают: «Почему Вы не даёте строгого определения псевдонауки?». Отвечаю. Дело в том, что псевдонаука, как и наука, относится к вещам, которые легче указать, чем определить строго. Для понимания, о чём идёт речь, достаточны образные указания: «псевдонаука — альтернативная наука», «псевдонаука — кривое зеркало науки» или «псевдонаука — тень науки» (в смысле Е. Шварца). Открою всё же небольшую тайну — мне самому особенно близко определение, приписываемое культуре гуигнгнмов: «псевдонаука — это то, что не так».

Псевдонаука, как и наука, делится на разделы. Некоторые разделы псевдонауки не имеют аналогов в науке. Обычно в этой связи указывают уфологию, астрологию и хиромантию. Важно отметить, что основные классические науки имеют свои псевдонаучные аналоги. Псевдонаука искажает основные разделы науки. Например, существуют псевдоматематика и псевдофизика. Натурфилософия наших дней искажает философию и принадлежит псевдонауке.

К счастью, псевдоаналоги классических разделов науки значительно беднее по содержанию и объёму, чем их прообразы. Далеко не все научные теории имеют разработанные псевдоаналоги. В частности, есть псевдохронология, но нет псевдотопологии и псевдогидродинамики.

Этой бедности псевдонауки есть простое объяснение: для того чтобы исказить какую-нибудь содержательную теорию, её надо хоть в малой степени знать и понимать. Мне не известны псевдонаучные сочинения по теории кобордизмов. По-видимому, их и не будет, так как добраться до понимания слова «кобордизм», взятого из современной топологии, непросто.

Псевдонаучных теорий, относящихся к первичным математическим и физическим понятиям числа, точки, длины и времени, пруд пруди. Конечно, вклад таких псевдотеорий в культуру лежит за пределами науки.

Убожество, бедность и неполнота псевдонаучных теорий — лакмусовая бумага для теста различения науки и псевдонауки. К сожалению, тест на неполноту недостаточен. Есть псевдонауки, поражающие обилием материала. Для них годятся тесты на претенциозность и локальную правильность.

Нет псевдонауки, которая не заявляет о своих колоссальных преимуществах над традиционной наукой. Нет псевдонауки, не основанной на использовании антинаучных технологий, среди которых шаманство вместо доказательств, апелляция к классикам, туманные определения, отсутствие логики и самокритичности.

Этот список родовых черт псевдонауки легко продолжит любой учёный. Тесты на неполноту, претенциозность и локальную правильность, невзирая на свою простоту, весьма сильны. Их эффективность подтверждена практикой выявления подавляющего большинства псевдонаучных теорий.

Псевдонаука и модная чепуха

Как противодействовать псевдонауке? Надо ли этим заниматься? Стоит ли вести полемику с псевдоучёными? Это вопросы далеко не простые и однозначных ответов они не допускают. Кое-какие соображения всё же стоит высказать.

С псевдонаукой, не являющейся наукой по определению, бороться научными методами не следует. Это бесполезно. Псевдонаука лежит за пределами науки и научные методы борьбы типа дискуссий, повторения экспериментов и т. п. ей не нужны. Здесь бывают эффективны иные приёмы.

В качестве одного из замечательных примеров противодействия псевдонауке можно вспомнить о блестящем опыте Алана Сокала, профессора физики в университете Нью-Йорка.

В 1996 г. он опубликовал статью «Преодолевая границы: к трансформативной герменевтике квантовой гравитации» в модном псевдонаучном журнале. Приведу только её посыл:

> Многие естествоиспытатели, и особенно физики, продолжают отметать то соображение, что дисциплины, связанные с социальной и культурной критикой, могут внести какой-либо вклад, кроме, быть может, периферийного, в их исследования... Но глубокие концептуальные сдвиги в науке XX века подорвали эту декартово-ньютоновскую метафизику; дальнейшие сомнения в её достоверности выявили исследования по пересмотру понятий в истории науки и философии, и уже в самое последнее время феминистские и постструктуральные критики демистифицировали основное предметное содержание господствующей в западном мире научной практики, вскрыв идеологию доминирования, скрытую за фасадом «объективности».

Антинаучный пафос статьи Сокала вызвал немалый восторг в кругах «постмодернистских интеллектуалов» от псевдонауки. Но их ожидало глубокое разочарование. Вскоре Сокал выступил с публичным разоблачением своей псевдонаучной имитации в соавторстве книга «Модная чепуха» [1].

[1] Socal A. and Bricmont J., *Fashionable Nonsense: Postmodern Intellectuals' Abuse of Science*. New York: Picador (1999).

Псевдонаука и юмор

Всем известна техника престидижитаторов по ремонту часов телекинезом. Однако мне не доводилось видеть часового мастера, у которого вместо лупы и пинцета на столе красовалась бы кувалда. Конечно, метод кувалды весьма действен при ремонте, что нашло отражение в искусстве (см. классический кич-фильм Майкла Бэя «Армагеддон»). К сожалению, развитие публики таково, что метод престидижитаторов не вызывает симпатии у посетителей часовых мастерских. Часовщики это прекрасно понимают и кувалдой на людях не пользуются. Не удивительно — в часовом бизнесе господствуют коммерциализация и дух наживы.

Другое дело — одетая в белые одежды альтернативная наука. Щедро и бескорыстно она делится своими находками и тайнами, пополняя копилку мирового юмора. Приведу некоторые из них, попавшиеся мне на глаза в последнее время. Вот кое-что из опубликованных статей.

> Используемый в наблюдениях телескоп-рефлектор играет необычную для себя роль. Он работает при полном перекрытии главного зеркала (дюралевой заслонкой, черной фотобумагой)[2].

> В качестве источника необратимого процесса были использованы процессы... растворения смеси сахара (коммерческий продукт) и сорбита в воде... а также процессы метаболизма человека...[3].

Есть и сочинения более крупной формы. В одном из них читателю долго объясняют, что если некоторое размерное число l_{pl} (выраженное в сантиметрах) назвать «актуальным нулем», то сразу можно прозреть и возрадоваться: «Существование актуального нуля множества служит предпосылкой и основой всех количественных проявлений, характерных для данного множества»[4]. Среди таких проявлений в планиметрии автор, привлекая настольную книгу учёных конца XX века — И. Н. Бронштейн и К. А. Семендяев, Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов (13 изд., испр.), находит весьма парадоксальный факт, достойный любого престидижи-

---

[2]Докл. Акад. наук, Т. 323, № 4, с. 649 (1992).

[3]Докл. Акад. наук, Т. 317, № 3, с. 635 (1991).

[4]Шарыпов О. В., Понятие фундаментальной длины и методологические проблемы современной физики. Новосибирск, 1998.—§ 2.1.

татора: «...в прямоугольном треугольнике, один из катетов которого равен l_{pl}, второй катет оказывается равен гипотенузе»[5].

Только пиитет к чужой гениальности и принятые ограничения на объём несанкционированного цитирования не позволяют мне продолжить перечень ярких достижений альтернативной науки.

В сфере цитирования сочинений, относящихся к псевдонауке, традиционные учёные совершают грубые злоупотребления. Мне недавно показали рецензию объёмом в несколько страниц, написанную одним известным физиком-теоретиком. Вся рецензия составлена целиком и полностью из ярких цитат, вынутых из новой книги, претендующей на гриф Российской академии наук. Правда, рецензент почему-то сделал вывод о невозможности опубликования этой книги, не приводя никаких иных аргументов, кроме неоспариваемых им чужих цитат. Оказался типичным держимордой, инквизитором науки.

Можно только пожалеть, что Россия в который раз выбрала свой особый путь и, в отличие от западного научного сообщества, борется с альтернативной наукой, а не создаёт службу борьбы с неэтичным поведением учёных.

Поучительный пример: Канторович, Кнорозов и письмо майя

2 июня 1962 г. в Новосибирском академгородке произошло редчайшее событие. Объединенный учёный совет по общественным наукам при Новосибирском государственном университете поименным голосованием осудил поведение одного из своих членов как дезорганизующее работу совета. Против проголосовал только один человек — будущий академик и Нобелевский лауреат Леонид Витальевич Канторович. Заступился он за самого себя.

Что же такое натворил Канторович? Он сорвал заседание, на котором должна была рассматриваться диссертация В. А. Устинова «Некоторые вопросы применения электронной вычислительной машины в исторической науке». Не буду пересказывать содержание этой диссертации полностью. Отмечу лишь, что в четвёртой главе диссертации, по мнению её автора, был получен некоторый индекс-

[5] *Ibid.* Приложение к гл. 4.

указатель, который «может быть использован как словарь лексики древних майя».

Конечно, теперь всем известно, что тайну древней письменности майя человечеству открыл российский учёный Юрий Валентинович Кнорозов. Имя Кнорозова стоит в одном ряду с именем Жана-Франсуа Шампольона. Осуществлённая Кнорозовым дешифровка «на кончике пера» ставится филологами даже выше открытия Шампольона ввиду отсутствия в случае языка майя параллельных текстов на известных языках.

Сейчас не очень принято вспоминать, что в начале 1960 годов «машинная дешифровка письма майя» фигурировала в числе важнейших достижений отечественной науки и исключительно широко пропагандировалась по всему миру. Это были годы ослабления идеологического пресса и расцвета науки в нашей стране — достаточно назвать триумф в космосе и разворачивание системы ВИНИТИ. На этом фоне грандиозных успехов науки «легкость в мыслях необыкновенная» проникла даже в головы умудрённых опытом достойных мужей науки. Среди людей, попавшихся на легковесные обещания авантюристов «машинной дешифровки», оказались С. Л. Соболев и А. А. Ляпунов.

В начале 1962 г. появилась статья[6], в которой Кнорозов разъяснил, что гипотезы Э. В. Евреинова, Ю. Г. Косарева и В. А. Устинова «означают отказ от решения первоначально поставленной задачи (изучение древних текстов, написанных неизвестным письмом на отчасти известном языке) и замену её несравненно более простой (транслитерация без перевода текста, написанного неизвестными знаками на полностью известном языке)».

Пикантность ситуации лета 1962 г. состояла в том, что серьёзные математики уже начали понимать, во что они вляпались, но остановить машину на ходу было совсем непросто. Так, в № 3 «Вопросов языкознания» появилась краткая реплика Соболева[7] в защиту «машинной дешифровки». Однако на момент защиты фамилия Соболева, числившегося научным руководителем Устинова, была уже заклеена на диссертации, на что не преминул обратить внимание Канторович. Стоит также отметить, что в диссертационном деле фигурировал положительный отзыв Ляпунова, но Канторович объявил

[6] Кнорозов Ю. В., Машинная дешифровка письма майя. Вопр. языкознания, № 1, 91–99 (1962).

[7] Соболев С. Л., Письмо в редакцию. Вопр. языкознания, № 3, с. 147 (1962).

совету, что Ляпунов сообщил в телефонном разговоре об отсутствии у него «определённого положительного суждения».

Почему я вспомнил это давнюю историю? Есть по крайней мере четыре причины.

Первая. Эта история актуальна. Не следует думать, что канула в реке забвения безудержная хвастливая реклама «машинной дешифровки языка майя», оказавшейся в итоге самым заурядным образцом псевдонауки. В январе этого года на представительной международной конференции «Мемориал Канторовича: математика и экономика» история с «машинной дешифровкой» фигурировала в оживленной дискуссии о корнях современной альтернативной науки. И мне пришлось краснеть, отвечая за ошибки, сделанные не мною, но ответственность за которые перешла к моему поколению по наследству.

Вторая. Ни академические чины, ни подлинные заслуги в науке не дают иммунитета против псевдонауки. Каждый может попасться. Надо быть бдительным, почаще мыть руки и смотреть на себя со стороны.

Третья. Это ложь, что нет псевдонауки, что наука выступает инквизитором новых теорий, что судьи псевдонауки борются за пайку и место у кормушки и т. п. История с осуждением Канторовича очень поучительна. Науку защищал один Канторович, а отнюдь не остальные члены совета. Устинов вскоре защитился, а Канторович был направлен в психушку.

Четвёртая. Человечество не обмануть — «есть высший судия». Канторович (1912–1986) и Кнорозов (1922–1999) вошли в историю мировой науки. «Машинная дешифровка языка майя» осталась мелким и неприглядным эпизодом истории псевдонауки.

Что такое лженаука?

Внутри псевдонауки существует злокачественное образование — лженаука. Есть много различных определений этого феномена. Мне нравится самая простая и чёткая формулировка: «лженаука — это псевдонаука, существующая на деньги науки».

Псевдонауке наука не оппонирует. Наука на псевдонауку указывает. Наука смеётся над псевдонаукой и от неё отмежевывается. Лженауку, паразитирующую на теле науки, наука изживает.

23 февраля 2004 г.

Глава 31

К определению лжеучёного

(из письма знакомому философу)

Нельзя не изумиться несказанно, прочитав в гуманитарных журналах Сибирского отделения РАН сочинения местных коллег-философов[1].

Вот некоторые наблюдения.

1: Оказалось, что натурфилософия живее всех живых. В наше время в Новосибирском академгородке философы разрабатывают «первичные математические понятия, отвечающие дискретно-непрерывной структуре пространства», вводят и проповедуют новые алгебру и геометрию, которые «не изучались математиками даже на аксиоматическом уровне». Первым среди таких понятий стоит «актуальный нуль», представляющий собой «диалектическое единство бытия и небытия».

Все «обобщённые числа», так увлекающие сибиряков, на поверку оказываются переименованием самых обыкновенных положительных чисел и нуля. Это не помешало любомудрам обогатить планиметрию «обобщённой теоремой Пифагора», открывающей им плоские прямоугольные треугольники с катетами, равными гипотенузе.

[1]Корухов В. В., Симанов А. Л., Шарыпов О. В., Методологические проблемы исследования пространства. Философия науки, № 3 (2001).

2: Теория актуального нуля помогла сибирякам встать вровень с элейской школой, а сотрудников Сибирского отделения наградить счастьем жить рядом с гигантами мысли, которым по зубам многовековые апории Зенона.

Дремучие и невежественные обыватели считали, что апория — «логическое заблуждение, непреодолимое противоречие при решении проблемы», затруднение, «giving rise to philosophically systematic doubt». Для сибиряков непреодолимых противоречий не оказалось. Быстроногий Ахиллес перескочил через хитроумную черепаху — вот чего не смогли заметить в течение почти двух с половиной тысячелетий поколения косных мыслителей. Конечно, смелый прыжок философской мысли опирается на сибирские идеи глубины актуального нуля.

3: Упомянутые сочинения сочетают колоссальную претенциозность с ничтожным содержанием. Особенно печально, что хвастливые претензии на новые алгебру, геометрию и физику публикуются в элитарном научном центре, где немало есть кого расспросить о «первичных математических понятиях». Да и любому специалисту по раннегреческой философии, несомненно известен античный дуализм точки и монады, далеко опередивший современные псевдотеории «актуального нуля».

4: Претенциозность является фирменным знаком псевдонауки. Разумеется, во всех спекуляциях об «обобщённых числах» нет ничего мало-мальски нового, кроме вариантов глубокомысленного вздора. Про числа, длины, пространства, неархимедовы арифметики и «до́гматы» натурального ряда специалисты-математики знают не хуже философов. Математика XX века обнаружила столь удивительные свойства чисел и пространств, что и не снились местным философам. Десятилетний срок публикаций полнейшей чепухи в чужих предметных областях под видом философии — неприкрытый вызов и оскорбление пренебрежением, нанесённое всемирно признанным естественно-научным школам Сибирского отделения РАН.

5: Основания физики и математики являются разделами науки. Заниматься ими может любой. Однако относятся эти разделы, прежде всего, к физике и математике. Лженаука, как правило, определяется методами, а не предметной областью. В конце концов, даже хиромантия имеет основой дактилоскопию и в астрологии можно увидеть отражение закономерностей Чижевского.

Если люди занимаются не своим делом, то им легче впасть в лженауку, так как они не владеют методами чужой области. Невежество в чужой науке проявляется в комическом искажении этой науки, т. е. в феномене псевдонауки. Ошибки внутри науки исправляют, а над достижениями псевдонауки смеются.

6: Социальный тест для определения лжеучёного весьма прост.

Человека, делающего ошибки в своей науке, считают слабым или плохим учёным. Его обычно презирают коллеги. Даже невежду-математика, занимающегося математикой, называют невеждой, а не лжеучёным. Так же поступают физики и химики. Нет оснований думать, что подобные нормы не действуют в гуманитарных сообществах.

Человека, делающего ошибки в чужой науке, считают влезшим не в своё дело. Если его ошибки в чужой науке комичны, представители чужой науки называют его ненормальным; над ним смеются и свои и чужие.

Формулирую определение лжеучёного:

Невежда в чужой предметной области, систематически делающий смехотворные ошибки, называется псевдоучёным. Псевдоучёный на казённом коште науки — это лжеучёный.

Вот и вся хитрость. Остальное — мелочи, пена и отводы глаз.

7: Горе-мудролюбы явно занимаются математикой и физикой. Конечно, и философией тоже. Заклинание про диалектическое единство бытия и небытия, материально выраженное в сантиметрах — это из философии. Рассуждение про перманентно скачущего Ахиллеса — это тоже из философии. Но это неуместное заклинание и убогое рассуждение. Их авторы по стороннему мнению — слабые, недалёкие мыслители. У серьёзных философов вряд ли есть основания спорить с этим.

Отнести обсуждаемые сочинения к натурфилософии можно только по деликатности. Конечно, в быту подобное иначе как «диамат позорный» трудно классифицировать. Посвящены эти сочинения основаниям математики и физики. В этих предметных областях наши авторы невежественны и систематически делают комические ошибки. Над их ошибками и над ними самими смеются и профессионалы, и любители со стороны. Живут эти люди на казённые деньги десяток лет. Сомнений нет никаких — лженаука самая классическая.

8: Благоденствие и неприкасаемость столь явных интеллектуального ничтожества и нищеты духа — позор для коллег. Для всех — и математиков, и физиков, и гуманитариев. Но прежде всего — для гуманитариев, коллег по цеху. И в первую очередь — для философов. И в первую голову — для профессиональных философов. Они лучше других должны видеть и, конечно, видят на самом деле, что эти занятия отнюдь не философия. И на их профессиональные философские головы особый стыд. Чем профессиональнее – тем и стыднее. Вот такой тест на профессиональность тут действует. И защита якобы цеховых особенностей, это не чести мундира науки защита, а защита собственных мундиров и мундирчиков.

9: Катеты, равные гипотенузе, и эпохальное перескакивание черепахи — перлы для истории отечественной науки. Для современников — это хамство в адрес коллег, мусор в храме науке. Хамов ставят на место, а мусор убирают.

Если такую галиматью редкой пустоты и убожества люди, считающие себя учёными и обладающие каким-никаким уважением к науке, не могут канализировать по принадлежности даже у себя под боком в Новосибирском академгородке, не будем ёрничать, а поймём, что грош цена нашему сообществу. Надо спокойно констатировать полное гниение и распад академических традиций и принципов.

27 марта 2004 г.

Глава 32

Нет срока давности в науке

Оказывается, не канули в Лету времена, когда философы учили представителей конкретных наук уму-разуму, размахивая идеологической дубинкой. Крепка оказалась закваска, хотя дубинку и отняли. И в наше время в Новосибирском академгородке философы благодетельствуют учёным неумехам, разрабатывая «первичные математические понятия, отвечающие дискретно-непрерывной структуре пространства», вводят и проповедуют новые алгебру и геометрию, которые «не изучались математиками даже на аксиоматическом уровне». Первым среди таких понятий стоит «актуальный нуль», представляющий собой «диалектическое единство бытия и небытия».

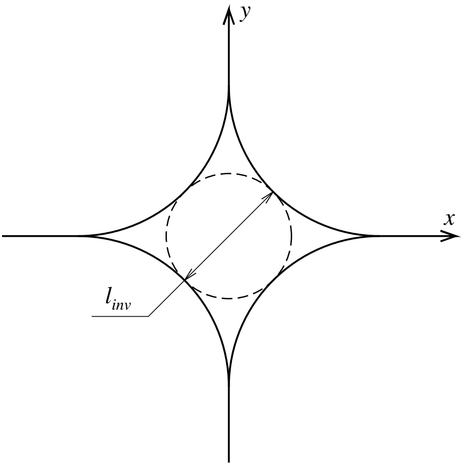
Кульминацией столь яркого и незабываемого диалектического единства стал громкий пшик. Разумеется, никаких новых чисел и нулей с помощью философии нарыть не удалось. Все «обобщённые числа» сибиряков на поверку оказались переименованиями самых обыкновенных положительных чисел, а «актуальные» нули остались такими же противными и «потенциальными», какие были и будут всегда.

Философский вклад в элементарную алгебру сопровождался не менее грандиозным вкладом в планиметрию. «Обобщённая теорема Пифагора», сформулированная из лучших философских побуждений, явила научному миру Сибирь как родину плоских прямоугольных треугольников с катетами, равными гипотенузе.

Шума наделали философы немало — в Отчёте Сибирского отделения Российской академии наук за 1998 г. записано:

> В Институте философии и права ОИИФФ предложена концепция дискретно-непрерывной структуры пространства, обладающего предельным инвариантным (относительно системы отсчёта) элементом — фундаментальной длиной. Проблема природы фундаментальной длины непосредственно связана с проблемой природы фундаментальных физических постоянных и относится к формирующейся сейчас постнеклассической (релятивистской квантово-гравитационной) физической картине мира. Математически фундаментальная длина представлена новым объектом — актуальным нулем множества, а соответствующая структура пространства обобщает свойства дискретности и непрерывности.

В этом же отчёте помещён удивительный рисунок



В пояснении сказано: «Условное графическое представление min inv элемента пространства: „ноль имеет свои размеры“».

«Математически новый объект» определен бессвязным набором слов, случайно надёрганных из математики без всякого понимания их математического смысла, — «это инвариантный конечный элемент множества, в асимптотическом смысле предельный для любых убывающих последовательностей, состоящих из элементов этого множества». Если же разобраться, что скрывается под всей этой глубокомысленной галиматьей, то окажется, что речь идёт о самом что ни на есть обыкновенном школьном нуле, то есть числе, добавление которого к сумме сумму не меняет. Просто не знают наши горе-математики от философии, что при переобозначении чисел их свойства остаются прежними. *Философы в конце XX века открыли для себя нуль, переименовали его, изобразили на картинке, возрадовались и рекомендовали своё достижение в отчёт Сибирского отделения Академии наук.*

Теория актуального нуля получила творческое развитие в лёгкой атлетике. Уже в XXI веке с её помощью было установлено, что Ахиллес перескакивает зазевавшуюся черепаху всякий раз, когда внешний наблюдатель делит временно́й интервал пополам. Добавление третьего лишнего к античной паре отнюдь не случайная описка, а неуклюжий реверанс в сторону «постнеклассической» установки. В претенциозности попытки поставить славного Зенона на место и скудности применяемых интеллектуальных средств присутствует специфика. Не стоит пытаться объяснять эту специфику цеховыми особенностями философии. Хвастовство и скудоумие — фамильные черты псевдонауки, а отнюдь не философии. Не защищать такую специфику надо, а отстаивать. И подольше... Никому не пристало высокомерно считать, что все смеющиеся над ним — клинические идиоты. Хорошие теории, как известно, можно излагать первому встречному. Совсем плохие, между прочим, — тоже. Такая вот особенность у науки.

Десять лет группа сибирских философов упорно усовершенствует математику и физику с помощью шаманских заклинаний из арсенала «диамата позорного». Лжеалгебру и лжегеометрию развели под видом философии. В дни, когда мировая научная общественность отмечает очередную годовщину Иммануила Канта (22.04.1724–12.02.1804), уместно напомнить о позиции этого великого мыслителя:

> ...философ со своим методом может породить в математике лишь болтовню; между тем задача философии именно в том и состоит, чтобы определять свои границы[1].

Пора дезавуировать вздор и убрать мусор из храма науки. Ошибки сами собой со временем не исчезают. Срока давности в науке нет.

1 мая 2004 г.

---

[1]Кант И., Сочинения. Т. 3. М.: Мысль (1964), с. 609.

Глава 33

Технопарки и страусы

Вестник Владикавказского научного центра, Т. 5, № 1, с. 67 (2005).

Недавно на совещании в Новосибирском академгородке было предложено осуществить проект создания 4–6 технопарков в России в сфере информационных технологий (ИТ). Это предложение живописуется чуть ли не универсальной панацеей на фоне крайне негативно встреченных академическим сообществом России концепций по реформированию науки и образования.

Доля России на мировом рынке ИТ меньше одного процента, как указывалось на совещании с президентом Путиным. Ну и по какой причине она вырастет и во сколько раз? Из-за эффективного менеджмента господ Грефа и Реймана? Из-за мудрого российского законодательства о технопарках? Из-за удачного выделения 4–6 участков по 1,5–2 гектара? Поверим, что можно обеспечить героический рывок в стиле большого скачка к Португалии и повысить долю России в ИТ в соответствии с общей мечтой президента Путина об увеличении ВВП в два раза в ближайшие годы. Доля России в ИТ достигнет выдающихся двух процентов мирового рынка ИТ. Таков итоговый уровень пионерских идей и смелых административных решений.

Можно было бы предложить одновременно и на тех же площадях, и за те же деньги разводить страусов. В России есть один-два энтузиаста страусоводства и явно доля России в мировом производстве страусятины меньше одного процента. Облагодетельствуем не только ИТ, но и страусоводство и тем одномоментно поднимем с колен и российскую науку и российское сельское хозяйство!

Все знают, что прорыв в наступлении обеспечивают, концентрируя силы на тех направлениях, где есть или можно получить неоспоримые преимущества. В России рассуждения о технологических и научных прорывах ближайших лет — чистый пиар и пропаганда. Правильно говорить о задаче сохранения науки и образования, заботиться об обороне, защите просвещения в России, на которые ведётся наступление по всем фронтам. Как известно, успешную оборону грамотно ведут, концентрируя усилия и защищая наиболее важные объекты.

Ну что за маниловская идея конкурировать с Биллом Гейтсом на основе гениальных наработок и заделов в ИТ, о которых вряд ли кто слышал что-нибудь вне России. Не о «суперкомпьютере» ли из Новосибирска, объявленном когда-то академиком Велиховым, ядерным спикером от российских ИТ, идёт речь? Фигура академика Велихова была замечена на совещании в команде президента Путина в Новосибирске.

Доля нашей страны в мировых публикациях по фундаментальной науке когда-то превышала 30 процентов. Ценились и ценятся пока в мире достижения в ряде фундаментальных направлений, в области оригинальных отечественных технологий в авиационной и космической промышленности, в гидроэнергетике и т. п., в сфере отечественного фундаментального образования. Именно эти сферы достойны сохранения. Их поддержка, если не развитие, могла бы стать базой реального экономического роста. Однако как раз эти сферы власти при попустительстве Академии и научного сообщества не только не развивают, но и последовательно и планомерно сводят на нет. Всё это происходит под маниловский шум о 4–6 ИТ технопарках по 1,5–2 га. Российская доля в ИТ мизерна и наиболее разрекламированными интеллектуальными заделами в сфере ИТ в Новосибирске остаются «машинная дешифровка письма майя» времён оттепели и «суперкомпьютер» времён перестройки.

Реформировать науку и образование следует начинать с регулирования рынка труда в этих сферах. Люди определяют реальное положение дел в науке и образовании. В свою очередь, экономическое поведение людей регулируется состоянием и условиями рынка труда. Таковы азбучные экономические истины. Сейчас в этих отраслях народного хозяйства России фактически эксплуатируется рабский труд (преданный делу или хозяину раб, работающий за совесть, остаётся рабом). Рабский труд в современном мире не только анахроничен, но и совершенно не конкурентоспособен. Он должен быть полностью исключен в нашей стране. Это в порядке тезисного ответа на вопрос: «А что Вы предлагаете?». Вообще-то такой вопрос к человеку из публики неправомерен. Для перспективного планирования и оперативного управления общество нанимает специальный менеджмент: президента, думу, академическое начальство и т. п. Однако и обычному человеку видно, что дело совсем не сводится к ИТ технопаркам и страусятине.

Рассуждая о мировых проблемах и месте России и её науки в мире, в качестве решений обществу предлагают копеечные прожекты районного значения. Удивительно и трагично, что серьёзные учёные, обеспокоенные наукой и образованием, встречаясь с первым лицом государства, несколько потупив очи, уныло обсуждают мелкие второстепенные вопросы.

Конечно, для НГУ и даже Новосибирского академгородка ИТ технопарк (и, прежде всего, обещанные инвестиции до 100 000 000 долларов) — это «шерсти клок». Надо и его к делу приспособить, если дадут. И факультет информационных технологий стоит укрепить, и главный корпус НГУ построить. Правильно, что сибирские академики совсем не против предложений президента Путина по правительственной поддержке ИТ технопарка в Новосибирске. Да только мелковата эта позиция для таких серьёзных и сильных мужей. Общество вправе требовать большего от лидеров своей интеллектуальной элиты.

16 января 2005 г.

Глава 34

Сохранить науку в России

«Наука в Сибири», № 10–11, март 2005 г., с. 4–5.;
Вестник Владикавказского научного центра, Т. 5, № 1, с. 66 (2005).

В последнем номере информационного журнала Европейского математического общества за 2004 г. опубликовано эссе одного из самых ярких математиков мира Сергея Новикова, работающего на стыке геометрии, топологии и теоретической физики. Говоря о проблемах и задачах, стоящих перед математиками Европы, он, в частности, пишет:

> Математики, которые основали Европейское математическое общество десять лет назад, верили в единство математики, искусственно разделённой на чистую и прикладную части. Долг математиков поддерживать свою прикладную компоненту. Я всегда рассматривал противоположную точку зрения как нечто несерьёзное, из разряда философии, проистекающей из научной слабости, как бы широко эта философия не распространялась.
>
> Наше единство особенно важно сейчас. Математическое образование дошло до состояния ужасного кризиса во всех цивилизованных странах... По моим наблюдениям математика имеет больше шансов выжить нежели теоретическая физика, но для этого выживания необходимо наше единство.

Невозможно не отозваться на страстный призыв нашего соотечественника к единству математики и всей науки, необходимому для сохранения интеллектуальных достижений прошлого с целью передачи их будущим поколениям. Единство интеллигенции перед лицом кризиса науки и образования является непременным условием сохранения науки и просвещения.

Наука — «чувственно-сверхчувственный» артефакт в том смысле, что её содержание раскрывается только человеком, и без человека, по меньшей мере вполне, понято быть не может. Расположенная в самом центре культуры наука напоминает мне «Вавилонскую башню» — наивный, но героический и великий проект народов Земли. Стремление к свободе, внутренне присущее человеку, проявляется в неистребимой жажде знания. «Мы должны знать, мы будем знать!» — этот уже вековой тезис статьи Д. Гильберта «Познание природы и логика» никогда не исчезнет из кладовых житейской мудрости.

Основатель теории множеств Г. Кантор писал: «Сущность математики заключена в её свободе». Слово «математика» по возникновению означало любую науку. Легко сопоставить эти положения и понять, что сущность науки заключена в её свободе. Стремление к свободе объединяет людей, являясь движителем и гарантом существования и единства науки.

В последнее время стали популярными тезисы о том, что науки в России чересчур много, что наука отошла от нужд практики, что функционирование науки и образования не вписывается в рыночные механизмы и т. п. Разумеется, эти ложные тезисы основываются на полном непонимании места и роли науки в человеческом обществе. Особенно много предрассудков связано с пропагандой бесполезности фундаментальной науки, противопоставлением её прикладным исследованиям, обвинением в отрыве от приложений в технологии, промышленности и других сферах хозяйственной деятельности. В качестве антидота мне представляется разумным оценивать взаимоотношения между фундаментальной и прикладной наукой, учитывая всю историю человеческой культуры и, в особенности, печальный опыт расизма.

Апартеид и сегрегация не только омерзительны и отвратительны, но совершенно непродуктивны и импотентны. Это относится ко всем сферам жизни, ко всей культуре и ко всей науке. Особенно опасным выглядит искусственное выделение «чистой» и «прикладной» математики. Выдающийся американский математик и публицист П. Халмош в 1980 г. написал статью, наделавшую много шума своим сознательно выбранным эпатажным названием «Applied Mathematics Is Bad Mathematics». В ней Халмош специально отмечал, что антонимом слова «чистый» является слово «грязный»; соответственно, антонимом слова «прикладной» служит слово «бесполезный». Эти этимологические различия, подчёркивал Халмош, несут отрицательный заряд, слова «чистый» (или «фундаментальный») и «прикладной» (или «востребованный рынком») вольно или невольно могут восприниматься и воспринимаются как оскорбление.

Математика — искусство исчисления. Она возникает как ремесло счёта. Процесс счёта первичен и естествен для людей. Не случайно положительные целые числа до сих пор называют натуральными. Счёт и поныне принято начинать с единицы. Научное определение единицы пришло к нам из глубокой древности. В седьмой книге знаменитых «Начал» Евклида оно сформулировано следующим образом: «единица есть то, через что каждое из существующих считается единым». По-английски синонимом «единицы» служит слово «unity», обозначающее также то, что мы переводим на русский язык как «единство». Таким образом, математика в своих первичных основах начинается с того, что многое делает единым. Тем самым и всё разнообразие науки, возникшей из античной математики, начинается с единства.

Сегрегация и единство столь же несовместны как гений и злодейство. В науке нет места кастам и сектам. Наука должна сохранить единство как необходимое условие своего существования.

Нельзя забывать, что великая наука склонна исчезать в истории конкретных народов и не возникать вновь. Печальны примеры Древней Греции и гитлеровской Германии. Если не сохранить бессмертные достижения отечественной науки XX века в России, наука в России может исчезнуть навсегда и безвозвратно.

Представить свободное общество необразованных неучей невозможно. Наш долг — сохранить науку в России.

9 января 2005 г.

Глава 35

Традиция новаторства

«Наука в Сибири», № 14, апрель 2005 г., с. 14.

В прошлом веке в России сложилась современная система просвещения, которой мы не без основания гордимся. Следует при этом помнить, что советские средняя и высшая школы появились из царских не безобидным эволюционным путём, а родились после двадцатилетнего периода катастрофической ломки и революционных, зачастую трагических перемен.

Время всё ставит на свои места и показывает события в должной пропорции. Теперь довольно ясно, что достижения советских реформ в образовании коррелируют с сочетанием лучших академических и научных традиций прежнего (сохранение Академии наук, возвращение степеней и званий, постепенный возврат к гимназическому образованию и т. п.) со смелым привлечением новых людей и новых революционных научных идей.

Сплав мудрости прогрессивной царской профессуры, принявшей однозначное решение служить новому выбору своего народа, с энтузиазмом, отвагой, жаждой знания и революционностью молодёжи стал источником жизненной силы нашей высшей школы. Именно тогда и родились замечательные научные школы новой России в области математики, механики, физики, энергетики, геологии и т. д.

Смелое реформаторство высшей школы в нашей стране было продолжено и в послевоенные годы. Как математику, мне особенно приятно и важно выделить вклад Ивана Георгиевича Петровского

(1901–1973), ректора МГУ с 1951 по 1973 гг., и Александра Даниловича Александрова (1912–1999), ректора ЛГУ с 1952 по 1964 гг. Стоит обратить внимание на их возраст в годы ректорства.

В ЛГУ был осуществлен беспрецедентный переход к единому сквозному трёхлетнему курсу математического анализа. Был создан знаменитый «шестой курс» для переподготовки математиков и экономистов в специалистов по математической экономике. В ЛГУ была создана кафедра вычислительной математики, читались курсы по молекулярной генетике, социологии.

Большую роль в математических новациях сыграли мудрые старцы — Владимир Иванович Смирнов и Григорий Михайлович Фихтенгольц и молодые реформаторы — ректор Александров и будущий Нобелевский лауреат Л. В. Канторович.

В те же годы С. Л. Соболев (1908–1989) создаёт в МГУ кафедру вычислительной математики, выступает в защиту генетики. А. Н. Колмогоров (1903–1987) революционизирует учебный процесс, введя в преподавание на третьем курсе интеграл Лебега и элементы функционального анализа. И Соболеву, и Колмогорову, и Петровскому в те годы было около пятидесяти.

На памяти старожилов Новосибирского академгородка множество смелых академических и административных решений в НГУ в годы его организации и становления. Создавались специальности, не имевшие аналогов в стране, — экономическая кибернетика и математическая лингвистика. А. И. Мальцев (1909–1967) добился включения в обязательную программу уникального нового курса «Алгоритмы и рекурсивные функции». Этот курс читался по рукописи его ещё не вышедшей книги. Л. В. Канторович создал кафедру вычислительной математики, продолжая свою линию на синтез теоретической и прикладной математики. На этой кафедре читались и функциональный анализ (Г. П. Акилов), и методы вычислений (Г. И. Марчук).

М. А. Лаврентьев и А. И. Мальцев инициировали передачу кафедры математического анализа тридцатилетнему профессору Ю. Г. Решетняку, который поставил свой революционный курс математического анализа, где интеграл Лебега возникает уже на втором курсе и где впервые в университетской практике ориентированное интегрирование дано в рамках теории внешних дифференциальных форм.

Многие из указанных (и ещё большее количество неназванных) новаций в преподавании осуществлялись быстро и решительно в смелом стиле отказа от прежних методических догм и накатанной колеи учебного процесса. В НГУ в административной сфере таким революционным для той поры и безусловно прогрессивным стало решение о широком совместительстве, привносившем в преподавание новости передовой науки.

Следует осознать, что главная ценность оставленного опыта — традиция новаторства — сплав энтузиазма и смелости юности с мощной силой среднего возраста и спокойной мудростью стариков. В настоящее время мы повсеместно наблюдаем отказ от новаторства, происходящий, как это не удивительно, под флагом сохранения и защиты традиций. Скажем, ложно понятое уважение к А. Н. Колмогорову заставляет отложить интеграл Лебега до третьего курса. Господствует тенденция десятилетиями оставлять без перемен когда-то передовые учебные планы. В радикально новых условиях жизни страны для НГУ стало тормозом стремление сохранить и даже умножить число совместителей, приводящее к неоправданному размножению и дроблению аналогичных курсов. В этой связи к чтению потоковых лекций и семинарам зачастую привлекаются рядовые, а не лучшие исполнители. В результате труд преподавателей стал по существу неоплачиваемым и, стало быть, рабским.

Мы развешиваем портреты уважаемых предшественников и героев прошлого, называем их именами аудитории и улицы, но безвозвратно теряем самое главное, внесённое предками в преподавание, — обострённое чувство нового, стремление сократить дистанцию между передовым фронтом науки и студенческой скамьёй.

Сохранять лучшие традиции отечественной высшей школы — это значит смело реформировать учебные планы, приближать преподавание к современному уровню науки, отвечать вызовам времени. У нас есть кого вспомнить и есть на кого равняться.

6 апреля 2005 г.

Глава 36

Управление наукой — злободневная проблема

«Наука в Сибири», № 31–32, август 2006 г., с. 13.

В последние дни в прессе усиленно обсуждается проблема реформирования Академии наук. Многие мои друзья в самой постановке этой проблемы видят агрессию по отношению к академическому сообществу и посягательство на фундаментальные принципы свободы и самоуправления, которыми мы так дорожим в науке. Мне кажется, что ситуация существенно сложнее и требует более взвешенного и самокритичного отношения к проблемам организации академической науки.

Сохранение науки и механизмов передачи знаний следующим поколениям — вечные задачи, постоянно стоящие перед человечеством. Сейчас решение этих задач в России всё более и более неотложно, так как уже более десяти лет мы реально наблюдаем деградацию всех основных институтов науки и образования в нашей стране. Призывы оставить всё как есть означают консервацию условий развала. Обычные и далеко ненадуманные аргументы о жизненной силе отечественных науки и образования, знакомые всем нам, должны доказать, что развал если и есть, то обусловлен недостатком финансирования. Было бы финансирование — не было бы развала. Этот популярный софизм — образец аргументации в сослагательном наклонении. Мы обязаны признать, что развал реально произошёл, и искать лекарство.

Ответственность за состояние фундаментальной науки в России в глазах общества лежит на Академии наук. Общее собрание делегирует эту ответственность академическому начальству, действующему в рамках устава. Научное сообщество вправе знать, чем заслужило симпатию Общего собрания нынешнее руководство Академии наук и каковы реальные заслуги академических функционеров в деле сохранения науки в стране.

Вряд ли дорогого стоят дежурные тирады академических чиновников о роли науки и о былых заслугах Академии. Особой работы мысли провозглашение лозунгов и банальностей не требует. Весьма сомнительна польза постоянной массовой самопсихотерапии академического сообщества в стиле «мы лучшие в мире, если дать нам немного денег». Как научное сообщество, так и публика в России давно равнодушны ко всем заклинаниям.

Оценивать функционеров в любой области человеческой деятельности надо только по результатам их труда. Каков вклад кому-то симпатичного, а кому-то неприятного руководства в нынешнее положение Академии и фундаментальной науки в стране, таков должен быть и приговор об этом вкладе. По общим законам управления именно руководство в первую очередь ответственно за результаты деятельности подконтрольного ведомства, в том числе за провалы в диалогах с государством и обществом о финансировании науки.

Нельзя не видеть постоянного кризиса в управлении хозяйством и собственностью Академии. Приватизация издательского дела в Академии — лучшая иллюстрация моральных принципов, уровня эффективности, совести и ответственности участвовавших в ней представителей руководства Академии. Нет никаких оснований считать, что судьба академических гостиниц — исключение из правил, а не образец правил управления академической собственностью.

Свободу научного творчества не надо путать со свободой построить или продать синхрофазотрон. Саморегуляцию науки нельзя путать с невидимой рукой Адама Смита.

Ключевой вопрос дня состоит в том, отвечает ли действующая система управления фундаментальной наукой современным требованиям. Дело давно уже не просто и не только в финансировании науки. Остро стоит проблема ликвидации негативных последствий реально сложившегося разрыва поколений. Через десять лет будут безвозвратно утрачены сотни научных школ, так как школы вообще склонны к самоуничтожению, а если и сохраняются, то лишь через цепочку учеников с разрывом возрастов в 7–10 лет (в математике и некоторых других отраслях науки до 10–15 в связи с особо ранней профессионализацией).

Искусственные приёмы последних лет типа перманентного повышения возраста «молодости учёного» или нарушающие дух если не букву устава Академии возрастные лимиты на выборах — комичные и паллиативные меры, над которыми потешается почти всё сообщество, кроме некоторых академических функционеров.

Жизнеспособность проявляется именно в умении изменять ситуацию. Академия борется за то, чтобы не изменять ничего, кроме финансирования. Воспрепятствие, византийство и самовосхваление нередки на всех этажах академической иерархии нашей страны. При этом основная масса членов Академии на её функционирование как «штаба», «министерства» или «собственника» науки совершенно никак не влияет. Организационная структура нынешней Академии создана в тридцатых годах и рассчитана на совсем другое устройство страны и самой Академии.

Как собственник руководство Академии в лучшем случае беспомощно и неэффективно. Децентрализация управления собственностью Академии неизбежна и нет ни малейших оснований её пугаться.

Эпитет «академический» и его производные в сочетании с учреждениями, принципами или свободами во всём мире относят не только к сфере науки, но и к сфере образования. Управление собственностью высшей школы даже в нашей стране десятилетиями осуществляется совсем иначе, чем в Академии наук, и никто не считает, что это ограничивает академические свободы и привилегии в образовании.

Полезно также напомнить апологетам консерватизма, что качественный скачок в развитии науки на востоке нашей стране был неразрывно связан с децентрализацией управления тогдашней Академией и её собственностью. Сибирское отделение финансируется отдельной строкой уже 50 лет, что никоим образом не послужило во вред науке и академическим свободам.

Политика руководства Академии нещадно эксплуатирует естественный консерватизм и ностальгию по лучшим временам со стороны многих почтенных членов Общего собрания. Эта политика сопутствует разрушению научных школ и свертыванию науки в стране. Таковой представляется суровая и неприглядная правда, свидетельствующая неуспешность менеджмента.

Следует особо подчеркнуть, что речь не идёт о каких-то личных отрицательных качествах того или иного функционера. Если лучшие люди с помощью лучших методов достигают плачевных результатов, пользуясь некоторой системой управления, то ревизии и замене подлежит сама эта система управления.

Самая страшная беда для фундаментальной науки сейчас, как и во все времена, — потеря объективности. Академический мир России купается в наркотическом фимиаме, который сам и пускает. Многих из нас прельщают лавры милых русскому сердцу Манилова и Обломова.

Достаточно сопоставить мечтания о революциях в отечественных информационных технологиях с реальным уровнем функционирования убогих академических порталов и баз данных. Даже у математического сообщества практически отсутствует электронный доступ к отечественным журналам и базам данных ВИНИТИ. Наука и образование в России не в стадии лёгкого торможения. Наука и образование в стране далеко не на подъёме, а в глубоком штопоре. Попав в штопор, не следует думать о финансировании, повышении зарплат, отечественном импакт-факторе и модернизации оборудования. Пока не поздно, нужно браться за штурвал и менять параметры управления.

Развёрнутая компания по продлению властных полномочий за общепринятые в Академии рамки свидетельствует о нравственной эрозии некоторых её участников. Власть для них связана с правом распоряжаться собственностью, делить бюджетные средства и указывать подчиненным. Представление о власти как о служении, основанном на долге и моральном авторитете, несовместимо ни с иллюзией собственной незаменимости, ни с малоприличным цеплянием за рычаги управления.

Наука, Академия наук и система управления Академией совсем не одно и то же. Развитие науки в стране не сводится ни к сохранению прерогатив и полномочий начальников, ни к консервации схем собственности. Нет никаких оснований переживать по поводу предложений о реформировании системы управления фундаментальной наукой и собственностью Академии наук. Необходимо отнестись к проблеме с обычными серьёзностью и критичностью науки. Импульсы к переменам должны шире идти из самой научной среды.

Научное сообщество — не миф. Оно состоит из учёных по убеждениям, то есть людей, для которых принципы науки императивны.

Конечно, понятие «учёного по убеждениям» размыто. Конечно, краткосрочны и разрывны промежутки, в которые конкретный деятель науки является учёным по убеждениям. Чаще всего учёный — обычный человек, социально вовлечённый в науку и образование как сферу общественной деятельности.

К счастью, почти в каждом работнике науки время от времени учёный по убеждениям просыпается.

Научное сообщество — это множество учёных по убеждениям. Его состав переменен и в некоторые моменты множество учёных по убеждениям, к сожалению, пусто. Тем не менее научное сообщество живо и будет жить, пока существует наука. Тех, кто способен менять и меняет ситуацию в науке, совсем немало.

Общество вправе ждать новых решений проблем организации и управления наукой и образованием от элиты научного сообщества нашей страны, представленной Общим собранием Российской академии наук.

7 июля 2006 г.

Глава 37

Мудрость и обновление

«Наука в Сибири», № 36, сентябрь 2006 г., с. 3;
Вестник Владикавказского научного центра, Т. 6, № 3, 70–71 (2006).

Академик Накоряков в своих недавних статьях в газетах «Поиск», № 34–45 (2006) и «Наука в Сибири», № 33–34 (2006) указывает многие болевые точки нынешнего состояния Российской академии наук. Его анализ в этой части справедлив. Предложения по коренной перестройке выборной системы более дискуссионны и заслуживают комментария.

Следует помнить, что авторитет Академии определяется не тем, что в ней числятся директора или ректоры, а тем, что в ней состоят крупные учёные. Административные функции к учёному приходят и уходят, а вклад в науку остаётся. Отношение к Академии в научном сообществе определяется научным авторитетом её членов. Не беда, что вне Академии есть крупные учёные. Дело обыкновенное. Плохо, когда Академия пополняется людьми с неизвестными или мнимыми заслугами. Престиж Академии растёт или падает по мере того, как растёт или падает личный престиж её членов.

Административные должности следует покидать не позднее достижения принятого предельного возраста. Академик Накоряков дал тому безупречный пример, оставив пост директора академического института в 60 лет. Взвешенное решение предоставило ему многие рычаги влияния на процесс становления новых руководителей. Возможны и неизбежны редкие исключения, но «геронтологическая демаркация» для административных должностей должна стать строгим общим правилом. Лучше передать свой опыт при жизни. Да и силы на много лет останутся, чтобы снять или поправить зарвавшегося молодца-администратора.

Авторитет учёного определяется его вкладом в науку. Отсутствие вклада можно замаскировать занятием административного поста, не более того. Сложный научный вопрос задают специалисту, а не просто академику или директору. В науке есть свой «гамбургский» счёт и его все учёные в общем знают.

Процедура выборов — важнейший механизм обновления Академии, признания заслуг учёных и поддержки перспективных научных направлений. В последние годы Академия сильно деформирована масштабной реорганизацией, не меняющей ничего по существу. Появившиеся гигантские отделения Академии существуют при сохранении всех решающих прежних функций за секциями отделений. Ясно, что эта реформа осуществлена отчёта ради и декоративна. К сожалению, реорганизация резко усилила административное влияние на процедуру выборов. Столь же декоративна и безжизненна процедура разбавления Общего собрания Академии не её членами, принятая в своё время из желания предохранить Академию от разрушительных атак времён перестройки.

Опыт показал, что в своём огромном большинстве изменения процедуры выборов последних десятилетий не оправдали себя. Особенно неудачными стали возрастные ограничения на выборах и участие членов-корреспондентов в выборах себе подобных. Сейчас не принято вспоминать, что ограничения по возрасту на выборах вводились в Академию и при советской власти, но были отменены как неоправдавшие себя. Жизнь постоянно подтверждает, что в науке ценны только реальные знания и подлинный вклад в науку — именно эти обстоятельства должны определять избрание учёного в члены Академии.

Члены-корреспонденты — заслуженные специалисты, своего рода кандидаты в академики. Однако не все из них со временем академиками становятся. Нельзя это обстоятельство игнорировать, так как оно весьма негативно отражается на составе Академии. Академики голосуют за себе подобных или кандидатов в академики. При выборах новых членов-корреспондентов из более молодых профессоров действующий сейчас порядок малоприятен, так как заставляет голосующих членов-корреспондентов выбирать себе конкурентов. Такая процедура не способствует объективности выборов и, по меньшей мере, негуманна ни для избираемых, ни для избирающих. Настала пора вернуть традиционный порядок, когда только академики выбирают академиков и членов-корреспондентов в секциях и отделениях.

Академия значительно выросла за полвека. Нет оснований оценивать этот факт отрицательно, так как не меньше выросла и наука. Следует не сокращать исторически сложившуюся Академию, а правильно структурировать её, расширив региональную сеть академических центров и отделений и пересмотрев их полномочия. При этом рекомендации Общих собраний таких центров и отделений должны стать на выборах не декоративными, как сейчас, а значимыми элементами. Такие меры минимизируют возможности византийства на выборах со стороны начальства. Можно предусмотреть в Уставе и особую процедуру преодоления региональных рекомендаций, которые иногда бывают провинциальны и необъективны.

Совершенно невозможно согласиться с предлагаемым мораторием на выборы на несколько сроков с тем, чтобы произошла «естественная убыль». Такой мораторий означает консервацию теперешних негативных тенденций в Академии. Обновление осуществляется только на выборах. Поэтому нецелесообразно отказываться от выборов на многие годы, а нужно пополнять Академию чаще, вернувшись к доперестроечному двухлетнему циклу выборов. Нельзя допустить, чтобы пропали без следа накопленные мудрость и опыт старейших членов Академии, хранящих её нравственные и научные ценности. Ни для кого не секрет, чьё слово на Общем собрании значимо в критические для Академии моменты. Звучит голос патриархов, представляющих совесть Академии. Их слов ждут и на них надеются. Безусловный научный и человеческий потенциал старейшин наработан долгими годами служения людям.

Мудрость и обновление остаются нашей общей надеждой в трагические и переломные моменты.

2 сентября 2006 г.

Глава 38

Российская наука служит истине

«Наука в Сибири», № 7, февраль 2007 г., с. 10.

Днями опубликованы предложения к новым уставам государственных академий. Среди них есть такие новации, как разделение научного руководства и административно-хозяйственной деятельности и демократизация принятия наиболее важных управленческих решений. Последнюю должно обеспечить привлечение нечленов академии «в количестве не менее числа членов государственной академии наук». Учитывая возраст членов академии, несложно понять, что решения будут принимать не они.

России предложена роль родины новых принципов управления наукой. Не пора ли вспомнить, что демократизм науки означает только её открытость для всех и каждого. Научность не устанавливается путём опроса мнений и подсчёта голосов. Ещё Галилео Галилей писал: «Авторитет, основанный на мнении тысячи, в вопросах науки не стоит искры разума одного единственного [человека]».

Российская наука отражает российскую ментальность. Русский дух живёт в нашем языке. Мы различаем «правду» и «истину». В слове «правда» мы слышим оттенки слов из ряда «правило», «правильно», «править», «правительство».

Как национальный общественный институт наука служит правде, то есть подчиняется правилам, установленным государством. Как общечеловеческий инструмент производства и сохранения знаний, наука служит истине.

Как оно есть на самом деле — таков внутренний смысл русского слова «истина». Истина такова, какова она есть и в этом смысле абсолютно тиранична и деспотична. «Дело» академика Лузина, события на «ленинградском математическом фронте», лысенковские погромы, травля «физического идеализма», борьба с академиком Сахаровым — незабываемые образцы коллективистских приёмов, разнообразных «демократических» общественных собраний и голосований. Этого нельзя забыть. Нельзя не видеть в недавних волнах общественного неодобрения отказа Григория Перельмана участвовать в неприятных ему общественных процедурах науки застарелых отголосков зависти, ненависти и господства большинства над мыслью. Нельзя забывать, что институт нечленов академии возник в качестве отступного на волне безумных решений о политизации Академии наук и других общественных институтов во времена разрушительной перестройки.

В английском языке, ставшим эсперанто научного общения, разницы между словами «правда» и «истина» нет. Нельзя не чувствовать и не учитывать эту реальность, хранимую в главном сокровище наших предков — в великом и могучем, тонком и ёмком, нежном и грубом русском языке. Наука служит истине, а научные учреждения России — правде. Без понимания этого различия невозможно принять взвешенное решение об уставе академий.

Главная цель Российской академии наук — всемерное содействие развитию науки в России.

Учёные служат истине не руководствуясь мнением большинства, но стараясь придерживаться правды. По мере возможности...

9 февраля 2007 г.

Глава 39

Математика и свобода

Владикавказский мат. журн., Т. 9, № 4, 55–57 (2007).

1957 г. памятен человечеству запуском первого искусственного спутника Земли. С этого же года в нашей стране существует Сибирское отделение Академии наук. Эти великие образцы успешной реализации крупных проектов вошли в сокровищницу отечественной культуры. Новым импульсом для Сибирского отделения стало решение о создании технопарка в Новосибирском академгородке. Мы стоим на пороге больших перемен как в жизни Сибирского отделения, так и Российской академии наук в целом.

Задача учёных нашего времени — преодоление кризисных явлений, борьба с деградацией и отставанием за сохранение и укрепление науки и образования в России. Создание и становление Сибирского отделения предоставляют нам колоссальный запас научного, организационного и нравственного опыта, столь необходимого в трудную пору выбора новых путей и решений.

Важным принципом создателей Сибирского отделения был примат фундаментальной науки, понимание особой роли точных знаний и прежде всего математики.

Математика — древнейшая наука. Однако сначала было слово. Полезно помнить, что старинный «логос» живёт не в грамматике. Математика наших дней стала цитаделью логики, хранителем порядка в мыслях, защитником строгости и объективности суждений.

На интеллектуальном поле не действует закон убывающего плодородия. Чем больше мы узнаём, тем значительнее становится граница с незнаемым, тем чаще мы сталкиваемся с неведомым. XX век обогатил наши геометрические представления понятиями пространства-времени и фрактальности. Каждое конкретное знание — это событие, элемент пространства Минковского. Познанное нами образует явно ограниченное множество знаний. Рубежи науки составляют границу познанного с неведомым, которая несомненно фрактальна, и у нас нет никаких оснований предполагать её спрямляемость или измеримость. Стоит при этом отметить, что маршруты к передовым границам науки, прокладываемые преподавателями в сфере образования, достаточно гладкие. Педагогика не любит скачков и резкой смены сложившейся парадигмы. Возможно, что эти топологические препятствия отражают объективные трудности модернизации образования. Не счесть доказательств фрактальности границы знания и незнания. Среди них такие негативные явления, как безудержный рост псевдонауки, мистицизма и иных форм мракобесия, заползающих во все лакуны непознанного. Проявлениями фрактальности служат также самые неожиданные, прекрасные и поразительные взаимосвязи внешне далёких отраслей и разделов науки. Важнейшим катализатором единства науки служит математика.

На рубеже XIX и XX веков в математике произошли революционные изменения. Строгому анализу математика подвергла свой сокровенный инструмент — творческий процесс доказательства. Разрешимость и неразрешимость, доказуемость и недоказуемость, противоречивость и непротиворечивость вошли в исследовательский лексикон учёных. Математика стала рефлексивной наукой, занятой не только поиском истины, но и изучающей собственные способы её поиска...

Математика — довольно специальная сфера интеллектуального творчества, обладающая неповторимыми, только ей присущими особенностями. Георг Кантор, создатель теории множеств, писал в одной из своих классических работ в 1883 г.: «...das *Wesen* der *Mathematik* liegt gerade in ihrer *Freiheit*». Иначе говоря, «сущность математики заключена в её свободе». Свобода современной математики не сводится к отсутствию экзогенных ограничений на объекты и методы исследования. В немалой мере она проявляется в новых интеллектуальных средствах овладения окружающим миром, которые раскрепощают человека, раздвигая границы его независимости...

Тезис универсальной математизации освещает всю раннюю историю Сибирского отделения. Эти годы отмечены крупными достижениями в экономической кибернетике, теоретическом программировании, математической лингвистике, математической химии и биологии, и других новых синтетических направлениях исследований. Математизация гуманитарных наук и человеческое измерение точных наук стали привычными чертами научной жизни Сибири.

Отцы-основатели Сибирского отделения М. А. Лаврентьев, С. Л. Соболев и С. А. Христианович — выдающиеся представители математики и механики — прекрасно видели тенденции мировой науки, несли в себе колоссальный импульс научной свободы...

В год 50-летия Сибирского отделения можно выразить уверенность в дальнейшем успешном развитии его математических традиций.

23 апреля 2007 г.

Глава 40

Fidelis et Infidelis

(фрагмент виртуального диалога)

Вестник Владикавказского научного центра, Т. 9, № 1, 78–79 (2009).

Споры вокруг науки и религии довольно типичны и актуальны в наши дни. Среди наших знакомых мы можем встретить и неверующего профессора Пи, и верующего диакона Азма. Вот свежая часть их возможного диалога.

Азм: Дорогой Пи, Ваши учёные коллеги втягивают нас в какую-то надуманную дискуссию о противоречиях между наукой и религией в деле просвещения. Неужели им всё ещё не ясно, что наука и религия — неотъемлемые части мировоззрения человека. Ничего другого у нас в поисках счастья, добра и спасения души нет. Как можно обрубать детям одно из крыльев, возносящих их к истине. Ведь между наукой и религией нет пропасти — это дары Господа нашего нам в утешение и спасение.

Пи: Религия основывается на вере, а наука — на фактах и логике.

Азм: Согласен с Вами только частично. Религия строится на вере, но и наука строится на вере, хотя об этом умалчивает. Теорема Гёделя показывает ограниченность разума, использующего логику, а неисчерпаемость материи и принцип неопределённости Гейзенберга — условность и ограниченность экспериментальных фактов.

Пи: Итак, наука правдива, когда говорит, что религия основана на вере. В то же время Вы считаете, что и наука основана на вере, хотя этого не видит или даже скрывает. Согласитесь, что это — агрессивное высказывание, навязывающее своё мнение другому. Скажем, человек говорит Вам — я не верю, а Вы ему — нет, ты веришь, только сам этого не понимаешь. Не уверен, что такой подход не субъективен.

Азм: Не странно ли, Пи, что Вы переводите наш разговор в русло морали, как только Вам предъявлены бесспорные факты. Вы оставили без всякого внимания мои ссылки на теорему Гёделя и принцип неопределённости Гейзенберга. Между тем эти аргументы немало дезавуируют Вашу позицию. Ваше молчание — знак согласия со мною. Вам трудно признать истину только потому, что Вы не приняли Господа нашего. Ваше безверие явно иррационально.

Пи: Теорема Гёделя о неполноте относится к математической логике, а принцип неопределённости Гейзенберга — к квантовой механике. Это специальные области науки, в компетенцию которых преподавание в школе не входит. Вряд ли нам правильно выходить в разговоре столь далеко за пределы предмета обсуждения. Знание формального аппарата математики и законов микромира не обязательно при размышлениях о месте науки и религии в тех или иных институтах общественной жизни. Не скрою, Азм, что констатировать рациональность Вашей аргументации в пользу веры мне весьма приятно. Рациональность — инструмент науки. Вера же состоит в признании чего-либо истинным с решительностью, которая превышает силу внешних фактических и логических доказательств.

Азм: Вам нравятся факты — вот я Вам факты и предъявляю. Материалисты на самом деле верят в существование материи, а агностики и скептики, говорящие, что ни во что не верят, на самом деле верят в отсутствие Бога. Без веры нет истины.

Пи: Вы путаете факт Вашего суждения и факт, не зависящий от Вашего суждения. Обратите внимание также на то, что не доверяете другим, пусть с Вашей точки зрения заблуждающимся, людям в суждении об их собственных взглядах. Ваша вера в то, как оно есть, важнее для Вас того, как оно есть на самом деле. Мне очень не хочется Вас обижать и как-то задевать Ваши верования, но понятие бога, которым Вы оперируете, недостаточно отчётливо. Конечно, я понимаю, что Вы имеете в виду христианского господа. Вряд ли Вы не согласитесь со мной в том, что у агностиков и скептиков есть все основания не верить ни в Зевса, ни в Перуна, ни в Митру.

Азм: Вы любите подчёркивать наднациональность науки, но почему-то не замечаете, что теология входит в учебные планы многих университетов мира, по ней пишут диссертации и присуждают учёные степени. Ваши коллеги упорно дискриминируют теологию и отказываются подвергать диссертации по теологии стандартной экспертизе Высшей аттестационной комиссии. Где же открытость науки, о которой Вы так любите говорить?

Пи: Меня несколько удивляет то внимание, которое Вы уделяете довольно мелкому вопросу о порядке работы некоторой частной системы государственной аттестации. Я не эксперт в области государственного права, но в меру своего понимания постараюсь Вам ответить. Мне представляется, что теологию в обществе принято воспринимать буквально — как учение о боге. Теологию считают системой обоснования религии, её догматики и морали. Светскому государству противопоказано определять квалификацию людей в религиозных вопросах. Между прочим, и сама Высшая аттестационная комиссия, и степени, и звания, которыми она занимается, относятся к далеко необязательному механизму функционирования науки. Научное мировоззрение, как и религиозная вера, не требуют дипломов. Современная Россия декларирует свой светский характер. Тем самым наука и религия по-разному позиционированы по отношению к государству. Таково объективное положение вещей. Вы обосновываете научность теологии тем, что она входит в учебные планы и за неё присуждают степени, скажем, докторов и кандидатов теологии. Ваша аргументация совершенно недостаточна — в учебные планы входят и физкультура, и военное дело, и кулинария, и домоводство. Присуждение любых званий и отличий астрологам или шахматистам не превратит ни астрологию, ни шахматы в науку. Никакие атрибуты науки ненауку и лженауку наукой не сделают. Научная фантастика всегда останется просто частью литературы. Можно говорить и о научном атеизме, и о научной теологии, однако никакой эпитет не сможет превратить мировоззрение и веру в науку.

Азм: Вера — основа всякой религии и, стало быть, основа всякой культуры. Нет человека и нет культуры без Бога и вне Бога. Вы не можете не признать великую историческую миссию христианства в создании европейской культуры. Не знакомить детей с Богом, с религией — значит выводить их за пределы культуры. Как Вы можете поддерживать современных обскурантов, не пускающих основы православной культуры в российские школы? Как можно отрицать, что русское православное богословие дало миру множество величайших мыслителей, труды которых изучает весь учёный мир?

Пи: Наука не занимается тем, что признает или не признает факты. Наука на фактах основывается. Роль христианства в истории Европы огромна, не менее значительна роль православия в отечественной истории и культуре. Но эти мои оценочные суждения лежат за пределами науки. Наука не осуждает и не хвалит, она констатирует и делает выводы. Миссии у людей и у конфессий разные, а наука — общая. Вы — пастырь, Азм, и несколько преувеличиваете роль православного богословия. Уверяю Вас, что не весь учёный мир изучает труды ортодоксальных богословов России. Русское православие — феномен российской культуры. Наука устроена иначе. Геометрия Евклида появилась до христианства и ислама. Она одинакова для всех людей. Изучение геометрии детям полезно — это человечество проверило многовековым опытом. Никакой вражды на почве разных течений в геометрии между людьми не наблюдается. Геометрия не сеет рознь и отчуждение между людьми. Геометрия носит общечеловеческий характер, помогает людям и объединяет их. Обучение геометрии в светской школе оправдало себя на практике. Геометрия — типичный раздел науки. Всё сказанное про геометрию относится и к физике, и к химии. А вот к закону божьему это не относится. Преподавание геометрии никак не подчёркивает различий между детьми. Рассказы же о до́гматах, истории и традициях даже двух конфессий в одной школе связаны с неизбежным их сопоставлением и противопоставлением. Это может ненароком вызвать недопонимание и отчуждение между школьниками, в семьях которых придерживаются разных традиций жизни.

Азм: Религия учит терпимости, она стержень ойкумены, объединяет людей, даёт им общую надежду на спасение. Геометрия, которая Вам так почему-то нравится, не отвечает на важнейшие вопросы человека о его участи, жизни, смерти и о спасении его души. Краеугольные понятия добра и зла, так же, как и воспитание совести, самоотверженности и бескорыстия, верности и уважения к достоинству человека имеют религиозное происхождение. Церковь с успехом противостоит разврату и наркомании, умеет вырабатывать у детей необходимый иммунитет в отношении губительного для нации нравственного разложения. Наука вне морали, а скептицизм науки оскорбителен для верующих. Атеизм безнравствен и бесчеловечен, а наука стала инструментом воинствующего безбожия и превратила школу в атеистическое гетто. Бога изгоняют. А если нет Бога, то всё позволено.

Пи: Наука ничего не изгоняет, кроме невежества, она никого не поучает, а просвещает каждого. Наука не прибегает к формам социального давления, она не канонизирует и не анафемствует, не руководствуется ни голосованиями, ни ссылками на авторитеты. Мне неизвестны преступления науки перед человечеством. Наука принесла и приносит людям немало утешения и облегчения по жизни. Психотерапия, в том числе психотерапия религии, бывает полезна, но переломы не лечит. Простые рецепты — всё от нервов, поешь или помолись — не всегда помогают при простуде и раке. В центре религии — бог, а добро и зло выведены за пределы человека. Гуманизм науки в том, что её источник и цель — человек. Нравственный императив науки — объективность. Научное мировоззрение защищает человека от произвола любых форм догматизма, субъективизма и коллективизма. Конечно, наука не всесильна и многое лежит за границами её возможностей. Она не обладает всеми качествами бога и не претендует на способность предложить решение любых человеческих проблем.

Азм: Вот-вот, наконец-то Вы меня поняли. Религия — основа решения важнейших человеческих проблем. Человек жил и может жить без телевизоров и сотовых телефонов, а без веры, без Бога, человеку не прожить. Никто не предлагает изгнать науку из школы, упаси Господь. Но нельзя же учить только науке. Человеческая культура многообразнее и значительнее науки. Культура немыслима без религии и как учёный Вы обязаны это признать.

Пи: Конечно, в наши дни мало найдётся людей, предлагающих изгнать всю науку из школы. Наука столь очевидно полезна людям, что оградить от неё детей просто никому не под силу. Наука — центральный элемент культуры, то есть второй природы, созданной гением человека. Разумеется, Вы правы в том, что и религия, и наука — части культуры. Заметьте, что это не единственные части культуры. Культура разнообразнее и шире и науки, и религии. В школе преподают литературу. Не литературоведение и не текстологию — это науки, а именно литературу как часть культуры. При этом детей знакомят и с мировой литературой, и с литературой национальной. Вряд ли Вы станете отрицать, что родная речь и литература куда как ближе разным людям одной национальности и одного языка, чем любая из конфессий. Каждый вправе учить своих детей родному языку и на родном языке, но не на всех же языках в одной и той же школе. Обратите внимание, что и с литературой в школе дети знакомятся далеко не с любой. У нас свобода слова, свобода убеждений и свобода совести, но не всякое слово должно звучать в каждом месте. Не в каждом месте можно распространять свои убеждения и не всегда можно руководствоваться свободой только своей собственной совести. Есть ещё и закон. Так вот главный закон России состоит в том, что высшей ценностью является человек, его права и свободы.

Азм: Атеизм отрицает онтологическое существование добра и зла, он не способен логически непротиворечиво обосновать необходимость и обязательность морали. Следовательно, атеизм не должен иметь господства в нашей гибнущей от безнравственности стране. Православие судит о человеке не только по тому, каков он есть сегодня. Божественность Христа и святость святых показывают, каким человек может и должен стать. Человек — это создание Божье, творение Господа по образу и подобию своему. Источник добра, света, любви и надежды человека есть Бог. Бог спасает и сохраняет человека. Отвратить человека от Бога науке не дано.

Пи: Друг мой Азм, Вы свободны исповедовать свои убеждения. Наследников Евклида, Галилея и Коперника это вдохновляет и радует.

19 августа 2007 г.

Комментарий Ю. И. Манина[1]

Мю: Уважаемые коллеги, я математик, и перед началом любого спора пытаюсь как можно точнее представить себе, о чем, собственно, идет речь. Мне кажется, Вы пользуетесь словом «вера» в нескольких разных смыслах. Ядерное значение этого слова примерно таково: «принятие в качестве истины некоторого высказывания или системы высказываний». Все используемые здесь понятия, в свою очередь, нуждаются в обсуждении. «Принятие» — кем? Отдельным человеком, сообществом, обществом? Как надолго? Насколько сильно — так, что человек готов умереть за это, или просто руководствуется, пока жизнь не покажет обратное? «Высказываний» — каких? Вроде «птицы летают», или «все люди братья», или религиозной доктри-

[1] © Ю. И. Манин, 2010

ны, научной теории, правительственного заявления? «Истина» — а это что такое? И скрытый вопрос о процессе убеждения: а что и как побуждает меня/Вас/общество... верить? В применении к науке обычно ссылаются на процессы наблюдательной и экспериментальной верификации теорий, но после Куна многие стали осторожнее и полагают, что научно можно установить только ложность теории, а её «истинность» всегда остаётся исторически обусловленной и сменяемой парадигмой.

Я занудничаю для того только, чтобы предостеречь от слишком поспешного обращения с естественным языком так, как если бы он выражал нечто большее, чем наши бытовые привычки и предрассудки. Как бы то ни было, можно называть «верой» это общее понятие и писать «Вера» с прописной буквы, когда речь идёт о религии. Более того, «религия» есть собирательное понятие, на самом деле религий много, и в глазах любого верующего «его» религия истинна, а остальные ложны, так что нужно бы говорить «Вера$_1$», «Вера$_2$», «Вера$_3$»... По моему мнению, уже этот элементарный анализ показывает пустоту высказываний типа «религия и наука не противоречат друг другу, потому что обе основаны на вере». Что можно обсудить — это различие «истин» и методов убеждения, принятых в науке и религии/религиях, фундаментальную роль священных текстов как окончательного и единственного источника религиозного знания в (некоторых) религиях, и полное отсутствие таковых в науке и т. д.

И в заключение я хочу указать на некоторые слабые места в аргументации Азма. Если бы он просто настаивал на истинности евангельского «откровения», я бы оставил его наедине с муллой, раввином и буддийским монахом, а сам вежливо откланялся. Но раз уж он высказывает высокопарные банальности с квантором общности, я посмеюсь. «Религия учит терпимости, она стержень ойкумены»? Помилуйте, а крестовые походы, инквизиция, ауто-да-фе? А изгнание евреев из Испании? А военные походы Магомета для пропаганды слова Аллаха? Я уж не говорю о новейшей истории... «Великая историческая миссия христианства в создании европейской культуры»? Христианство на столетия остановило развитие эллинской естественно-научной мысли, которая и была началом европейской научной культуры. После Галилея, Бруно и Дарвина христианство вело и ведёт тяжкие оборонительные бои против науки. Католицизм периодически пытается подписать перемирие и разделить сферы влияния. Православие старательно делает вид, что наука как идеология является просто особым видом ереси. Что до литературы, живописи, музыки, философии, то тут христианство существовало как вирус в живом теле гуманитарной культуры, воспроизводя свои гены из любого подручного материала, от Аристотеля (и не слыхавшего о христианстве) до Микельанджело и рок-музыки. (Ислам, кажется, был менее всеядным и установил жёсткую цензуру; об иудаизме я ничего не знаю.) К счастью, убить живое тело западной гуманитарной культуры не удалось.

20 августа 2007 г.

Глава 41

Человек и научное мировоззрение

«Наука в Сибири», № 32–33, август 2007 г., с. 9.

Мировоззрение — феномен индивидуальный. На мир каждый человек смотрит самостоятельно. Многое из того, что он видит, человек воспринимает в языке.

Треугольник, круг, квадрат, плоскость, масса и вес, спираль Архимеда, молекулы и атомы, законы Кеплера, электрон и нейтрино, флаттер и реактивный двигатель, пенициллин и виагра, компьютер и телевизор — понятия, существующие во всех великих мировых языках. Эти понятия выработаны наукой, знакомы практически каждому современному человеку и, следовательно, входят в его мировоззрение. Научные понятия — важнейшие элементы мировоззрения каждой личности. Они едины для всех людей независимо от расы, национальности, гражданства и конфессии.

Научное мировоззрение носит светский характер, открыто для обсуждений, не ограничивает ни свободу мысли, ни свободу убеждений, ни свободу совести. Научное мировоззрение не требует, чтобы его исповедовали, не связано с мистикой, отправлением ритуалов, обрядов и культов. Наука признает безусловное право каждого придерживаться и выражать своё мнение, свободу искать, получать и распространять всякого рода информацию и идеи. В то же время научное мировоззрение защищает свободу и независимость человека от субъективизма и догматизма, опираясь не на веру и традицию, а на факты и логику.

Научное мировоззрение общедоступно и доказательно. Наука просвещает, а не обращает, она ненавязчива и уважительна к человеку. Основываясь на знаниях, наука признает их человеческую природу, неизбежные ограниченность и неполноту. Научное мировоззрение чуждо любым формам индоктринации, избранничества и абсурда, внушения, давления и запугивания. Научные убеждения человек принимает абсолютно свободно и совершенно сознательно. Наука — подвиг сомневающегося, свободного и разумного человека.

Наука открыта для критики и перемен, всегда отказывается от неверных теорий и ошибочных представлений. Наука уважает и авторитет древних текстов, и вековые традиции, и человеческие слабости, и людские доблести. При этом любые свои суждения наука строит на объективности, стремясь избавить человека от опасностей субъективизма и коллективизма. Объективность и человечность — источники нравственности научного мировоззрения.

Научное мировоззрение не разделяет, а соединяет людей. Ищущий и нашедший истину человек — вот источник и цель научного мировоззрения. Наука помогает преодолевать тяготы жизни, показывает границы человеческих знаний и умений, раскрывает необъятность неведомого и раздвигает пределы разума. Научное мировоззрение выявляет подлинные возможности человека, ни в чём не унижая его достоинства и величия. Научное мировоззрение глубоко индивидуально и в то же время объединяет людей, превращая их в человечество.

Люди никогда не откажутся от научного мировоззрения. Свет разума неугасим.

10 августа 2007 г.

Глава 42

Апология корифеев

Корифей в античной драме — лидер хора, хормейстер. В многоголосии хора мы не слышим хормейстера, но хор без хормейстера обречен на неудачу.

Слово корифей бытует в науке. Его нет в штатных расписаниях и списках научных регалий. Изредка это слово произносят на панихидах и юбилейных торжествах. Однако со студенческой скамьи каждый учёный знает корифеев своей науки. Математики России числят в мартирологе мировой элиты Пифагора, Евклида, Галилея, Ньютона, Лейбница, Эйлера, Коши, Римана, Гаусса, Пуанкаре, а среди своих соотечественников почитают Чебышёва, Лузина, Колмогорова, Соболева, Лаврентьева, Мальцева, Тихонова и многих других. Мало кто из работающих математиков России не отнесёт к числу корифеев наших современников Владимира Игоревича Арнольда, Юрия Ивановича Манина и Сергея Петровича Новикова.

Корифеи математики прекрасно понимают отличие математики от литературы, химии, балета и сотен и тысяч предметов и тем, интересующих соотечественников. Они нечасто высказываются на темы за пределами своей непосредственной профессии. Да и мы, почтенная публика, несклонны слушать разглагольствования дипломированного сапожника о том, по каким обувным принципам надо печь пирожные. Другое дело, когда корифеи говорят о проблемах науки и образования и, в особенности, об аспектах, связанных со своей собственной профессиональной деятельностью.

Сочинения корифеев на общие темы читаются и обсуждаются всеми. В этом их сила и в этом их слабость. Каждый числит себя экспертом по общечеловеческим вопросам и норовит подставившегося корифея укусить, придравшись к тому или иному спорному, или слабому, или неосторожному, или просто глупому пассажу. Радость кусающих очевидна — раз ты ниже нас спустился, то знай, куда и к кому попал. Между тем чемпиона мира по прыжкам в высоту не осуждают за неудачные попытки на низких высотах. Знатоки древних текстов не судят об их значении по слабостям, противоречиям и качеству пергамента.

Наши корифеи пишут о месте науки и её проблемах, о кризисе в математике и её преподавании. Прискорбно видеть, что эти искренние сочинения выдающихся мастеров часто вызывают ухмылки и ёрничанье, подменяющие желание понять суть поднятых проблем. К сожалению, корифеи пишут не всегда блестяще, но ведь они и не в беллетристике упражняются. Стоит задуматься, почему умные люди, которые могли бы и промолчать, рискуют своей репутацией, ступая на зыбкую почву научной публицистики.

Корифеи из ума не выжили. Тем, кто сомневается, стоит взглянуть на их недавние математические сочинения и сравнить со своими собственными. Корифеи пишут не задумываясь об имидже и репутации, а тревожась об общем деле. Это не графоманы, не алармисты и не кликуши. Корифеи не пугают и не злобствуют. Они видят реальную деградацию науки и предупреждают нас о негативных тенденциях общественного развития.

Конечно, публицистические сочинения оценивают по особой шкале литературных достоинств, и тут наши авторы бывают уязвимы. Можно ограничиться лишь этой констатацией слабости формы и подумать о содержании. Про то и речь...

Умный автор предполагает ум у читателя. Не надо умных авторов разочаровывать небрежением сути.

1 сентября 2007 г.

Глава 43

Проблема деградации

Вестник Владикавказского научного центра, Т. 8, № 2, 57–58 (2008).

Деградацию институтов отечественной науки принято связывать с недостатком финансирования, износом основных фондов, старением персонала, разрывом поколений, многотемьем, мелкотемьем и прочими малоприятными явлениями. Если вдуматься в природу происходящего, станет ясно, что все упомянутые проявления деградации связаны с провальным менеджментом науки.

Управление наукой осуществляется на разных уровнях. Наука — далеко не единственный ареал человеческой деятельности и не единственная отрасль народного хозяйства. Как и другие сферы жизни общества, управление научной отраслью имеет разные компоненты и ступени. Принято считать, что деградация науки определена главным образом просчётами в государственной составляющей управления. Оспаривать это суждение вряд ли целесообразно. Однако людям науки не пристало не видеть собственные недостатки, не искать внутренние резервы и самостоятельные рычаги умножения своих возможностей.

Обыкновенный человек редко помнит формулы бензола и синусов, даты жизни Наполеона и Александра Македонского. При этом любой гражданин знает, что в России есть химики, математики и историки, которым общество платит за то, чтобы быть в курсе научных фактов и дел. Повышение рождаемости и воспитание подрастающего поколения — важные государственные задачи. Между тем окончательные и самые важные решения в этой сфере принимают на совсем другом уровне. Равно так же дело обстоит с наукой.

Эффективная организация науки и образования — дело всего общества. Тем не менее многие важнейшие и окончательные решения в сфере науки принимают только сами учёные. Общество не без оснований относит учёных к своей интеллектуальной элите. Главный признак интеллекта — самокритичность. Общество вправе требовать от своей научной элиты бóльшей самокритичности.

Мне не известны случаи вмешательства государства в содержание научных публикаций в журналах Академии наук. Мне не известны попытки представителей областной или местной власти употребить административный ресурс при аттестации научного персонала или при защите кандидатских и докторских диссертаций. Мне не известны случаи диктата властей в выборе учебных программ по функциональному анализу или теплофизике. Между тем проблемы аттестации, проблемы содержания научной периодики и выбора программ учебных курсов — важные элементы функционирования науки. Невозможно не видеть грозные признаки деградации в этих внутринаучных процессах.

Деградация академического мира имеет немало источников в научной среде. У нас не принято говорить или, точнее, принято не говорить о многих проблемах научного сообщества, деформировании внутринаучных отношений и механизмов саморегулирования науки. Господствует пошлое в своей тривиальности суждение о принципиальной безупречности научного менеджмента и приемлемой организации функционирования науки в России. Основой воззрений как многих серьёзных учёных, так и большинства примелькавшихся менеджеров и спикеров от науки служит тезис о том, что в отечественной науке нет проблем, которых нельзя решить увеличением финансирования. Не пора ли вспомнить и старинный принцип управления: «Если Вашу проблему можно решить с помощью денег, у Вас нет проблемы»?

Наука в России деградирует семимильными шагами, и представляется очевидным, что немало причин этого страшного процесса связано отнюдь не с недостаточным финансированием, а с разрушением правильных внутринаучных отношений и научным менеджментом, неадекватным новому времени. Конечно, само выдвижение этого тезиса вызывает массу возражений и стандартных обвинений в бездоказательности, необъективности и клевете на научную действительность, полное отсутствие конкретики и конструктивизма. Давно пора оставить в стороне расхожие штампы и древние приёмы дезавуирования суждения переходом на личности.

Энтропия растёт и добро превращается в зло с неизбежностью второго начала термодинамики. Академический мир никогда не был райской обителью. Адаптивность, служение и открытость стремятся стать некомпетентностью, избранничеством и византийством в условиях любой неконтролируемой и неограниченной власти. Научный менеджмент не служит исключением. История даёт нам неисчислимые уроки того, что ни один раздел науки нравственность своим служителям не прививает, а любая власть несёт доминантный ген бесправия.

История науки знает не только героев, но и немало негодяев. Нельзя забыть омерзительные уроки рождения научных ренегатов. Ничего мало-мальски заметного в науку такие персонажи разных эпох обычно не вносят вопреки высоким чинам и званиям. Вековая история союза власти и управления культурой не раз демонстрировала, что тень и серость ненавидят свет глубоко и страстно, наслаждаясь воспрепятствием таланту и распространением мистицизма, пошлости и невежества. Бессмысленно кусать локти тем, кто своим безмолвием попустительствовал ренегатам, считая, что лучше с власть предержащими не связываться. Надо с горестью констатировать, что своих могильщиков научный мир рождает и пестует самостоятельно. Пора отказаться от иллюзии, что недалёкие люди большого вреда не приносят. Немало уже принесли горя и, дай им большую власть, ещё порядком принесут, используя классические навыки молчалиных, макиавелли, кольманов и лысенок. Позором покрыто академическое сообщество, допускающее отказ от научных принципов и превращение академических свобод в ширмы властолюбия и конформизма.

Наука — не мыльная опера, где злодеи и герои поют в разных тональностях и носят одежды непохожих покроев. Вирусы злодейства, ограниченности, попустительства, лени, маниловщины и воспрепятствия не циркулируют в специальной выделенной для ренегатства фракции учёных. Источник деградации науки, как это ни печально, каждый из учёных несёт в самом себе. К счастью, гений науки и научное мировоззрение также не спущены нам из абстрактного далёко, а обитают исключительно в бренных умах и телах людей.

Конструктив складывается только из действий и взглядов учёных по убеждениям. Механизмы функционирования научного сообщества России перестали отвечать реалиям его существования. Наука утратила или профанировала многие механизмы саморегулирования и самовоспроизведения. Будущее академической науки может быть трагическим. Точка возврата, пожалуй, пройдена. Нам не избежать продолжения деградация, и новые скачкообразные падения отнюдь не исключены. Наши усилия следует направить на сохранение фундаментальной науки и образования, представленных в лучших и ещё жизнеспособных школах. Именно школы и только школы формируют из людей науки учёных по убеждениям.

Математикам порядочно известно про технику и теорию доказательств. При констатации фактов ни доказательств, ни свидетельств компетентности или благонадежности автора не требуется. Факт либо принимают, либо игнорируют.

Деградация менеджмента науки в России давно предъявлена мировому сообществу. Тем, кто её не видит или не хочет видеть, не нужны ни факты ни доказательства.

Непоставленная проблема решения не требует.

25 сентября 2007 г.

Глава 44

Приоритет науки

«Наука в Сибири», № 5, февраль 2009 г., с. 8.

Творчество — феномен глубоко индивидуальный. В искусстве превалируют индивидуальность и субъективность, обогащающие человеческие чувства. Истина — высшая цель науки — требует объективности, лишённой малейшего субъективного окраса. Клод Бернар, великий французский физиолог — основоположник эндокринологии, писал: «искусство — это „я“, наука — это „мы“».

Певец науки, человек удивительной судьбы Фрэнсис Бэкон считал необходимым консолидировать усилия учёных для превращения науки в мощное средство овладения природой. Основатель эмпиризма, философ и литератор, он испытал немало триумфов и трагедий, пройдя путь от начинающего юриста до всесильного лорда-канцлера, осуждённого впоследствии за взяточничество. Тезис Бэкона «знание — сила» остаётся главным девизом науки и просвещения.

Коллективная наука родилась в XVII веке в форме королевских обществ и академий. Указ Петра о создании Петербургской академии наук — дата рождения современной науки в России, которую мы отмечаем 8 февраля. Приобретая черты социального института, наука разрушила реальный или воображаемый образ отшельника в башне из слоновой кости. Учёный стал государственным служащим и членом жёстко регламентированного закрытого клуба.

Коллективная наука порождает прогрессивные формы обмена информацией и строгие механизмы объективизации знаний, чем соединяет и умножает усилия отдельных исследователей. В то же время коллективизм вносит в научную среду многие людские страсти и пороки и прежде всего честолюбие и алчность. Человеческая натура не чужда борьбе за высшие места в сколь угодно малой иерархии, поиску благоволения «собаки дворника», жажде наживы и первенства в самых ничтожных и надуманных соревнованиях.

Раковой опухолью коллективной науки стала борьба за индивидуальный и национальный приоритеты. Европу XVIII века потрясали споры о приоритете столь грязные, что о них противно говорить и сегодня. Нам неловко, что великий Ньютон причастен к травле Роберта Гука, куратора Королевского общества до президентства Ньютона. Ненависть к Гуку привела к уничтожению как его единственного портрета, так и ранних архивов Королевского общества.

Нельзя не восхититься справедливости провидения. В 2006 г. Феликс Прайор, эксперт аукционного дома Бонэмз, обнаружил среди древнего хлама, представленного для распродажи, обшитый кожей пятисотстраничный «фолио Гука», содержащий сделанные его рукой записи всех заседаний Королевского общества первых лет. Прямо по Булгакову — рукопись Гука не сгорела и грязь, которую сторонники Ньютона с его молчаливого согласия лили на Гука и Лейбница, оказалась тем, чем была с самого начала — разложившейся слюной борцов с «плагиаторами и похитителями приоритета» Ньютона. Победа ньютонианцев в борьбе за приоритет своего кумира привела к изоляции учёных Великобритании от континентальной науки столь глубокой и полной, что её разрушительные последствия ощущались не одно столетие.

Удивительны повороты истории — похожая история приключилась и с советскими чистильщиками отечественной математики от космополитизма и плагиаризма, вставшими на защиту пролетарской науки от «врага в советской маске» Н. Н. Лузина в 1936 г. Все официальные экземпляры стенограмм заседаний Комиссии АН СССР по делу академика Лузина, подлежащие обязательному хранению в архиве, таинственным образом пропали. Главные участники позорного судилища хранили о нём молчание до своей кончины. Однако в конце 1980 годов одна машинописная копия в Архиве Академии наук была случайно обнаружена. Тайное стало явным, продемонстрировав научному сообществу моральный облик ряда учеников Лузина, расчищавших свой карьерный путь под флагом борьбы за приоритет советской науки.

Многие ныне здравствующие учёные старшего поколения пережили унижения омерзительной «борьбы с космополитизмом» в конце 1940 годов. Политические обвинения адептами дряхлеющего сталинизма от физики были выдвинуты против В. Л. Гинзбурга, А. Ф. Иоффе, П. Л. Капицы, М. А. Леонтовича, Л. И. Мандельштама, М. А. Маркова, Н. Д. Папалекси, И. Е. Тамма, В. А. Фока, Я. И. Френкеля и многих других отечественных учёных, обогативших мировую науку и тем немало прославивших нашу Родину.

Приоритет и положение в иерархической структуре научного сообщества — вещи важные, но для учёного по убеждениям второстепенные. Приоритет не является свойством научной истины или научного объекта, а устанавливается между субъектами. Учёному важны истинность и востребованность результатов его исследований.

Первый выборный Президент Академии наук СССР А. П. Карпинский на Чрезвычайном Общем собрании АН СССР 2 февраля 1931 г. отметил, что «различие мнений никогда не служило причиной задержки того, для чего Академия наук вообще предназначена, а именно: для выяснения научных истин. Только истина и является тем предметом, которым учёные большие и маленькие занимаются и [которому] подчиняются».

Истина — единственный приоритет науки, за который стоит бороться.

24 января 2009 г.

Глава 45

НГУ — университет академический

Студенты и преподаватели Новосибирского государственного университета часто называют свой университет классическим или исследовательским. При этом многие удивляются, когда НГУ не занимает высокие места ни в конкурсах классических, ни в конкурсах исследовательских университетов. В этом принято видеть чужие козни и происки. Зависть и самомнение вездесущи, но не должны нам мешать смотреть на мир открытыми глазами. На самом деле НГУ не является ни классическим, ни исследовательским университетом и не был задуман ни в одном из этих качеств.

НГУ — академический университет, созданный как учебное заведение особого типа, основанное на интеграции образования и академической науки. Надо подчеркнуть, что академической науки в российском понимании ни в Европе, ни в США нет. Поэтому НГУ, интегрированный в Сибирское отделение Академии наук, представляет собой уникальное мировое явление, опыт которого был востребован и повторен другими странами.

НГУ — единственный академический университет в России. Единственный, но не первый. Знаменитый петровский Проект положения об учреждении Академии наук и художеств от 22 января 1724 г. подчеркивал, что для условий России неприемлемо раздельное существование академии наук и университета, как это принято в других странах: «невозможно, чтоб здесь следовать в протчих государствах принятому образцу», когда академия и университет «никакого сообщения между собой не имеют». Формулируя принципы создания академии и университета в России, Пётр писал:

> И тако потребнее всего, чтоб здесь такое собрание заведено было, ежели бы из самолутчих ученых людей состояло, которые довольны суть:
>
> 1. Науки производить и совершить, однакожде так, чтобы они тем наукам
>
> 2. Младых людей (ежели которые из оных угодны будут) публично обучали и чтоб они
>
> 3. Некоторых людей при себе обучили, которые бы младых людей первым рудиментам (основательствам) всех наук обучать могли.

Основатели Сибирского отделения видели перспективу превращения нового научного центра в Российскую академию наук (в те времена РСФСР была единственной из союзных республик, не имевшей национальной академии). Идеи Петра и Ломоносова, традиции Российской академии наук и её исторический опыт составляли важнейшую основу общих воззрений и практических решений Михаила Алексеевича Лаврентьева.

Кафедры и факультеты НГУ фактически вынесены в академические институты. Этим достигается непрерывность и актуализация — осовременивание — преподавания. Не только студенты получают новейшую научную информацию, но и преподаватели — учёные Сибирского отделения — постоянно пересматривают и модернизируют запас своих знаний. Образование становится непрерывным от школьника до академика.

Важнейшим принципом обучения в НГУ с самых первых лет была самостоятельность кафедр в определении учебных планов и содержания специальностей. Краеугольным камнем преподавания в НГУ стал принцип универсальной математизации знания. Это не случайно — 1957 г. открыл космическую эру, а в 1961 г. наша страна впервые в мире осуществила орбитальный полет Юрия Гагарина. Американские аналитики объяснили отставание США в космосе провалами в развитии математики. Между прочим, в 2009 г. самая востребованная специальность в США — математик (не программист, а именно математик). Класс математического образования давно уже является визитной карточкой НГУ.

В создании НГУ выдающуюся роль сыграли математики и механики. Первым ректором НГУ был Илья Несторович Векуа. Михаил Алексеевич Лаврентьев возглавил кафедру математического анализа, Анатолий Иванович Мальцев создал кафедру алгебры и логики. Сергей Львович Соболев — кафедру дифференциальных уравнений. Сергей Алексеевич Христианович — кафедру газовой динамики. Пелагея Яковлевна Кочина — кафедру теоретической механики. Юрий Николаевич Работнов — кафедру теории упругости и пластичности. Леонид Витальевич Канторович, будущий Нобелевский лауреат, — кафедру вычислительной математики.

Названные и многие неназванные люди заложили основы НГУ, оставили нам свой неоценимый творческий опыт. Передали нам выстраданные принципы современного образования в России.

Новаторство в преподавании, непрерывность и актуальность обучения, единство фундаментальной и прикладной науки, универсальная математизация знаний — драгоценные дары наших научных предков, которые мы обязаны сохранить, приумножить и передать другим.

4 апреля 2009 г.

Глава 46

Игра в цифирный бисер

Вестник Владикавказского научного центра, Т. 9, № 2, 52–53 (2009).

В последнее время немалый ажиотаж в научных кругах вызван разнообразными попытками замены механизма экспертных суждений системой числовых индикаторов.

Для российской математики особенное значение имеют следующие показатели:

- MCQ — показатель математического цитирования Американского математического общества, основанный на базе данных журнала Mathematical Reviews (сокращённо MR);
- IF или ISI — классический импакт-фактор Института научной информации (корпорации Томпсон Рейтерс);
- РИНЦ — Российский индекс научного цитирования на базе Научной электронной библиотеки;
- MNRU — импакт-фактор Общероссийского математического портала Math-Net.Ru на собственной базе.

Указанные показатели подсчитываются для каждого журнала в отдельности. Пусть $Q_{N,k}$ — число ссылок в году N на работы, опубликованные в рассматриваемом журнале в году $N-k$. Через P_N

обозначим число статей, опубликованных этим журналом за весь год N. Отметим попутно, что под N понимается номер года в григорианском летосчислении, а потому N не меньше шести (ибо N больше тысячи). В этих обозначениях величина MCQ_N показателя математического цитирования в год N вычисляется по формуле

$$\mathrm{MCQ}_N = \frac{Q_{N,1} + Q_{N,2} + \ldots + Q_{N,5}}{P_{N-1} + P_{N-2} + \ldots + P_{N-5}}.$$

Импакт-фактор в году N обозначим через IF_N. По определению будет

$$\mathrm{IF}_N = \frac{Q_{N,1} + Q_{N,2}}{P_{N-1} + P_{N-2}}.$$

Итак, показатели MCQ и IF вычисляют по одной схеме при разной глубине учёта данных. Первый из них использует данные за пять лет, последний — за два года. РИНЦ и MNRU подсчитывают по классической двухлетней формуле импакт-фактора IF, предложенной основателем Института научной информации Ю. Гарфильдом. Важно подчеркнуть, что все четыре показателя основаны на разных, хотя и пересекающихся базах данных.

Предположим, что все работы в рассматриваемом журнале в течение пяти лет одного качества и одинаково хорошо цитируются. Будем считать постоянным и число статей в каждом годовом томе журнала. Иначе говоря, предположим, что величины $Q_{N,k}$ и P_N от N и k не зависят. В этом модельном случае индексы MCQ и IF нашего журнала (как и все остальные) должны совпасть друг с другом. В практических ситуациях колебания неизбежны, но тенденция к сближению индексов должна превалировать для достаточно полных баз данных. Однако ничего похожего для реальных показателей не наблюдается и различия между их фактическими значениями для конкретного журнала обычно чрезмерны для случайных флюктуаций. Например, для ряда выдающихся математических журналов показатель MCQ примерно в два раза меньше IF.

Для иллюстрации сопоставим текущие импакт-факторы двух пар престижных иностранных журналов по алгебре и по логике:

	IF	MCQ
J. Algebra	0,630	0,64
J. Pure Appl. Algebra	0,666	0,59
J. Symb. Logic	0,609	0,31
J. Pure Appl. Logic	0,613	0,30

Используя показатель MCQ, можно было бы сделать вывод о том, что названные логические журналы в два раза «жиже» их алгебраических родственников. На самом деле практическое совпадение показателей IF and MCQ для двух алгебраических журналов, скорее всего, свидетельствует просто о том, что статьи, помещённые в них, оказывают информационное воздействие в основном на учёных, печатающихся в журналах, сканируемых MR. В то же время более половины ссылок на два логических журнала сделаны в источниках, не сканируемых MR. Стало быть, влияние логической пары журналов на поток научной информации значительно шире, чем воздействие другой пары. Между тем узость аудитории трудно отнести к достоинствам научного журнала.

Различия баз данных при подсчёте импакт-факторов весьма сильно проявляются для российской периодики. Обратимся к текущим значениям указанных выше показателей для пяти влиятельных академических журналов, четыре из которых общематематические, а пятый — междисциплинарный.

	IF	MCQ	РИНЦ	MNRU	Основан
Мат. сборник	0,359	0,44	0,113	0,399	1866
Успехи мат. наук	0,309	0,35	0,103	0,382	1936
Сиб. мат. журн.	0,208	0,18	0,108	0,269	1960
Мат. заметки	0,251	0,18	0,030	0,244	1967
Теор. мат. физ.	0,622	0,12	0,107	0,601	1969

Напрашивается очевидный вывод о том, что все вышеприведённые показатели, взятые за конкретный год, характеризуют, прежде всего, сами базы данных и лишь в небольшой части некоторые феномены реального функционирования науки.

Несколько более информативной может быть динамика показателей цитирования. В качестве примера приведём значения IF и MCQ для Российского журнала математической физики за пятилетний период:

	IF	MCQ
2003	0,291	0,23
2004	0,348	0,19
2005	0,394	0,26
2006	0,493	0,34
2007	1,012	0,35

В. П. Маслов, главный редактор этого журнала, в качестве возможной причины двукратного скачка импакт-фактора IF назвал публикацию работ, посвящённых экономическим применениям идей математической физики.

Пробки на дорогах не отражают художественных дарований владельцев застрявших машин. Вопреки мистическим гипотезам, популярным среди чиновников от науки, нет сколь-либо достаточных оснований связывать качество публикаций с весьма произвольными числовыми характеристиками, относящимися к динамике научной информации внутри конкретной базы данных.

Наука не игра в бисер, и цифирь здесь ни при чём.

20 мая 2009 г.

Глава 47

Будем беречь лидеров

«Наука в Сибири», № 45, декабрь 2009 г., с. 1.

Тридцать лет Академгородок живет без Михаила Алексеевича Лаврентьева. Ушла когорта основателей Сибирского отделения Академии наук. Пришло новое время и новые лидеры.

Знания — приближения к истине. Наука функционирует как система производства, сохранения и передачи знаний. Безусловно, мы ощущаем истину, но определить истину должным образом мы не можем. Научный поиск — маршрут к истине.

В науке мы видим лидеров и противостоящих им прогрессистов и ретроградов. Лидеры опираются на последователей и резонеров. Ретрограды и прогрессисты — на эпигонов и лизоблюдов. Лидеры неровня ни ретроградам ни прогрессистам.

Прогрессист смеётся на палец. Ретроград боится собственной тени. Прогрессиста радуют блёстки и новые слова, он устаёт от каждой неудачи и хватается за всё экзотическое, аляповатое и неудобоваримое. Ретроград упрям, упорен и раздражителен, он переполнен злобой ко всему неординарному и непонятному. Прогрессисты и ретрограды часто деятельны, но сам труд ненавидят. Прогрессист и ретроград — мизантропы.

Лидерство и начальство в науке имеют разные функции. Лидер прокладывает путь, а начальник нужен для справедливости. Лидеру не обязательно быть справедливым. Несправедливый начальник никому не нужен.

Лидеру достаются тернии, поэтому ему присущи понимание и сочувствие. Нет лидера без трудолюбия и самоотверженности. Жизнь лидера — ответственное служение, путешествие к зовущей его истине. Цель своего маршрута лидер не знает, но ощущает. Лидеры уважают чужие и собственные достижения и заблуждения. Лидеры — филантропы.

Как педагог прогрессист неглубок и поверхностен. Лекции ретрограда тщательно отделаны и торжественны. Каждая вторая лекция прогрессиста ошибочна, а любая лекция ретрограда скучна. На лекции лидера в аудитории ощутимы красота и сила знания. Мысль лидера завораживает слушателей и будит их разум. Вдохновение царствует на лекциях лидера. Вдохновение подделать нельзя.

Свойство быть лидером, или ретроградом, или прогрессистом — вещь социальная, по наследству не передаваемая и сильно зависящая от времени. В чистом виде ни лидеры, ни ретрограды, ни прогрессисты, как правило, не встречаются. В каждом учёном их черты мирно соседствуют и просыпаются время от времени.

Счастье, когда рядом с нами есть люди, управляющие собой и дарящие нам запас своего лидерства. Будем их беречь!

12 сентября 2009 г.

Глава 48

Выбор попутчиков

Академия состоит в точности из своих членов. Каковы члены, такова и академия. Конечно, у каждого академика есть обычная мысль — ну как же можно повернуть такую махину как академия. Да и кто азм грешный таков, чтобы на неё как-то влиять. Порядки могут теперешние не нравиться, но таковы порядки. Не мы их заводили и не нам их менять.

Академия состоит из людей разных — кто-то побольше в науку вклад внес, кто-то поменьше, а кто и вовсе обмишурился. У кого-то уши покрепче, а кто под обдернувшуюся руку голосующего попал. Мало ли как бывает — да и немало как бывает. По-всякому — как повседневно и повсеместно среди людей случается. Главное всегда просто — надо распознать его в тысячу раз увиденном и продуманном. Потому и мгновенны все открытия, что пелена обыденности спадает и дарит взору очевидное.

Зададимся вопросом — что главное определяет воззрения академических персонажей от малого до великого. Вопрос явно корректен, так как мы все насмотрелись на миллионы историй из жизни замечательных людей, поведали и прослушали квадриллионы анекдотов и баек об академических нравах. Любые побасенки одинаковы и поучительны лишь в том, что все люди и все человеки. Химия, математика, физика или геология тут совсем ни при чём. Академики — люди успешные. Не только оставшиеся в мировой науке, но и просто наследившие в ней или потолкавшиеся в научных прихожих.

Не принято менять выигрышную стратегию. Поэтому академики и другие знаменитости в разные времена в массе своей жили и живут инерцией своего успеха. Можно развивать и доказывать эту мысль сколь угодно подробно, да вряд ли стоит время на очевидные тривиальности тратить.

Человеку свойственно ошибаться и проявляется это прежде всего в том, что каждому кажется, что он умеет отличать собственные поражения от собственных побед. Тем не менее думать так не стоит. Потому не до́лжно отличать победы от поражений, что они неразделимы. Нет побед без поражений и поражений без побед — в этом всё дело. Однако известная разница между успехом и провалом существует. Поражения связаны с ошибками, побеждённые учатся на своих ошибках и имеют шанс поумнеть. Победителям сложнее — им сдаются, уповая на милость, а не на мудрость.

Беда каждой академии — манок избранничества и прагматизма. Академический мир пестует своих могильщиков, считая, что недалёкие люди вреда не принесут. Самоуверенность, близорукость и маразм — симптомы провинциализации науки.

Будет то, что будет — это лишь часть правды. Будет то, что мы делаем сейчас. Какие отношения мы создаем между собою — с такими обстоятельствами нам в будущем и жить. Короче говоря, надо делать не то, что всегда, а то, что до́лжно. Поступать не так, как всегда, а как следует. Средства должны соответствовать цели и вести к ней.

Замена механизмов саморегуляции науки стратегией иерархического успеха ведёт к вырождению. Так это на управленческом воляпюке звучит. Чувство долга должно превалировать над опытом собственного успеха. Этого, конечно, мы в себе не наблюдаем, но стараться надо. Поступать по совести — это шанс. Верхоглядство и недомыслие — смягчающие обстоятельства для дураков, а не для гениев.

Серьёзному учёному от академий нужно мало, если не ничего. Человеку важно знать, понимать и уметь, а не состоять, возглавлять и участвовать. Жизнь неизбежно идёт к закату и всегда уместно не тратить время на пустяки, а важным поскорее заняться. Долги отдать старикам, примеры молодым подать и недоделанное доделать.

Сентиментальность, благость и слабоумие — наши вечные спутники. Поодаль идут отвага, долг и мудрость. Попутчики, которых мы выбираем...

28 января 2008 г. — 20 сентября 2009 г.

Часть III

НАУКА И ОКОЛО

Глава 49

Наука исчислять и доказывать

Частично опубликовано: «Наука в Сибири», № 17, май 2006 г., с. 12.

Европейская цивилизация отсчитывает новую эру от рождества Христова. Расположение нуля на временно́й оси — вещь малозначительная. Гораздо большее воздействие на современное мировоззрение оказало библейское учение о богоподобности человека. Жители дохристианских цивилизаций редко рассматриваются такими же богоподобными, как современные люди. Между тем молекулярная генетика доказала, что как биологические особи мы не слишком отличаемся от своих пращуров.

Наиболее древние останки анатомически современного человека, найденные в Африке, датированы серединой второй сотни тысяч лет до нашей эры. Считать наших предков более глупыми существами, чем мы, значит уподобляться верхоглядам, ставящим себя выше Ньютона и Бора на том зыбком основании, что первые сочинения классиков читали, а классики ничего не слыхали не только про наших верхоглядов, но и про чудесные жидко-кристаллические дисплеи. Образованность — великое достоинство, но никаких природных качеств образование нам, к сожалению, не добавляет. Наши палеолитические предки обладали теми же умственными способностями, что и мы. Именно это обстоятельство даёт надежду правильно понять и воссоздать их интеллектуальные достижения спустя многие тысячелетия.

Сознание и мышление начинаются с фиксации тождества и различия: я и не я, мать и отец, мокро и сухо. Различия по ощущениям бывают двух сортов — качественные и количественные. Слово «качество» происходит от латинского «qualis», т. е. «какого рода». Слово «количество» — от латинского «quantus», т. е. «как велико», «сколь много». Качественные различия мы выражаем вариантами слов «такое же» и «другое». Различия другого типа — количественные — связаны со словами «столько же» и «не столько», «больше» и «меньше».

Качественные различия трудно соизмерять и градуировать. Меры различных качеств — вещь весьма таинственная даже для современного человека. Как правило, мы пользуемся всего тремя общими градациями, например «такое же мягкое», «мягче» и «самое мягкое». Количественные различия проще поддаются более тонкому и детальному анализу. Аппаратом такого анализа служат числа. В самом общем смысле *число — это мера количества.*

Человек обладает даром счёта. Счёт простых количеств осуществляется с помощью натуральных чисел. Как отметил А. Пуанкаре: «Единственный естественный предмет математической мысли есть целое число». Важнейшая особенность счёта — возможность его повторения, объективной проверки правильности и достоверности результата счёта. Доказательный счёт представляет искусство исчисления, которое принято называть математикой.

Простейшими приёмами исчисления люди заведомо владеют около 30 000 лет. Первые материальные свидетельства искусства счёта — кости с правильно расположенными зарубками — археология относит к верхнему палеолиту.

Зарубки ставятся в определённой последовательности, то есть связаны с некоторым упорядочением. Иначе говоря, человек овладевал искусством счёта с помощью инструмента, который в современной математике называют ординальными числами. Чрезвычайно важно подчеркнуть, что фиксация количества с помощью зарубок существенно изменяет самый смысл последовательного счёта. Счёт с фиксированием зарубок отделяется от личности считающего и обеспечивает безупречную процедуру объективной проверки результата — пересчёт по зарубкам. Новая процедура является доказательной, давая абсолютно верный результат. Таким образом, с древнейших времён математика вошла в жизнь людей как искусство доказательных вычислений.

Мы редко задумываемся о том, что археологическая кость с зарубками такая же неотъемлемая часть нашей культуры, как Интернет. В качестве яркой иллюстрации стоит напомнить о традиции вести счёт в английском казначействе с помощью зарубок на специальных палках, бирках. Эти бирки были упразднены только в 1826 г., но продолжали храниться в Вестминстере до 1843 г., когда их стали сжигать в одной из печей палаты лордов. В результате возник пожар, уничтоживший как палату лордов, так и палату общин. Чарльз Диккенс высмеивал современных ему бюрократов, бичуя их за этот дикий эпизод в своей знаменитой речи от 27 июня 1855 г. в Ассоциации по проведению реформы управления страной.

Английский термин «stockholder», знакомый любому финансисту наших дней, происходит от слова stock, которым в средние века именовали более длинную часть разрубленной бирки с засечками, указывающими сумму, которую сохранял человек или банк, давший её в долг. Использование бирок в качестве юридического документа в финансовых сделках подтверждает безусловную доказательную силу древнего метода счёта с помощью зарубок.

Среди человеческих артефактов эпохи неолита в Мессопотамии найдены глиняные токены — абстрактные фигурки разных геометрических форм. Принято считать, что эти токены использовались для учёта разного вида имущества — голов скота, коробов зерна, сосудов с маслом и т. п. К пятому тысячелетию до нашей эры относят появление булл — специальных, часто шарообразных ёмкостей, содержащих токены[1]. Эти буллы могли использоваться для более полных форм контроля, например, как накладные документы. Булла, наполненная токенами, представляет собой материальный символ кардинального числа. Таким образом, уже в каменном веке человек владел тонким искусством ордината и кардинального счёта.

В пластах несколько более позднего периода найдены буллы, на поверхности которых выдавлены отпечатки вложенных внутрь токенов. Такая мера позволяла осуществлять дополнительную проверку правильности счёта с помощью токенов данной буллы. По теории Денизы Шмандт-Бессера буллы с дополнительными оттисками токенов на внешней поверхности служат материальными свидетель-

[1] В археологии иногда выделяют два типа агрегатов токенов, собственно *буллы* и *конверты*.

ствами зарождения клинописи.

Любопытно, что назначение булл долгое время оставалось загадкой. К счастью, при раскопках Нузи (древнего урартского города на месте нынешнего Киркука в Ираке) была обнаружена примечательная булла, датируемая 1500 г. до нашей эры. На этой булле имелась надпись: «Камни: 21 племенная овца, 8 баранов, 6 овечек, 4 ягненка, 6 племенных коз, 1 козёл, 2 козочки. Печать Зигарру». Внутри этой буллы было ровно 48 токенов.

Дальнейшее развитие математики в Мессопотамии и Египте отмечено отсутствием тяги к абстракции и скучными чертами крайнего утилитаризма. Дошедшие до нас из тех мест и времён письменные тексты по математике посвящены конкретным частным проблемам. Сколь-либо абстрактные задачи не ставятся, а общие закономерности и приёмы никогда не формулируются. Доказательств вовсе нет, а их место занимают примитивные предписания. Хотя искусство счёта быстро развивалось, было существенно усовершенствовано и дополнено приёмами измерения фигур, математика оставалась ремеслом и искусством.

Наукой, то есть системой знаний и основанных на них представлений, математика стала в Древней Элладе. Греки обогатили интеллектуальный инструментарий человечества аксиоматическим методом и особым исчислением пространственных форм, которое мы теперь именуем евклидовой геометрией.

Сочинение Евклида «Начала» — чудесный феномен античной культуры, одно из самых прекрасных и вечных свершений человеческого гения. Евклид придал математике безупречную форму науки, основанной на доказательствах. Математическое доказательство стало обязательным элементом поиска истины. Новая революционная технология познания отличает математику Евклида от достижений всех предшественников из Египта, Вавилонии, Урарту и от творений Фалеса и Пифагора, живших всего за двести лет до Евклида. Методология и стиль Евклида благоденствуют уже два с половиной тысячелетия, по-прежнему привлекая необыкновенной красотой удивительного сочетания лапидарности, точности, достоверности и объективности.

Со времён Евклида до наших дней математика — наука исчислений и доказательств.

5 апреля 2006 г.

Глава 50

Номинация и дефиниция

Важнейшая составляющая процесса воспитания и передачи знаний — номинация. Номинация не есть дефиниция. Под определением принято понимать описание нового через уже известные элементы. Номинация — именование, исходный пункт любой дефиниции. Разумеется, границы между номинацией и дефиницией достаточно зыбки и условны.

Ребёнок, сталкиваясь с незнакомым животным в зоопарке, спрашивает: «Кто это?». Ответ «опоссум» его обычно вполне удовлетворяет. Звуки слова «опоссум» маленькому человеку хорошо известны. Имя отождествлено с новым образом и этого знания уже достаточно. Для взрослого определением опоссума станет текст в стиле: «млекопитающее инфракласса сумчатых; длина тела 7–50 см, хвоста 4–55 см». Не исключено, что подход ребенка вполне оправдан и не менее целесообразен на пути познания жизни, чем поведение взрослого.

Процесс знакомства или представления незнакомых людей друг другу во многом напоминает встречу ребенка с опоссумом. Фраза «Знакомьтесь, Джо Блэк» не несла никакой информации о Брэде Питте до знаменитого фильма Мартина Бреста. Имя впервые встреченного человека важно, но малоинформативно. По имени человека можно однозначно восстановить лишь набор всех тезок незнакомца. С точки зрения налогового ведомства только номер карты социального страхования в США или реквизиты паспорта в России служат подлинным определением налогоплательщика. В то же время редкий педант, представляя своего знакомого, назовёт номер его карточки социального страхования.

Наука немыслима без понятий. Понятия уточняются и развиваются в определениях. Функционирование науки в известном смысле как раз и состоит в развитии понятий. Нет оснований считать, что внутри науки действуют иные варианты закономерностей номинации и дефиниции, чем в простейшем примере встречи ребенка с опоссумом.

Дефиниция рациональна, а номинация — универсальна. Не случайно номинация играет важнейшую роль в разных проявлениях мистицизма, оккультизма и религии. Лексикон науки — её понятия. Эволюция понятий науки — важный исторический свидетель, способный донести до нас многие приметы ушедшего времени. Следы каждой эпохи отражены в самых абстрактных её понятиях. Вне исторического контекста невозможно правильно понять не только устоявшиеся, но и современные понятия вроде нанотехнологии и квантовой логики.

Интеллектуальная преемственность — бесценный дар, позволяющий нам сохранять опыт далёких предков. Первый трансфинитный акт человечества — рождение идеи всей совокупности натуральных чисел. От сочинений Аристотеля и «Псаммита» Архимеда идея актуальной бесконечности в центре интеллектуальных поисков учёных всех времён и народов. Монады Лейбница и флюксии и флюэнты Ньютона — продукты героической эпохи телескопа и микроскопа. Универсум фон Неймана, возникший в середине XX века, реализует пифагорейский тезис «все есть число». Измерение бесконечности числом — суть гениальных работ Кантора. Так из палеолита до наших дней дошли загадки и номинанты разума.

Истоки современной науки мы находим в Древней Греции. Сочинения Евклида — важнейший первоисточник научной традиции. Геометрию со времён античности интересуют как качественные, так и количественные свойства пространственных форм и отношений. Пример качественных геометрических знаний дают признаки равенства треугольников. Нахождение площадей, длин и объёмов — образцы количественных исследований. Выдающимся открытием евклидовой геометрии стала несоизмеримость стороны и диагонали квадрата. Именно тогда наука впервые столкнулась с проблемой исчисления континуума. Обнаружив, что никакой общей меры у стороны и диагонали квадрата нет, наши предки поняли, что рациональных чисел недостаточно для осуществления измерений на практике. Полезно помнить, что рациональных чисел столько же, сколько и натуральных. При этом рациональные числа заполняют счётное множество, то есть служат разновидностью того же кардинала, которым мы сегодня характеризуем запас элементов натурального ряда. Вековая идея потенциальной бесконечности, открытая в форме последовательно продолжающегося счёта, оказалась недостаточной для количественных расчётов геометрии. Открытие несоизмеримости стороны и диагонали квадрата такая же высочайшая вершина математики, как и независимость пятого постулата, аксиомы выбора или гипотезы континуума.

Определения «Начал» Евклида, величайшей научной книги в истории человечества, отражают геометрическое видение мира той эпохи. Геометрия — часть культуры древнего мира, призванная обслуживать разнообразные человеческие потребности. Её мистические, познавательные и экономические источники сосуществовали в едином культурном пространстве человека добиблейских времен. Важным источником геометрии было землеустройство, составление кадастров для целей регулярного налогообложения. Знаменитые гарпедонапты Египта были налоговыми служащими и использовали верёвку для обмера земельных наделов. Навыки гарпедонаптов использовались и в строительстве. Пирамиды были построены задолго до абстрактного геометрического определения их формы.

Удивительна история пришедших к нам из глубины веков абстрактных геометрических понятий точки, числа, фигуры и тела. Мы редко отдаем себе отчёт в том, что школьные арифметика и геометрия — жемчужины интеллектуального наследия наших пращуров. Нет современного человека, который не знает, что такое треугольник. Однако мало людей владеют определением этого понятия. Это далеко не случайно — такого определения нет у Евклида. Он говорит о трёхсторонних фигурах, поясняя, что «фигура есть то, что содержится внутри какой-нибудь или каких-нибудь границ». Ясно, что это определение навеяно технологией тогдашнего землеустройства.

Полезно отметить, что институт собственности много древнее геометрии. Измерять участок, находясь за его пределами — это одно, а заходить внутрь надела — дело совсем иное. Не меньше ограничений было у древних гарпедонаптов при обмере строительных сооружений, таких как пирамиды. Ясно, что о внутреннем устройстве пирамиды Хеопса её смотрители старались не задумываться или, во всяком случае, не упоминать о нём публично. Нельзя не видеть, что верёвка, туго натянутая между двумя колышками, — предтеча отрезка прямой линии, то есть континуума современной математики. Проблема континуума, немало занимавшая первые математические умы XX века, — тень практической задачи соизмерения отрезков.

Используя современные термины, мы говорим, что Евклид рассматривал выпуклые фигуры и тела. С нашей точки зрения понятие выпуклости вполне элементарно. Часть плоскости или пространства является выпуклой, если ни один отрезок, соединяющий любые две её точки, не выходит за пределы изучаемого объекта. Удивительно, что такому определению, недалеко уходящему от языка Евклида, чуть более ста лет. Треугольник в современной математике принято определять как выпуклую оболочку трёх точек, то есть как наименьшую выпуклую фигуру, содержащую эти точки. Если вбить в землю три колышка и стянуть лассо, петля которого охватывает эти колышки, мы очертим треугольник. Так делали и гарпедонапты, однако внутренность измеряемого участка могла быть недоступна, ибо представляла собой чужой надел. Собственность и в наши дни можно измерить и обложить налогом, а вот попытка натягивать верёвки внутри чужого участка — это покушение на частную собственность. Определения Евклида — живые свидетели древних экономических отношений.

Математика — первая наука человека разумного. Homo sapiens осознаёт внешний мир и себя такими физиологическими способами, которые связаны с возможностью перечисления отдельных предметов и различения их формы. Отвлечённые формы и отношения, используемые человеческим мышлением, и являются изначальными предметами научной номинации и определения.

Тысячи лет геометрия Евклида служит образцом для рационального творчества. Современная наука обладает сотнями новых теорий, номинирует и определяет тысячи новых объектов и понятий, не известных Евклиду. Однако метод научного исследования по сути остался неизменным. Евклид с такой же лёгкостью овладел бы сейчас началами любой приглянувшейся ему современной дисциплины, с какой дети всех рас и национальностей мира овладевают азами геометрии, носящей его имя.

Преемственность поколений — залог бессмертия науки.

12 сентября 2007 г.

Глава 51

Апология отступлений

Зачем старые лекторы рассказывают байки? Множество причин каждый читатель придумает сам. Одну из таких причин стоит считать чрезвычайно важной.

Преподаватель стоит перед студентом — это обычный смертный с видимыми человеческими чертами, малозаметными достоинствами и вполне очевидными недостатками. Учёные прошлого и авторитеты настоящего из других миров (авторы теорем и теорий) представляются по контрасту сверхгениальными и необыкновенными существами.

У студентов возникает разрыв — им кажется или может показаться, что новые теории и большие теоремы делаются не простыми людьми типа знакомых преподавателей и студентов, а небожителями из совсем необычного материала.

Важнейшая задача лекций при обучении математике состоит в том, чтобы студенты поняли — математику делают люди.

Человеческое первично, научное вторично.

Подчеркнуть этот человеческий момент, открытость и доступность нашей науки для каждого призваны различные отступления, аналогии и экскурсы, истории, рассказы и анекдоты о больших учёных, о слабостях и сомнениях тех из них, с кем лекторам доводилось сталкиваться. Совершенно неуместные в строгом тесте учебника отступления и байки, рассказанные на лекциях, запоминаются и оказывают влияние не на сдачу экзамена, а на становление профессиональных качеств.

Одну историю расскажу такого рода. Много лет назад, когда мы только начинали заниматься нестандартным анализом и обсуждали его проблемы на кафедре, Ю. Г. Решетняк вспомнил, как его лектор по анализу (это был Исидор Павлович Натансон) однажды сказал своим студентам на лекции: «Сегодня я расскажу Вам, как считать интегралы с помощью актуальных бесконечно малых. Так делать нельзя, но всегда получается верно. Поэтому я Вам это расскажу».

Когда учился Решетняк, бесконечно малые были эпатаж, табу, скандал и анекдот. Необычное отступление отложилось в памяти Решетняка и мудрость его старого преподавателя не пропала. Решетняк запомнил, что «всегда правильно получается» и со временем способствовал развитию новых нестандартных методов анализа в стенах НГУ.

Человеческое измерение лекций и семинаров делает большую науку доступней. Это соображение кажется не бессмысленным. Так что на говорливых стариков обижаться не стоит. Они не со зла и не от глупости лекции читают.

21 апреля 2005 г.

Глава 52

Профессоры и студенты

Лекции читают не студенты, а профессоры[1]. Прочесть можно только уже написанное. Студенты лекции конспектируют. Такова традиция, отражённая в языке и зародившаяся во времена, когда книгопечатание либо вовсе отсутствовало, либо находилось в зачаточной форме. Студенту приходилось самому создавать тексты для личной библиотеки. Так было в университетском образовании не одно столетие. Более того, для новейших разделов науки, представленных специальными курсами, конспектирование лекций студентами неизбежно — специальный курс редко существует в форме завершённой монографии, пригодной для публичного прочтения. Именно обработанные конспекты оригинальных лекций и докладов зачастую становятся каркасами будущих учебников по новым разделам науки.

Задиктованные лекции — анахронизм базовых курсов. Конечно, в наши дни формальные конспекты лекций по общим предметам должны быть доступны каждому студенту. Дело лектора не диктовать общедоступное, а облегчать освоение предмета, останавливаясь на содержательных аспектах курса и адаптируя курс к задачам дня сегодняшнего. Традиционная форма лекций не отвечает ритму и стилю наших дней. Не случайно студенты в массе своей на лекции не ходят и конспекты не пишут. Все нормальные люди тоску и скуку

[1]Современные словари указывают, что множественное число «профессоры» является устаревшим и норма наших дней требует писать «профессора». Здесь можно вспомнить знаменитую фразу, приписываемую У. Черчиллю: «This is the kind of tedious nonsense up with which I will not put».

ненавидят. Вот и студенты стараются посещать только привлекательные занятия, предпочитая переписывать конспекты традиционных и скучных лекций, составленные товарищами. Лектор — говорящая голова предмета. Через много лет в памяти выпускников кое-что о говорящих головах сохраняется. Что касается наболтанного или прочитанного лекторами — ситуация много хуже. Полученные в университете знания выпускника либо вовсе теряются, либо таятся в тайниках подсознания (у кого как). Человеческие ощущения от контактов с преподавателями остаются в памяти на всю жизнь. Этот феномен надо обязательно учитывать.

Что бы там ни говорили студенты про преподавателей и преподаватели о студентах, надо понимать, что как обучение, так и знания — их совместный продукт. Лекции и семинары — элементы общения, без которых обучение становится заочным. Повышать уровень общения — совместная задача студентов и преподавателей. Студент более заинтересован в общении, но не всегда это осознаёт. Преподаватель ответствен за качество общения, хотя, как правило, проистекающие отсюда обязанности просто игнорирует. Не составляет труда чтение лекций по замшелым запискам и суждение, что если дедушку или бабушку так учили и получилось неплохо, то и сейчас так учить надо, а не «выпендриваться». Преподавателю необходимо «пыжиться», то есть приближать свой курс к потребностям и уровню дня сегодняшнего.

Самый посредственный лектор намного больше учебника и явно его человечнее. Эти причины мотивируют гуманного или жалостливого студента лекции посещать. К несчастью, часто самому лектору его предмет не менее скучен, чем студенту. Другая беда лектора — комплекс неполноценности. Лектор редко бывает неизлечимым, круглым или полным идиотом и обычно понимает, что самые широко образованные люди — это именно студенты, которые знакомятся не только с его курсом и, как правило, схватывают суть многих предметов с большой лёгкостью при посредственной прилежности. При этом у студентов открыт колоссальный кредит времени для поумнения. Лектор же обычно за пределами своего курса понимает совсем мало или вовсе ничего. При этом шансов поумнеть у лектора много меньше, чем у самого тупого студента.

Непонятное отталкивает. Человек, которому мы обязаны или сделали гадость, нам особенно противен. Эти общие закономерности отражаются на взаимоотношениях преподавателя и студента. Учиться трудно, но трудно и учить. Лектор виноват уж тем, что его доля — учить трудному, такому, что за пять минут не расскажешь. Тяжело справиться с обязанностью сделать каждую лекцию интересной, запоминающейся и поучительной в научном плане. Горбушка лектора сродни хлебу шоумена. Студент виноват уж тем, что над глупостями смеётся, с чудовищных лекций уходит и не имеет никакого представления о содержании уже прочитанной части курса. Копятся взаимные обиды, и курс великой дисциплины, наполненный гениальными идеями гигантов науки, превращается в занудство и бессмыслицу. Таковы объективные сложности обучения, и с ними надо считаться.

6 апреля 2009 г.

Глава 53

Преподавание анализа

Ни традиции обучения, ни отсутствие подходящих учебников не объясняют малого влияния современных идей математического анализа на преподавание. Дело в том, что капитально изменилось место понятия бесконечно малой величины.

Корни математического анализа исходят из атомистических идей античности. Представление об атоме как о неделимой материальной частице сочеталось с представлением о предельно мало воображаемой составляющей Вселенной. Эти двойственные представления нашли отражение в первичных математических понятиях «Элементов» Евклида: точка — атом геометрии — это то, что не имеет частей, а монада — атом арифметики — то, посредством чего каждое существующее считается единым.

Взгляды на мироздание века телескопа и микроскопа привели к появлению двух форм дифференциального и интегрального исчисления. Лейбницева монадология и ньютонов метод первых и последних отношений отражают двойственную природу древних представлений о микрокосме.

В современном анализе по-новому реализуется восходящая к античности идея актуальной инфинитезимали, которая в своём историческом развитии была заменена понятием исчезающей переменной величины в середине XIX века. Недоверие к актуальным бесконечным величинам в математике нарастало в связи с трудностями их формального обоснования. В рамках теоретико-множественной концепции в начале XX века сложилось довольно догматическое суждение о принципиальной невозможности реабилитации актуальной бесконечности и с середины тридцатых до начала шестидесятых годов прошлого века актуально бесконечные величины в математике были запрещены как некорректные, а понятие предела было объявлено единственным инструментом строгого обоснования анализа. Любопытно, что представления об актуальных бесконечно больших и бесконечно малых величинах сохранялись в физике и других разделах естествознания, невзирая на произвольные математические запреты. Последние, к счастью, просуществовали недолго и были парадоксальным образом разрушены, когда появилось первое современное изложение инфинитезимальных методов, данное Робинсоном, причём именно в рамках теоретико-множественной установки, ставшей уже классической к тому времени.

Нестандартный анализ Робинсона прекрасно объединяет и завершает двухтысячелетнее развитие старых воззрений, прокладывая наилучший путь к классическому анализу. В наши дни нестандартный анализ стали понимать шире — как раздел математики, использующий представления об актуально бесконечных величинах. Сейчас нестандартный анализ строится аксиоматически в рамках новых теорий, среди которых наиболее распространены теория внутренних множеств Нельсона и теория внешних множеств Каваи. Указанные теории являются консервативным расширением теории Цермело — Френкеля, имея тот же статус строгости и достоверности.

Содержательным исходным пунктом аксиоматики нестандартного анализа является представление о том, что в каждом бесконечном объекте имеются элементы двух типов. Элементы первого типа доступны нам или прямым или потенциально бесконечным способом. Их называют стандартными, а прочие — нестандартными. Нестандартный анализ постулирует, что в каждом бесконечном множестве объектов имеется хотя бы один нестандартный элемент.

Важно осознать, что нестандартный анализ использует новое первичное понятие — свойство объекта быть или не быть стандартным. В «стандартной» математике эта вещь невыразима и поэтому в ней нельзя говорить об актуальных бесконечно больших и бесконечно малых постоянных величинах.

В то же время нестандартный анализ способен изучать свойства актуально бесконечных объектов, предлагая новые методы моделирования, недоступные обычной математике. Можно сказать, что нестандартный анализ изучает ровно те же математические объекты, что и вся математика в целом. Однако в каждом объекте он видит дополнительную внутреннюю структуру, которая обычной математикой полностью игнорируется. Иногда метод нестандартного анализа сравнивают с цветным телевидением. Черно-белый телевизор способен видеть те же объекты, что и цветной, но не в состоянии различить богатство расцветок составляющих их элементов. Эта аналогия наглядно иллюстрирует то принципиальное обстоятельство, что роль нестандартного анализа существенно шире, нежели предоставление дополнительных средств для упрощения аппарата обычной математики. Нестандартный анализ открывает нам богатую внутреннюю структуру классических математических объектов, наполненных как доступными, так и только воображаемыми элементами.

Теперешние физические взгляды имеют мало общего с атомизмом древних. Мы воспринимаем законы микромира в рамках квантовой механики и принципа неопределённости, чуждых аристотелевой логике. Вездесущим стал процесс дискретизации и конструктивизации прикладной математики, связанный с ведущей ролью технологий, основанных на бинарных физических устройствах.

Математика обязана постоянно приспосабливать себя к общим парадигмам науки. Робинсонов нестандартный анализ завершает догматический этап развития идей древнего математического атомизма подобно тому, как воображаемая геометрия Лобачевского завершила догматический этап развития евклидовой геометрии.

Человечество никогда не расстаётся со своими интеллектуальными сокровищами. Поэтому нестандартный анализ в той или иной форме будет «анализом будущего», как предсказывал Гёдель. Тем не менее нет оснований считать, что исчисление Ньютона и Лейбница будет играть ключевую роль в формировании мировоззрения будущих поколений.

Слабая востребованность современного инфинитезимального анализа связана не только с нехваткой новых учебников и консерватизмом и невежеством преподавателей. Короче говоря, проблема здесь в статусе классического исчисления, а не в современных подходах нестандартной теории множеств.

Главная причина стагнации обучения — уменьшение живучести того, чему учат.

23 мая 2009 г.

Глава 54

Что такое булевозначный анализ?

Аннотация доклада на семинаре И. А. Тайманова по геометрии, топологии и их приложениям 25 сентября 2006 г.

Термин «булевозначный анализ» возник в пределах математической логики. В употребление его ввёл Такеути, выдающийся специалист в области теории доказательств. Такеути определил в [1] булевозначный анализ как приложение к анализу булевозначных моделей теории множеств, построенных Скоттом и Соловеем. Аналогичные модели в те же времена предложил Вопенка. Тем самым вопрос, вынесенный в заголовок, получает некоторый ответ в нулевом приближении. Однако заканчивать на этом было бы рано. Уместно обсудить более подробно следующие три вопроса.

Зачем вообще нужно знать про булевозначный анализ?

В науке мы нередко руководствуемся любопытством, а ещё чаще занимаемся тем, что получается. Однако ценим мы в науке то, что делает нас умнее. Булевозначный анализ обладает такой ценностью, раздвигая пределы наших знаний и снимая шоры категоричности с глаз совершенного математика — математика par excellence. Главная цель дальнейшего изложения — обосновать этот тезис.

Для чего это знать работающему математику?

Часть ответа уже дана — чтобы стать умнее. Есть и другое, не менее важное обстоятельство. Булевозначный анализ не только связан со многими топологическими и геометрическими идеями, но и предоставляет технологию расширения содержания уже доказанных теорем. Каждая теорема, доказанная классическими средствами, обладает новым неочевидным содержанием, относящимся к «переменным» множествам. Точнее говоря, любая доказанная теорема порождает новое семейство теорем, занумерованное всевозможными полными булевыми алгебрами или, что то же самое, негомеоморфными стоуновыми пространствами.

Что дают булевозначные модели теории множеств?

Ответу на этот вопрос будут посвящены как содержательная, так и техническая части доклада. В центре внимания будут общие методы, не зависящие от тонких внутренних свойств исходной полной булевой алгебры. Эти приёмы просты, наглядны и удобны в обращении, а потому могут пригодиться любому работающему математику.

Скотт предвидел роль булевозначных моделей в математике ещё в 1969 г. [2]:

> Следует спросить — интересны ли нестандартные модели помимо доказательства независимости? Иначе говоря, представляют ли они хоть какой-либо математический интерес? Ответ обязан быть утвердительным, хотя пока мы не можем привести в пользу этого по-настоящему хорошие аргументы.

Сегодня нам такие впечатляющие аргументы известны[1]. Следует помнить при этом, что булевозначные модели теории множеств были

[1]Из письма Д. Скотта от 29 апреля 2009 г.: «В то время я был расстроен, что никто не обратил внимания на моё предложение. И я потом был весьма

придуманы ради того, чтобы упростить изложение метода форсинга Коэна [4].

Математика немыслима без доказательств. Nullius in Verba. Нереально стать умнее без собственных усилий. Поэтому часть времени будет отведена схеме доказательства независимости отрицания гипотезы континуума от аксиом теории множеств Цермело — Френкеля (с выбором) ZFC. Именно за этот результат, закрывший первую проблему Гильберта[2], в 1966 г. Коэну была присуждена Филдсовская медаль.

Технология

Математика XX века дала немало примеров достижений, полученных за счет социализации объектов и проблем, т. е. включения их в класс себе подобных[3]. Булевозначные модели получают естественный статут в рамках теории категорий. Идея переменного множества стала основой категорного анализа логики, осуществляемого в рамках современной теории топосов.

Свойства булевозначных моделей отражают новую научную концепцию, которую можно назвать *заочным* или *дистанционным моделированием.* Поясним её сравнением с традиционными подходами.

Сталкиваясь с двумя классическими моделями одной теории, мы пытаемся установить взаимно однозначное соответствие между универсумами этих моделей. Если такую биекцию удаётся подобрать, переводя предикаты и операции одной модели в их аналоги в другой, то мы говорим об изоморфности моделей. Таким образом, описанное представление об изоморфизме подразумевает явное сопоставление

изумлен, увидев много позже работы Такеути и его сотрудников. Думаю, дело в том, что для того, чтобы понять эти модели, люди должны иметь подготовку по функциональному анализу. Полагаю, что это также видно из Вашей книги и приведённых в ней ссылок. К сожалению, у меня не было учеников или коллег с подобной подготовкой и поэтому у меня не было возможности добиться здесь продвижения». (См. [3].)

[2]Гильберт [5] считал правдоподобным, что «с точностью до эквивалентности, таким образом, есть только две совокупности чисел — счётная совокупность и континуум».

[3]Гильберт сказал в своем докладе [5]: «Если нам не удаётся найти решение математической проблемы, то часто причина этого заключается в том, что мы не овладели еще достаточно общей точкой зрения, с которой рассматриваемая проблема представляется лишь отдельным звеном в цепи родственных проблем».

моделей — предъявление биекции универсумов. Новизна дистанционного моделирования связана с отказом от отождествления предметных областей и с допуском ранее неизвестных процедур верификации утверждений.

Загадки континуума

Булевозначные модели были предложены для работы в основаниях математики. Многие тонкие свойства объектов внутри булевозначной модели существенно зависят от строения используемой булевой алгебры. Возникающее разнообразие возможностей и огромный багаж сведений о булевых алгебрах сделали булевозначные модели одним из самых мощных инструментов современных исследований в основаниях математики.

Работающий математик крайне редко ощущает зависимость от оснований. Между тем зависимость ядра математики от оснований исключительно существенна.

Булевозначный анализ обязан своим происхождением прекрасным результатам Гёделя и Коэна, продемонстрировавшим нам независимость гипотезы континуума от остальных аксиом теории ZFC. Вполне уместно обсудить связанные с этим вопросы.

Понятие континуума относится к числу важнейших в общенаучном инструментарии. Математические воззрения на континуум родственны физическим представлениям о времени и связанных с ним переменах. Достаточно сослаться на великих Ньютона и Лейбница, по-разному воспринимавших континуум. Плавное течение, образ прибывающих и убывающих текучих аргументов, непрерывно порождающих изменения зависящих от них переменных величин, лежат в основе мировоззрения Ньютона и его метода первых и последних отношений. Принципиальное затруднение представлений Ньютона связано с невозможностью вообразить непосредственно предшествующий момент времени, ближайшую к данной, соседнюю точку числового континуума. Для Лейбница переменная величина кусочно постоянна в бесконечно малом с точностью до недоступных ощущению величин высших порядков. Континуум для него распадается в набор непересекающихся монад, совершенно особых идеальных сущностей.

Воззрения Ньютона и Лейбница суммируют идеи, восходящие к глубокой древности. Математики Древней Эллады различали точки и монады, эксплицируя двойственную природу геометрических и числовых объектов математики. От пращуров сквозь века пришла к нам тайна устройства континуума.

Теоретико-множественная установка обнаружила новую загадку континуума. Кантор установил неравномощность натурального ряда и простейшего математического континуума — числовой прямой. Немедленно возникла проблема континуума — задача о нахождении мощностей промежуточных множеств. Гипотеза континуума состоит в том, что никаких новых мощностей промежуточные подмножества не имеют.

Проблема континуума стояла первой в уже цитированном докладе Гильберта [5]. Убеждённый anti-ignorabimus, Гильберт всегда склонялся к справедливости гипотезы континуума. Любопытно, что одна из его самых ярких и красивых статей [6], датированная 1925 г. и содержащая знаменитую фразу о канторовом рае, посвящена на самом деле ошибочному доказательству гипотезы континуума.

Логика и свобода

Логика Аристотеля, апории Зенона, бритва Вильяма из Оккама, осел Буридана, Calculemus Лейбница и алгебры Буля — выдающиеся достижения человеческого гения, осветившие дорогу к новому этапу логических исследований. Фреге обессмертил своё имя, создав исчисление предикатов — основу современной математической логики.

XX век отмечен стремительным проникновением идей математической логики во многие разделы науки и техники. Логика не только организует и упорядочивает мышление, но и освобождает нас от догматизма при выборе объектов и методов математического анализа. Логика наших дней — важнейший инструмент и институт математической свободы. Булевозначный анализ служит тому блестящим подтверждением.

Возвращаясь к исходному определению булевозначного анализа, данному Такеути, мы должны констатировать его чрезмерную широту. Булевозначная модель, основанная на дилемме «истина» или «ложь», неявно используется подавляющим большинством математиков. Наши беседы на семинарах не заслуживают квалификации произведений прозы. По аналогии, вряд ли стоит говорить, что Эйлер, Коши и Абель занимались булевозначным анализом.

Булевозначный анализ — это специальная математическая техника, основанная на оценке истинности с помощью нетривиальной булевой алгебры. С теоретико-категорной точки зрения булевозначный анализ — теория булевых топосов. С топологической точки зрения — теория непрерывных поливерсумов на стоуновых пространствах.

Мах учил нас экономии мышления. Возможно, следует применить его принцип и сократить громоздкий термин «булевозначный анализ». Математизация законов мышления восходит к Булю [7] и достойна лапидарного титула «булев анализ».

Литература

[1] Takeuti G., Two applications of logic to mathematics. Tokyo–Princeton: Iwanami Publ. and Princeton University Press (1978).

[2] Scott D., Boolean Models and Nonstandard Analysis, В кн.: Luxemburg W. A. J. (ed.), Applications of model theory to algebra, analysis, and probability. New York etc.: Holt, Rinehart, and Winston (1969), 87–92.

[3] Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С., Введение в булевозначный анализ. М.: Наука (2005).

[4] Коэн П. Дж., Теория множеств и континуум-гипотеза. М.: Мир (1968).

[5] Гильберт Д., Математические проблемы. Доклад, прочитанный 8 августа 1900 г. В кн.: Проблемы Гильберта. М.: Наука (1969), 12–64.

[6] Hilbert D., On the infinite. In: From Frege to Gödel 1879–1931: A source book in the history of science. Cambridge: Harvard University Press (1967), 367–392.

[7] Boole G., Selected manuscripts on logic and its philosophy. Basel: Birkhäuser-Verlag (1997) (Science Networks. Historical Studies; 20).

25 сентября 2006 г.

Глава 55

Решена ли задача Дидоны?

Сибирский мат. журн., Т. 50, № 5, 1123–1135 (2009).

Если подходить к вопросу утилитарно, то ответ, конечно, утвердительный. Нет никаких свидетельств того, что Дидона испытывала затруднения, проявляла нерешительность и затягивала выбор участка[1]. Дидона столкнулась с конкретной управленческой проблемой и успешно с ней справилась, по свидетельству Виргилия. Решение было принято и Карфаген построен. В этом нет никаких сомнений.

С Дидоной связывают изучение изопериметрических задач геометрии, приведшее впоследствии к вариационному исчислению и

[1] В первой главе «Энеиды» Вергилий приводит рассказ о бегстве Дидоны от её вероломного брата. Дидона должна была принять решение о выборе земельного участка для строительства будущего Карфагена, подчиняясь известному ограничению: «сколько можно одною шкурой быка охватить (потому и название Бирса)». Согласно легенде финикийцы разрезали шкуру на ремни и охватили обширный участок. Теперь принято считать, что дело было сведено к изопериметрической задаче — поиску фигуры наибольшей площади при условии, что она ограничена кривой, имеющей наперёд заданную длину. Не исключено, что Дидона и её подданные решали практические варианты этой задачи, когда крепость строилась на побережье и часть границы в каком-то виде была предписана. Основание Карфагена принято относить к IX веку до нашей эры, когда евклидовой геометрии не было и в помине, составление земельного кадастра было уделом гарпедонаптов, а обмер участков использовался для принятия управленческих решений.

современным концепциям оптимального управления и теории экстремальных задач. Людям свойственно преувеличивать собственные умения и достижения. Сложилось довольно стойкое убеждение, что задача Дидоны — исторический анекдот, а не проблема современной науки. В реальности дело обстоит совсем иначе. Гипотеза о том, что у математики есть метод решения задачи Дидоны, с теоретической точки зрения критики не выдерживает.

Математика имеет дело с абстрактными объектами. Применения математики к практическим задачам основаны на выборе моделей, адекватных реальным ситуациям. Есть разница между решением частной задачи и наличием метода решения. От нахождения касательной к параболе в начале координат до дифференциального исчисления лежит огромная дистанция. Понимание существа дела требует не ограничиваться частностями, игнорировать случайные черты и искать общие закономерности, не исключая ни стохастичность, ни многозначность решений.

Возвращаясь к Дидоне, допустим, что она знала изопериметрическое свойство круга и была знакома с принципами симметризации, детально разработанными в XIX веке. Хватило бы Дидоне этих знаний для выбора участка? Конечно, нет. В реальной ситуации береговая линия участка земли может иметь очень сложную форму. Снимки побережий принято приводить как наиболее наглядные примеры фрактальности. С теоретической точки зрения свободная граница в плоской задаче Дидоны может быть неспрямляемой, а самое понятие площади, как величины, подлежащей оптимизации, в таком случае далеко неоднозначно. С практической точки зрения ситуация, в которой Дидона должна была принять решение, также была не столь примитивной, как представляется на первый взгляд. При выборе участка Дидона не имела права выходить за пределы территории, контролируемой местным правителем. Ей следовало осуществить выбор участка так, чтобы охватить лагеря своих спутников и учесть различные фортификационные соображения. Понятно, такая общность недоступна в математической модели, известной нам как классическая изопериметрическая задача.

Задача Дидоны, вдохновлявшая наших предков, остаётся таким же интеллектуальным вызовом, как кантовские звёздное небо и моральный закон.

29 января 2009 г.

Глава 56

О парадоксе Банаха — Тарского

Парадокс Банаха — Тарского невозможен в размерности два. Тем самым он демонстрирует просто ограниченность и несовместность различных форм человеческого мышления.

Математика говорит о формах мышления, в то время как физика пытается говорить о реальности. Однако ни о чём невозможно говорить иначе, чем в словах, представляющих собой записи и акты мышления. Ясно, что Вселенная останется существовать и без человека, в то время как математика без человека исчезнет. Однако та же судьба уготована и физике, что показывает её общую природу с математикой. Физика и математика принадлежат человечеству, причём и та и другая оперируют преимущественно представлениями о мире, а не миром непосредственно.

Homo sapiens — часть реальности вместе со своим мозгом и мышлением. Ни наука ни математика невозможны без людей. Поэтому вся возня вокруг якобы существующей пропасти между наукой и математикой безосновательна. Несовместность идей можно воспринимать как приобретение, а не потерю человека.

Представляется, что ничего парадоксального в парадоксе Банаха — Тарского вовсе нет. Это просто ещё одно доказательство гибкости и предприимчивости человеческого сознания.

25 сентября 2009 г.

Глава 57

Памятка рецензенту

- Рецензент выполняет просьбу редколлегии оценить содержание статьи. Он высказывает свои суждения о конкретном сочинении, а не об авторе, его способностях, судьбе и будущем.

- Рецензент не обязан проверять достоверность содержания статьи, но должен явно формулировать любые свои сомнения в достоверности содержания. Все сомнения рецензент и редколлегия толкуют в пользу науки, а не автора.

- Рецензент по возможности воздерживается от оценивания статей своих учителей и учеников, друзей и врагов.

- Рецензент — прокурор науки, а не адвокат и не палач автора.

- Рецензент защищает науку от шума, а не автора от редколлегии.

- Опубликовать можно любую статью. Рецензент сообщает, нужно ли это делать.

- Рецензия — не место для нравоучений и самолюбования.

- Анонимность рецензирования — совместная обязанность рецензента и редколлегии. Редколлегия сохраняет тайну рецензирования, а рецензент не может раскрывать себя автору без формального согласия редколлегии.

- Статью в журнал пишут не для авторов, а для читателей. Содержание опубликованной статьи — вклад в науку. Его не изъять обратно. Худо, если вклад публикации нулевой, отвратительно — если отрицательный.

- Цель научной публикации — обогащение науки, то есть экономия мышления других людей.

- В науке действует презумпция сомнения. Обязанность доказывать доброкачественность статьи лежит на авторе. Публикация недостоверных сведений порочит не только автора, но всё научное сообщество и замусоривает науку.

- Хороший результат достоин лапидарного изложения. Многословие — признак лености, если не глупости.

- Хороший результат никогда не пропадёт для науки. Такой результат можно объяснить первому встречному.

- Не всякий трудный или кропотливый результат хорош. Новизна результата и труд, вложенный автором в работу, недостаточны для её опубликования. Общеизвестность и тривиальность результатов для специалистов более чем достаточны для отклонения статьи.

- Ключевые формальные элементы статьи — заглавие, аннотация, введение, заключение и список литературы. Если форма и стиль ужасны, статью следует отклонить.

- Не всякое научное по форме исследование таковым является. Статьи с невнятным замыслом или преследующие сомнительные цели следует отклонять.

- Не только ужасный стиль статьи достаточен для её отклонения. Любое плохо позиционированное сочинение отталкивает от сколь угодно прогрессивных и нужных идей. Читателя дезориентируют и обманчивое название, и неточные перспективы, и чрезмерные детали, интересные лишь для автора.

- В науке действует императив объективности. Субъективизм неизбежен в любых оценочных суждениях. Рецензия может быть субъективна. Статья — нет.

- Методологические, полемические или дискуссионные статьи печатают либо в журналах, специализирующихся в этих жанрах, либо по особому решению редколлегии.

- Если рядовую работу в естественно-научном журнале рецензент квалифицирует для себя как явно методологическую, дискуссионную или полемическую, он должен немедленно указать на это обстоятельство, воздержаться от дальнейшего высказывания своего суждения по существу статьи и вернуть статью в редакцию. Подобного рода материалы, как правило, оцениваются одинаково и рецензентами и редколлегиями, достойными друг друга.

- Если всё необходимое для полного понимания статьи содержится в ней самой, статью необходимо отклонить.

- Список литературы к статье обязан правильно позиционировать статью по отношению к накопленным знаниям в пространстве-времени научной информации.

- Полураспад — срок, в течение которого уполовинивается число ссылок на опубликованную работу. Период полураспада математических работ по данным наукометрии около десяти лет. Если все ссылки в списке литературы имеют глубину, большую стандартного полураспада работ[1] в данной области знаний, статью следует отклонить.

- Если рецензент понял, что стал первым читателем статьи, он её отклоняет, ибо автор сам не счел свою работу достойной прочтения.

- Не следует предлагать улучшения к статье, опубликование которой по мнению рецензента нецелесообразно.

- Рецензирование — долг научного служения. Наука служит истине, а не справедливости.

6 октября 2007 г.

---

[1]Текущий период полураспада для журнала — медиана возраста статей этого журнала, цитированных в данном году. Например, по данным Института научной информации корпорации Томпсон Рейтерс для Сибирского математического журнала значение этого показателя в 2007 г. больше десяти, т. е. половина статей журнала, цитированных в 2007 г., была опубликована ранее 1998 г.

Глава 58

Как работать над переводом?

Частично опубликовано: «Наука в Сибири», № 24, июль 1992 г., с. 4.

Если отвечать коротко, то «По принципу FTF», т. е. “First Things First.” Подробнее говоря, процесс Вашего перевода можно условно разделить на три последовательных этапа:

I. Russian → Anglo-Russian Pidgin;
II. Anglo-Russian Pidgin → English;
III. English → Good English.

Первый этап — это черновой подстрочный перевод с русского на «квазианглийский», точнее, на тот «англо-русский» язык, с образцами которого Вы наверняка многократно встречались[1].

В соответствии с принципом FTF на этом этапе для Вас первостепенным является русский элемент — содержание переводимого материала. Отсюда следует, что Вы должны уделить максимум внимания значимым научным аспектам: подбору точной современной терминологии, сохранению доказательной логической структуры исходного текста в переводе и т. п. Столь же очевидно, что Вы обязаны

[1]Научными разновидностями Anglo-Russian Pidgin являются, разумеется, Mathidgin, Physidgin, Chemidgin, Economidgin, etc., составляющие Scienidgin, т. е. Scientific Pidgin.

обеспечивать адекватность русскому тексту, достаточно точно подбирать английские эквиваленты слов, конструкций и т. п. Короче, Ваш перевод должен соответствовать термину «подстрочный»[2].

На этом же этапе Вам следует проверить и восстановить оригиналы всех цитируемых в переводе английских материалов (циклический перевод, English → Russian → English, как правило, искажает первоисточник).

Тут же Вам необходимо проверить написание собственных имён: географических названий, наименований периодических изданий и особенно фамилий. Помните об однофамильцах и созвучии слов. Нельзя забывать, что произношение чужих фамилий — дело чрезвычайно деликатное и тонкое. Скажем, Лейбниц по-английски пишется Leibniz и часто звучит как «лайпнитс».

На первом этапе Вам полезно воздержаться от перевода предисловия и заголовка, так как очень часто эти элементы вызывают значительные трудности. Обязательно проверьте написание слов с помощью доступных Вам средств (компьютерного сервиса или словаря). Работая над подстрочником, игнорируйте (авторские и собственные) стилистические корявости и грамматические неясности. Опыт показывает, что борьба за лингвистически высокое качество перевода на этом этапе отнимает массу времени и сил, не приводя, однако, к желаемым результатам.

В случае, когда Вы переводите чужой материал и имеете возможность общаться с автором, обязательно покажите ему Ваш перевод на Anglo-Russian Pidgin. Автор поможет Вам с терминологией, фамилиями, цитатами и т. п. Если же он (даже с ухмылкой) укажет на грамматические дефекты (даже очевидные для Вас), не расстраивайтесь. Автору приятно, а Вам не обидно, так как на первом этапе никаких специальных лингвистических целей Вы перед собой не ставите.

Второй этап — переход от Anglo-Russian Pidgin к нормальному английскому языку. По принципу FTF именно English теперь является предметом первостепенного внимания. Забудьте русский оригинал. Если Вы причёсываете чужой англо-русский подстрочник, не глядите в приложенный первоисточник.

Ваша задача на текущем этапе — совершенствовать языковую

[2]«Подстрочный перевод никогда не может быть верен». А. С. Пушкин, О Мильтоне и Шатобриановом переводе «Потерянного рая». Полное собрание сочинений. Т. 12. М.: Изд-во АН СССР (1949).

форму, а не самоё научное сообщение. Мы уже обсуждали с Вами три составные части и три источника обычных ошибок эпизодических переводов — в расстановке определителей, в выборе глагольных управлений и в построении сложных предложений. Названные элементы стоит специально контролировать. Встречаются и непредсказуемые индивидуальные особенности незнакомых Вам переводчиков (например, странный словарный запас, любовь к языку комиксов, к четырёхбуквенным словам и т. п.).

Не бойтесь ошибок. Не ленитесь их находить, анализировать и, конечно же, исправлять[3].

Редактируя, тщательно выверяйте первые предложения — часто систематические ошибки проникают уже в них. Наконец, на этом этапе, скорректировав текст, в собственном переводе Вам следует заняться предисловием (введением) и заглавием.

Особое внимание заглавию — это визитная карточка Вашего перевода. Не случайно слово “title” означает и титул и заголовок. Любая самостоятельная часть сочинения хорошего стиля должна быть информативной и краткой. Разумеется, этот тезис относится и к заглавию. Есть разница между заголовками “On This and That,” “To This and That,” and “This and That.” Чаще всего для коротких статей более уместен последний вариант. В случае сочинений крупной формы смысловые различия заглавий “On the Theory of This and That,” “To the Theory of This and That,” and “The Theory of This and That” становятся совершенно очевидными и автору, и переводчику.

Выправленный после второго этапа перевод чужой работы также можно показать автору оригинала. Отнеситесь внимательно и спокойно к его правке. Не забывайте, что автор источника — Ваш союзник; он заинтересован в успехе перевода. Правда, автор не всегда эксперт по грамматике...

Третий этап отличается от второго тем, что из него полностью исключены контакты с автором и с исходным материалом. Текст, с которым продолжается работа, уже в принципе английский. Как и на втором этапе, здесь “English comes first.” Значит, в полном соответствии с FTF, важнейший для Вас элемент — по-прежнему английский язык. Обычно на третьем этапе Ваш текст попадает и к стороннему (часто «вышестоящему») редактору. Помните о профессиональном партнёрстве — редактор тоже Ваш союзник (между прочим,

[3]“He who never made a mistake never made a discovery.” (S. Smiles)

в отличие от автора, с редактором вполне уместно обсуждать грамматические проблемы). При самостоятельном редактировании текста с целью превратить Ваш English в Good English рассматривайте рукопись как независимое изначально написанное по-английски сочинение.

Книга братьев H. W. & F. G. Fowler *The King's English* начинается формулировкой важнейших принципов, которых Вам имеет смысл придерживаться:

> Any one who wishes to become a good writer should endeavour, before he allows himself to be tempted by the more showy qualities, to be direct, simple, brief, vigorous, and lucid.
>
> This general principle may be translated into practical rules in the domain of vocabulary as follows:—
>
> Prefer the familiar word to the far-fetched.
> Prefer the concrete to the abstract.
> Prefer the single word to the circumlocution.
> Prefer the short word to the long.
> Prefer the Saxon word to the Romance.

Важно помнить, что "Good English does consist in the main of short words" (Генри Фаулер). Как отмечал Уинстон Черчилль: "Short words are best and the old words when short are best of all."

Хорошо написанный текст на любом языке просто узнать (носителю этого языка) — его читать легко и приятно. В грамотной и тщательно написанной — узуальной — работе Вы с удовольствием отметите точную расстановку предлогов, идиоматичность оборотов, Вам доставит радость понимание причин, по которым выбраны та или иная конструкция, дополнение или управление. *Руководствуйтесь строгим вкусом и здравым смыслом* — они приведут к искомому результату. Главная сложность третьего этапа в том, что его не хочется заканчивать (и в самом деле, улучшать можно практически любой научный текст — этим наука отличается от беллетристики). Не забывайте, что необходимым элементом каждого перевода является его конец.

1 июля 1992 г. — 25 февраля 2009 г.

Глава 59

Три неизбежные задачи

Владикавказский мат. журн., Т. 8, № 1, 41–52 (2006).

Введение

Десять лет назад в этой же 417 аудитории Института математики, основанного Сергеем Львовичем Соболевым и носящего сейчас его имя, мне довелось сделать доклад о трёх задачах из анализа и геометрии. Примерно о том же круге идей пойдет речь и сейчас.

Задачи, которые я намерен обсудить, таковы:

1. *Внутренняя изопериметрическая задача*, состоящая в поиске фигуры наибольшего объёма среди тел, имеющих фиксированную площадь поверхности и ограниченных наперёд заданным множеством.

2. *Задача наилучшего приближения в смысле Парето*, например, поиск эффективной кривой, соединяющей полиномы Чебышёва первого и второго рода.

3. *«Нестандартное» расширение теории категорий*, в частности, теоретико-топосное определение робинсоновской стандартизации.

Цель сообщения — указать неизбежность этих задач. Степень проработанности обсуждаемых тем и проблем весьма различна. Первая задача стала предметом моих исследований в 1968 г. и к ней я время от времени возвращаюсь. Вторая возникла в середине семидесятых годов, но никогда публично мною не формулировалась и серьёзные результаты в этом направлении практически отсутствуют.

Третья задача совсем свежая — она была сформулирована в беседе с А. Г. Кусраевым третьего дня — 2 октября 2005 г.

Прежде чем перейти к более детальному обсуждению указанной проблематики, хочу поделиться с аудиторией мыслями о природе выбора направления исследования, которые приняли для меня отчётливую форму в процессе подготовки к этому сообщению.

Человеку даётся совсем немного юбилейных докладов. Событие сегодняшнее редкое и предполагает особую снисходительность аудитории. Снисходительность — мать посредственности. Свежий продукт, произведённый посредственностью, называется банальностью. Со временем в банальности превращаются самые гениальные достижения, совершенные теории и принципиальные задачи. Ясно, что при жизни каждому учёному от производства банальностей следует по возможности воздерживаться.

Основополагающий принцип науки — свобода выбора. Поэтому важно разобраться в том, какие задачи и теории мы выбираем, чтобы избежать банальности.

В науке мы ценим то, что делает нас умнее. Понятийный аппарат хорошей теории расширяет наши возможности при решении конкретных задач. Ценна та задача, чьё решение открывает путь к новым плодотворным понятиям и методам. Важнейшим признаком хорошей задачи или теории является её неизбежность.

Науку двигают вперёд неизбежные теории и неизбежные задачи. Решение неизбежной задачи — оселок для хорошей теории. Хорошие задачи помогают развивать хорошие теории. Как правило, решение неизбежных задач требует нового понятийного аппарата, переосмысления теоретического инструментария.

Не следует сужать и утилизировать понятие задачи. Наука стремится сделать сложное простым. Стало быть, всегда актуальны пересмотр и инвентаризация имеющихся теорий, их упрощение, обобщение и унификация. Успех новой теории — это признак её неизбежности. Мне кажется, что свобода в науке — это осознание неизбежности, вакцина от банальности.

Внутренняя изопериметрическая задача

Как известно, классическая *двойственность Минковского* состоит в отождествлении выпуклого компактного подмножества $\mathfrak{x}$ пространства $\mathbb{R}^N$ и его опорной функции $\mathfrak{x}(z) := \sup\{(x, z) : x \in \mathfrak{x}\}$ для $z \in \mathbb{R}^N$. Рассматривая элементы $\mathbb{R}^N$ как одноточечные фигуры, считают, что $\mathbb{R}^N$ включено в совокупность всех выпуклых компактов $\mathscr{V}_N$ пространства $\mathbb{R}^N$.

Двойственность Минковского индуцирует в $\mathscr{V}_N$ структуру конуса в пространства $C(S_{N-1})$ непрерывных функций на единичной евклидовой сфере S_{N-1} — границе шара $\mathfrak{z}_N$. Эту параметризацию называют *структурой Минковского.* Сложению опорных функций при этом соответствует переход к их алгебраической сумме, называемой *суммой Минковского.* Полезно отметить, что *линейная оболочка* $[\mathscr{V}_N]$ конуса $\mathscr{V}_N$ плотна в $C(S_{N-1})$.

Все эти обстоятельства были отмечены в классических работах А. Д. Александрова [1] по теории смешанных объёмов, который широко использовал в своих геометрических сочинениях идеи и аппарат функционального анализа. Впоследствии погружением классов выпуклых фигур в функциональные пространства занимались многие авторы, в частности, Л. Хёрмандер и А. Г. Пинскер.

Класс эквивалентных с точностью до переноса выпуклых поверхностей $\{z + \mathfrak{x} : z \in \mathbb{R}^N\}$ отождествляют с соответствующей мерой на сфере — с *поверхностной функцией* этого класса $\mu(\mathfrak{x})$. Корректность такой параметризации определена классической теоремой Александрова о возможности восстановления выпуклой поверхности по заданной поверхностной функции. Поверхностная функция представляет собой *александровскую меру.* Так называют положительную меру на сфере, не сосредоточенную ни в одном сечении сферы гиперподпространством и аннулирующую точки. Александровская мера является инвариантным относительно сдвигов функционалом на конусе $\mathscr{V}_N$. В контексте теории выпуклых тел последнее свойство меры называют инвариантностью относительно сдвигов. Конус положительных инвариантных относительно сдвигов мер в сопряженном пространстве $C'(S_{N-1})$ обозначают через $\mathscr{A}_N$. Уточним некоторые из используемых понятий.

Пусть $\mathscr{V}_N$ — множество выпуклых компактов в $\mathbb{R}^N$. Для $\mathfrak{x}, \mathfrak{y} \in \mathscr{V}_N$ символическая запись $\mathfrak{x} =_{\mathbb{R}^N} \mathfrak{y}$ означает совпадение $\mathfrak{x}$ и $\mathfrak{y}$ с точностью до параллельного переноса. Можно сказать, что $=_{\mathbb{R}^N}$ — отношение эквивалентности, связанное с предпорядком $\geq_{\mathbb{R}^N}$ в $\mathscr{V}_N$, выражающим вместимость одной фигуры в другую при помощи параллельного переноса. Рассмотрим фактор-множество $\mathscr{V}_N/\mathbb{R}^N$, составленное из классов транслятов элементов $\mathscr{V}_N$. Ясно, что $\mathscr{V}_N/\mathbb{R}^N$ — конус в фактор-пространстве $[\mathscr{V}_N]/\mathbb{R}^N$ векторного пространства $[\mathscr{V}_N]$ по подпространству $\mathbb{R}^N$.

Между $\mathscr{V}_N/\mathbb{R}^N$ и $\mathscr{A}_N$ существует естественная биекция. Класс точек отождествляется с нулевой мерой. Классу, содержащему отрезок с концами x и y, сопоставляется мера

$$|x-y|(\varepsilon_{(x-y)/|x-y|}+\varepsilon_{(y-x)/|x-y|}),$$

где $|\cdot|$ — евклидова длина, и для $z \in S_{N-1}$ символ ε_z обозначает *меру Дирака*, сосредоточенную в точке z. Если размерность аффинной оболочки $\mathrm{Aff}(\mathfrak{x})$ представителя $\mathfrak{x}$ класса поверхностей из $\mathscr{V}_N/\mathbb{R}^N$ больше единицы, то считаем, что $\mathrm{Aff}(\mathfrak{x})$ — подпространство $\mathbb{R}^N$ и класс отождествляем с поверхностной функцией $\mathfrak{x}$ в $\mathrm{Aff}(\mathfrak{x})$, являющейся в данном случае некоторой мерой на $S_{N-1} \cap \mathrm{Aff}(\mathfrak{x})$. Продолжая эту меру тривиальным способом до меры на S_{N-1}, получаем элемент из $\mathscr{A}_N$, отвечающий классу, порождённому $\mathfrak{x}$. Биективность этого соответствия легко вытекает из теоремы Александрова. В деталях такую конструкцию описал В. Файри [2].

Структура векторного пространства в множестве регулярных борелевских мер индуцирует в $\mathscr{A}_N$ и, следовательно, в $\mathscr{V}_N/\mathbb{R}^N$ структуру конуса, точнее, структуру $\mathbb{R}_+$-операторной коммутативной полугруппы с сокращением. Эту структуру в $\mathscr{V}_N/\mathbb{R}^N$ и называют *структурой Бляшке.* Подчеркнём, что сумма поверхностных функций $\mathfrak{x}$ и $\mathfrak{y}$ порождает единственный класс $\mathfrak{x}\#\mathfrak{y}$, называемый *суммой Бляшке* $\mathfrak{x}$ и $\mathfrak{y}$.

Обозначим через $C(S_{N-1})/\mathbb{R}^N$ фактор-пространство $C(S_{N-1})$ по подпространству следов линейных функций на S_{N-1}. Обозначим через $[\mathscr{A}_N]$ пространство $\mathscr{A}_N-\mathscr{A}_N$ инвариантных относительно сдвигов мер. Легко видеть, что $[\mathscr{A}_N]$ представляет собой также и линейную оболочку множества александровских мер.

Пространства $C(S_{N-1})/\mathbb{R}^N$ и $[\mathscr{A}_N]$ приведены в двойственность канонической билинейной формой

$$\langle f,\mu\rangle = \frac{1}{N}\int\limits_{S_{N-1}} f\,d\mu \quad (f \in C(S_{N-1})/\mathbb{R}^N, \mu \in [\mathscr{A}_N]).$$

Для $\mathfrak{x} \in \mathscr{V}_N/\mathbb{R}^N$ и $\mathfrak{y} \in \mathscr{A}_N$ величина $\langle \mathfrak{y},\mathfrak{x}\rangle$ совпадает со *смешанным объёмом* $V_1(\mathfrak{x},\mathfrak{y})$. В частности, если $\mathfrak{z}_N$ — *единичный евклидов шар* в $\mathbb{R}^N$, то $V_1(\mathfrak{z}_N,\mathfrak{x})$ — *площадь поверхности* $\mathfrak{x}$. При этом $V_1(\mathfrak{x},\mathfrak{x})$ —

объём $\mathfrak{x}$. Пространство $[\mathscr{A}_N]$ принято рассматривать со слабой топологией, порождённой указанной двойственностью с $C(S_{N-1})/\mathbb{R}^N$.

Значение приведённых конструкций выходит за пределы нового определения суммы выпуклых поверхностей. Наличие двойственной пары нерефлексивных банаховых пространств сочетается с теоремой Александрова, устанавливающей необычный содержательный изоморфизм между упорядочивающими конусами в этих пространствах. Названные обстоятельства для функционального анализа совершенно исключительны и открывают дополнительные возможности для применения абстрактных методов. Рассматривая выпуклые поверхности с данным носителем поверхностных функций, мы видим, что это конус в структуре Бляшке. Для конечно-точечного носителя речь идёт о классе многогранников с заданными направлениями внешних нормалей к граням. В геометрии хорошо известна изопериметрическая задача в этом классе, приводящая к экстремальному свойству многогранника, описанного вокруг шара.

Одной из наиболее трудных и до сих пор нерешённых задач теории выпуклых поверхностей является *внутренняя изопериметрическая задача*, состоящая в поиске выпуклой фигуры, лежащей в данной области и имеющей максимальный объём при заданной площади поверхности. С функционально-аналитической точки зрения сложность этой задачи в том, что совокупность выпуклых поверхностей, лежащих в данном выпуклом множестве, выпукла относительно сложения Минковского, в то время как площадь поверхности линейна относительно сложения Бляшке.

В случае плоскости ситуация упрощается, так как суммы Минковского и Бляшке фактически совпадают (в классе транслятов). К плоскому случаю можно свести и ситуацию, в которой ограничивающая фигура — тело вращения.

Допустимое тело $\bar{\mathfrak{x}}$ *является решением плоской внутренней изопериметрической задачи в том и только в том случае, если найдутся фигура* $\mathfrak{x} \in \mathscr{V}_2$ *и число* $\bar{\alpha} \in \mathbb{R}_+$ *такие, что*

(1) $\bar{\mathfrak{x}} =_{\mathbb{R}^2} \mathfrak{x} + \alpha\mathfrak{z}_2$;

(2) $\bar{\mathfrak{x}}(z) = \mathfrak{x}_0(z)$ *для всех* z *из* $\operatorname{spt}(\mathfrak{x})$.

Через $\operatorname{spt}(\mathfrak{x})$ обозначен *носитель фигуры* $\mathfrak{x}$, т. е. носитель меры $\mu(\mathfrak{x})$ — поверхностной функции $\mathfrak{x}$.

О результатах такого сорта см. [3, 4]. Наиболее наглядное и значительное продвижение здесь было достигнуто при изучении обобщений задачи П. С. Урысона, состоящей в максимизации объёма поверхности при заданном интеграле её ширины. По классическому результату, опубликованному П. С. Урысоном в год своей кончины [5], ответом будет шар, что следует из подходящих соображений симметрии. В 1970 годах качестве модели общих функционально-аналитических методов геометрии мною была поставлена и решена *внутренняя задача Урысона*: при заданном интеграле ширины найти выпуклую фигуру наибольшего объёма, лежащую внутри наперёд заданной (например, симплекса в $\mathbb{R}^N$). Принципиально новая сложность здесь в том, что никакие соображения симметрии в этой и аналогичных задачах не проходят. Подобные задачи следует решать в некотором обобщённом смысле — «по модулю» теоремы А. Д. Александрова о восстановлении поверхности по кривизне. Для задачи Урысона в многограннике ответом будет мера Лебега с добавлением точечных нагрузок в нормалях к граням исходного многогранника, т. е. соответствующая сумма Бляшке. Внутренняя изопериметрическая задача даже в тетраэдре в общие схемы не вполне укладывается.

В 1994 г. А. В. Погорелов [6] нашёл форму мыльного пузыря в трёхмерном симплексе. Решением оказалась обкатка шаром взвешенной суммы Бляшке единичного шара и симплекса, т. е. сумма Минковского шара и решения внутренней задачи Урысона в этом симплексе. Других значимых продвижений во внутренней изопериметрической задаче нет.

Неизбежность внутренней изопериметрической задачи и её аналогов представляется очевидной — у нас нет ни методов, ни терминов, достаточно удобных для описания решений. Требуется новый уровень понимания этого круга вопросов.

Задача наилучшего приближения в смысле Парето

Изопериметрические задачи пришли к нам из древних времен, когда геометрия была или считалась экспериментальной наукой. Данный нам мир обладает несомненным свойством единственности. Уникальность Вселенной воспринималась нашими предками как причина единственности её реальной геометрии. Именно это воззрение не в малой мере оправдывало многовековые попытки доказательства пятого постулата Евклида.

Не следует думать, что нынешняя математика полностью освободилась от экспериментальности. Дело не ограничивается тем, что многие доказательства мы до сих пор заканчиваем ссылкой на очевидность. Модную тему метафоры в математике [7, 8] здесь можно было бы при желании продолжить и развивать с достаточно полной убедительностью.

Живы и весьма популярны воззрения, отводящие математике роль аппаратной базы, инструментария естествознания. Подобные взгляды можно условно выразить девизом: «математика — это экспериментальная теоретическая физика». Не менее популярно и двойственное суждение: «теоретическая физика — это экспериментальная математика». Обсуждение возникающей дилеммы — увлекательное и благодатное занятие. Углубляться в эту тему сейчас нам не стоит. Я коснулся её лишь для того, что подчеркнуть связь математических идей и воззрений с естествознанием.

Стоит подчеркнуть, что до́гматы религии и положения теологии также не в малой мере отражены в истории математических теорий. Вариационное исчисление, возникшее во многом в связи с осмыслением принципов механики, в своей идейной основе имело религиозное представление об универсальной красоте и гармонии акта творения. Единственный бог и единственный мир появились в тезаурусе человечества задолго до теорем существования и единственности вариационного исчисления.

XX век отмечен важным поворотом в содержании математики. Математические идеи широко проникли в гуманитарную сферу и прежде всего в экономику. Взаимопроникновение математики и экономики как императив XX века — таков главный посыл творческого наследия Л. В. Канторовича [9]. Социальные явления принципиально вариативны, многозначны и обладают высокой степенью неопределённости. Экономические процессы связаны с широким спектром допустимых возможностей организации производства и вариантов распределения. Природа неоднозначности очевидна — реальные интересы людей не могут не конфликтовать друг с другом. Единственность решения — оксюморон в любой мало-мальски содержательной экономической проблеме, связанной с распределением благ между несколькими участниками. Неслучайно социальные науки и учения богаты разнообразными гипотезами об эффективной экономике, справедливой организации общества, принципах рационального поведения, установок нравственности и т. п.

Один из простейших принципов согласования конфликтующих интересов принадлежит В. Парето. Распределение благ между группой лиц считается *эффективным в смысле Парето*, если ни один из участников не может улучшить своё благосостояние, не ухудшив положения хотя бы одного из других членов группы. Понятно, что с математической точки зрения речь идет о выборе максимального элемента относительно покоординатного частичного порядка в множестве всевозможных распределений благ.

Обсудим современные понятия оптимальности в задачах оптимизации чуть более формально. Пусть X — векторное пространство, E — упорядоченное векторное пространство, $f : X \to E$ — выпуклый оператор и $C \subset X$ — выпуклое множество. *Векторной выпуклой программой* мы будем называть пару (C, f), записывая её символически в виде

$$x \in C, \quad f(x) \to \inf.$$

Векторную программу принято называть также *многоцелевой* или *многокритериальной экстремальной задачей*. Оператор f называют *целью программы*, а множество C — *ограничением*. Точки $x \in C$ именуют *допустимыми элементами*, реже *допустимыми планами*. Указанная выше запись векторной программы отражает то обстоятельство, что рассматривается экстремальная задача: найти точную нижнюю границу оператора f на множестве C. В случае, когда $C = X$, говорят о безусловной задаче или задаче без ограничений.

Ограничения в экстремальной задаче задают по-разному, обычно в виде уравнений и неравенств. Пусть $g : X \to F$ — выпуклый оператор, Λ — линейный оператор, элемент пространства $L(X, Y)$, и $y \in Y$, где Y — векторное пространство, а F — упорядоченное векторное пространство. Если ограничения C_1 и C_2 имеют вид

$$C_1 := \{x \in C : g(x) \le 0\},$$
$$C_2 := \{x \in X : g(x) \le 0,\ \Lambda x = y\},$$

то вместо (C_1, f) и (C_2, f) пишут соответственно (C, g, f) и (Λ, g, f) или же более выразительно

$$x \in C, \quad g(x) \le 0, \quad f(x) \to \inf;$$
$$\Lambda x = y, \quad g(x) \le 0, \quad f(x) \to \inf.$$

Элемент $e := \inf_{x \in C} f(x)$ (если он существует) называют *значением программы* (C, f). Допустимый элемент x_0 называют *идеальным* *оптимумом* или *решением*, если $e = f(x_0)$. Таким образом, x_0 — идеальный оптимум в том и только в том случае, если $f(x_0)$ — наименьший элемент образа $f(C)$, т. е. $f(C) \subset f(x_0) + E^+$.

Может показаться, что идеальный оптимум наблюдается только у числовых задач. В самом деле, маловероятно, что несколько числовых функций достигают минимума в одной и той же точке. Нетрудно придумать абстрактный формализм, в котором различные точки минимума разных функций воспринимаются как единый элемент. Такую абстракцию следует считать *generalization by dilution*, т. е. *обобщением расжижением* (как указывает Г. Вейль [10], этот термин принадлежит Г. Полиа). С содержательной точки зрения, идеал обычно недостижим и как приближение к нему нужно рассматривать один из минимальных или максимальных допустимых элементов.

Сформулируем соответствующую концепцию оптимальности точнее. Удобно допустить, что E — предупорядоченное векторное пространство, т. е. конус положительных элементов E^+ не обязательно острый. Тем самым подпространство $E_0 := E^+ \cap (-E^+)$, вообще говоря, не сводится к одному нулевому элементу. Взяв $u \in E$, положим

$$[u] := \{v \in E : u \leq v, \quad v \leq u\}.$$

Запись $u \sim v$ означает, что $[u] = [v]$.

Допустимую точку x_0 называют *ε-Парето-оптимальной* в программе (C, f), если $f(x_0)$ — минимальный элемент множества $f(C)+\varepsilon$, т. е. если $(f(x_0) - E^+) \cap (f(C) + \varepsilon) = [f(x_0)]$. Более подробно, ε-Парето-оптимальность точки x_0 означает, что $x_0 \in C$ и для любой точки $x \in C$ неравенство $f(x_0) \geq f(x) + \varepsilon$ влечет $f(x_0) \sim f(x) + \varepsilon$. Если $\varepsilon = 0$, то говорят просто о *Парето-оптимальности* или об *оптимальности по Парето*. При изучении Парето-оптимальности часто используют *метод скаляризации*, т. е. сведение рассматриваемой программы к скалярной — одноцелевой — экстремальной задаче. Скаляризацию можно проводить по-разному. Рассмотрим один из возможных вариантов.

Предположим, что предпорядок $\leq$ в E задаётся формулой:

$$u \leq v \leftrightarrow (\forall l \in \partial q)\ lu \leq lv,$$

где $q : E \to \mathbb{R}$ — сублинейный функционал, а ∂q — его субдифференциал. Это равносильно тому, что конус E^+ имеет вид $E^+ := \{u \in E : (\forall l \in \partial q)\ lu \geq 0\}$.

Допустимая точка x_0 будет ε-Парето-оптимальной в программе (C, f) в том и только в том случае, если для каждого $x \in C$ либо $f(x_0) \sim f(x) + \varepsilon$, либо существует функционал $l \in \partial q$, для которого $lf(x_0) < l(f(x) + \varepsilon)$. В частности, для ε-Парето-оптимальной точки $x_0 \in C$ выполняется

$$\inf_{x \in C} q(f(x) - f(x_0) + \varepsilon) \geq 0.$$

Обратное утверждение неверно, так как последнее неравенство равносильно более слабому понятию оптимальности.

Говорят, что точка $x_0 \in C$ *слабо ε-Парето-оптимальна*, если для каждого $x \in C$ найдётся такой функционал $l \in \partial q$, что $l(f(x) - f(x_0) + \varepsilon) \geq 0$, т. е. если ни для какого $x \in C$ несовместна система строгих неравенств $lf(x_0) < l(f(x)+\varepsilon) \quad (l \in \partial q)$. Как видно, слабая ε-Парето-оптимальность равносильна тому, что $q(f(x) - f(x_0) + \varepsilon) \geq 0$ для всех $x \in C$, и это понятие нетривиально лишь в случае $0 \notin \partial q$. Можно развивать эту концепцию в духе инфинитезимального анализа, рассматривая бесконечно малые параметры ε (детали и подробности собраны в [11]).

Субдифференциальное исчисление показывает, что в простейшем случае оптимизационной задачи с конечным числом скалярных критериев Парето-оптимальные точки представляют собой решения задачи параметрического программирования. Таким образом, в случае двух критериев оптимальные точки заполняют некоторую однопараметрическую область.

В современной математике до сих пор не принято рассматривать экстремальные задачи с общими векторными критериями. Между тем совсем не ясно, почему приближение к данной функции надо искать, пользуясь какой-то одной заранее определённой нормой, а не несколькими различными нормами одновременно. Вспомним классические красивейшие формулы для полиномов Чебышёва первого и второго родов, представляющих собой решения задачи о наименьшем уклонении от нуля в равномерной и интегральной нормах

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x)); \quad U_n(x) = \frac{1}{n+1} T'_{n+1}(x).$$

Почти очевидно, что существует соединяющая эти полиномы однопараметрическая кривая, дающая Парето-оптимальные приближения (и проходящая, скажем, через полиномы Лежандра). Какова она?

Мне представляется совершенно неизбежным математический поиск новых методов и формул вариационного исчисления в духе идей Парето и других возникших в социальных науках представлений об эффективности и оптимальности в условиях конфликта целей и неоднозначности.

«Нестандартное» расширение теории категорий

Недавняя кончина донкихота математики прошлого века С. Маклейна [12] даёт повод для размышлений о значении исследований в области оснований математики.

Развитие математики в двадцатом столетии во многом проходило под флагом знаменитого доклада Д. Гильберта «Математические проблемы». Первой в этом докладе стояла проблема континуума, относящаяся к самым основаниям математики просто по своему содержанию. М. Громов как-то отметил [13]: «К сожалению, никогда не знаешь, какая задача хорошая, а какая нет, пока не решишь её». Теперь мы знаем, сколь хороша была первая проблема Гильберта: выбор мощности континуума оказался делом свободной аксиомы, как объяснили нам К. Гёдель и П. Коэн.

Для того чтобы оценить парадоксальность этого обстоятельства, достаточно процитировать слова Н. Н. Лузина на Всероссийском съезде математиков в 1927 г. [14]:

> Первое, что приходит на ум, это то, что установление мощности continuum'а есть дело свободной аксиомы, вроде аксиомы о параллелях для геометрии. Но в то же время как при инвариантности всех прочих аксиом геометрии Евклида и при варьировании аксиомы о параллельных меняется самый смысл произнесенных или написанных слов: «точка», «прямая», etc. — смысл каких слов должен меняться, если мы делаем мощность continuum'а подвижной на алефической шкале, всё время доказывая непротиворечивость этого движения? Мощность continuum'а, если только мыслить его как множество точек, есть единая некая реальность и она должна находиться на алефической шкале там, где она на ней есть; нужды нет, если определение этого места затруднительно или, как прибавил бы J. Hadamard, «даже невозможно для нас, людей».

Великий русский провидец не смог принять даже принципиальную возможность независимости континуум-гипотезы. Из истории пятого постулата вывод о должной осмотрительности сделан им не был. К сожалению, удивительное сочетание дальновидности и слепоты основателя Лузитании не стало основанием для критического пересмотра широко распространённых в математической среде покровительственных воззрений на основания математики.

Покровительство — самое мягкое слово, которое я подобрал. Более уместны здесь термины злой полемики вроде «утилитарный шовинизм» и «снобистский догматизм». Мне кажется, что «меритократизм» в смысле А. Гротендика во многом охватывает оба названных феномена.

Паническая боязнь нового часто проявляется в математике постановкой вопросов утилитарности в стиле «Какую пользу от исследований в области теории моделей я получу при вычислении такой-то величины или доказательстве такой-то теоремы существования?». Аналогичной глубины суждения сопутствуют теории категорий и нестандартному анализу. Вот типичный вопрос: «Я, имярек такой-то, не могу доказать некоторую теорему в теории динамических систем, а Вы можете доказать её с помощью методов нестандартного анализа? А без помощи этих методов?». Надо ли говорить, что подобные комичные суждения высказывают даже высококвалифицированные люди, хорошо знакомые с понятием консервативного расширения. Очень ярко эту сомнительную точку зрения выразил один из самых моих любимых математических авторов П. Халмош в своей «автоматографии» [15] в главе с характерным названием «Is formal logic mathematics?».

Исследования в области оснований математики и математической логики преследуют важнейшие общенаучные цели. Именно они цементируют различные разделы математики в единую дисциплину. Такие исследования расширяют горизонты математики и раскрепощают математическое мышление, делая саму технологию математического знания объектом математического исследования.

Теория категорий возникла, в частности, как реакция на догматические попытки объявить теорию множеств единственно возможным основанием математики. Свобода является сущностью математики. Свободомыслие — враг догматизма.

В рамках теории категорий реализован один из наиболее амбициозных и героических математических проектов XX века — была осуществлена социализация теоретико-множественной математики. Родилась теория топосов, изучающая широкий класс категорий, в рамках которого обычная теория множеств может восприниматься как рядовой индивидуум.

Ф. У. Ловер, воспринявший идею топоса, принадлежащую А. Гротендику, и доведший её до современного состояния, рассматривает объекты каждого топоса как своего рода переменные множества, подчёркивая, что классическая теория множеств изучает множества стационарные. Он пишет в [16]:

> Всякое представление о постоянстве относительно, будучи выведенным, перцептуально или концептуально, в качестве предельного случая некоторой вариации и бесспорная ценность таких понятий ограничена этим их происхождением. Это относится, в частности, к понятию постоянного множества и объясняет почему столь многое из наивной теории множеств переносится в том или ином виде в теорию переменных множеств.

Интересно подчеркнуть, что дополнительным стимулом к развитию категорного обоснования математики в начале 1960 годов стали булевозначные модели теории множеств. Возникшие при переосмыслении результатов П. Коэна о независимости континуум-гипотезы, булевозначные модели теории множеств предъявили принципиально новые нестандартные модели для поля вещественных чисел, развеяв миф об единственности этого поля. Оказалось, что такие непохожие на числовые области объекты, как лебеговы пространства измеримых функций суть ничто иное, как плотные подполя поля вещественных чисел [17]. В свою очередь, гейтинговозначные топосы показали, что интуиционистская логика скрыта в объектах, до сих пор воспринимавшихся только в традиционных математических рамках.

Не меньшее число степеней свободы принесли в математику современные аксиоматические воззрения на древние методы инфинитезимального анализа [18, 19]. Как оконфузилось математическое сообщество со своими инквизиторскими запретами на актуальные бесконечно малые и бесконечно большие величины.

Осмотрительность и здравый смысл требовали скромной констатации того бесспорного факта, что состояние оснований математики и требования строгости на рубеже XIX и XX веков не позволяют полностью понять методы неделимых и потому эти методы не должны использоваться как обоснованные в рамках текущей математической парадигмы. Однако с упорством, достойным лучшего применения, многовековые традиции и методы предков высмеивались и отметались на том зыбком основании, что нынешнее поколение математиков не может согласовать их со своими теперешними требованиями строгости.

Кратковременное незнание было провозглашено единственно верным знанием. Великие мастера прошлого и создатели дифференциального и интегрального исчисления повсеместно и громогласно уличались в неумении пользоваться своими находками. Гениальные Эйлер и Коши обвинялись практически со всех кафедр анализа в тривиальных просмотрах, которые никогда не сделает средний студент второго курса. К счастью, разгул пошлости и самомнения, не украшающий математическое сообщество, быстро пошёл на убыль после пионерских работ А. Робинсона. Однако выводы всё же ещё не сделаны полностью и скромность не стала главной доблестью нашего мира...

После этих грустных рассуждений о слабостях нашего сообщества, уместно перейти к его великим достижениям в теории актуальной бесконечности. Напомню вкратце качественные особенности вариантов теории множеств, используемых в современном нестандартном анализе.

Обычный универсум фон Неймана $\mathbb{V}$ в теории внутренних множеств Э. Нельсона превращается в «оснащенный» мир $\mathbb{V}^I$ внутренних множеств с отмеченными в нём «реперными точками» — стандартными множествами, составляющими класс $\mathbb{V}^S$. Более подробный анализ показывает, что $\mathbb{V}^I$ лежит в новом классе — в универсуме $\mathbb{V}^E$ внешних множеств (составляющих обычно мир Цермело). В $\mathbb{V}^E$ выделен универсум «классических» множеств $\mathbb{V}^C$ — ещё одна реализация мира стандартных множеств $\mathbb{V}^S$. Имеется робинсоновское $*$-изображение, поэлементно отождествляющее $\mathbb{V}^C$ и $\mathbb{V}^S$. При этом $\mathbb{V}^C$, $\mathbb{V}^S$ и $\mathbb{V}^I$ можно рассматривать как «ипостаси» единственного универсума фон Неймана $\mathbb{V}$.

Изложенная картина расположения и другие известные взаимосвязи миров $\mathbb{V}^E$, $\mathbb{V}^I$, $\mathbb{V}^S$ и $\mathbb{V}^C$ приводят к выделению трёх общих теоретико-множественных установок нестандартного анализа.

В этих установках — их называют классической, неоклассической и радикальной — фиксируются представления о предмете и средствах исследования. Принятие той или иной концепции определяет, в частности, способ изложения математических результатов, полученных с помощью нестандартных методов.

Классическая установка нестандартного анализа отвечает методике его основоположника А. Робинсона, и в настоящее время соответствующий формализм наиболее распространён. При этой установке главным объектом изучения объявляется мир классической математики, отождествляемый с универсумом «*классических*» *множеств* $\mathbb{V}^C$. Последний считают «стандартным универсумом» (на практике чаще всего работают с достаточно большим фрагментом, частью $\mathbb{V}^C$, содержащей необходимые для исследования объекты — с так называемой «*суперструктурой*»). В качестве техники исследования исходного — стандартного — универсума предъявляется «нестандартный универсум» $\mathbb{V}^I$, составленный из внутренних множеств, или его подходящая часть и $*$-изображение, подклеивающее обычные стандартные объекты к их образам в «нестандартном универсуме».

Полезно подметить своеобразное использование слов «стандартный» и «нестандартный» при излагаемом подходе. Робинсоновские стандартизации — элементы универсума $\mathbb{V}^S$ — воспринимаются как «нестандартные» объекты. «Стандартное» множество — это по понятию произвольный представитель мира «классических» множеств $\mathbb{V}^C$ — член «стандартного универсума». При этом $*$-изображение, как правило, добавляет новые «идеальные» элементы в множество.

Образно наличие «новых» элементов в ${}^*\mathbb{R}$ выражают символом ${}^*\mathbb{R}\backslash\mathbb{R} \neq \varnothing$ и говорят о построении системы «гипердействительных» чисел ${}^*\mathbb{R}$, расширяющей обычное поле вещественных чисел $\mathbb{R}$. Аналогичную политику проводят при рассмотрении произвольного классического множества X. Именно, считают, что $X = \{{}^*x : x \in X\}$ и тем самым $X \subset {}^*X$. Если X бесконечно, то ${}^*X\backslash X \neq \varnothing$. Иными словами, все бесконечные множества при помощи робинсоновской стандартизации насыщаются новыми элементами. Более того, «идеальных» объектов добавляется значительное количество — в $\mathbb{V}^I$ действует подходящий принцип идеализации, который в излагаемой установке часто называют *техникой направленности* или *насыщением.*

Полезно помнить, что в «расширенном», «нестандартном» мире — в универсуме внутренних множеств $\mathbb{V}^I$ — действует принцип переноса, т. е. с учётом свойств робинсоновской стандартизации

$$(\forall\, x_1 \in \mathbb{V}^C) \dots (\forall\, x_n \in \mathbb{V}^C)(\varphi^C(x_1, \dots, x_n) \leftrightarrow \varphi^I({}^*x_1, \dots, {}^*x_n))$$

для релятивизаций каждой формулы φ теории множеств Цермело —

Френкеля. Это обстоятельство именуют *принципом Лейбница.*

Подводя итоги, можно сказать, что при классической установке работают с двумя универсумами — стандартным и нестандартным. Имеются формальные возможности связывать свойства стандартных и нестандартных объектов с помощью процедуры «навешивания звёздочек» — с помощью $*$-изображения. При этом предоставлено право свободно переносить утверждения об объектах одного мира в другой — действует принцип Лейбница. Нестандартный мир богат идеальными элементами — в нём актуально осуществимы всевозможные трансфинитные конструкции, ибо справедлив принцип направленности. Множества, выпадающие за пределы нестандартного универсума, называют внешними (здесь проявляется особенность принимаемой терминологии: внутренние множества при излагаемом подходе внешними не являются). Полезный приём исследования составляет техника внутренних множеств.

Главное достоинство классической установки — это наличие $*$-изображения, которое позволяет применять аппарат нестандартного анализа к совершенно произвольным обычным множествам.

Основное затруднение в усвоении таких представлений связано с необходимостью вообразить колоссальное количество новых идеальных объектов, присоединяемых к обычным множествам. Заметные сложности вызывает естественное желание работать (по крайней мере, на первых порах) с двумя наборами переменных, относящимися соответственно к стандартному и нестандартному универсумам.

Неоклассическая установка нестандартного анализа отвечает методике, предложенной Э. Нельсоном. При этой установке главным объектом изучения объявляется мир математики, рассматриваемый как универсум $\mathbb{V}^I$, лежащий в среде внешних множеств — элементов $\mathbb{V}^E$. «Классические» множества отдельно к анализу не привлекаются. Стандартные и нестандартные элементы указываются в обычных объектах математики, составляющих $\mathbb{V}^I$. Так, в качестве поля вещественных чисел фигурирует $\mathbb{R}$ из мира $\mathbb{V}^I$, совпадающее, разумеется, с полем ${}^*\mathbb{R}$ гипердействительных чисел — «идеальным» объектом классической установки.

Преимущества неоклассической установки создают возможности изучать уже хорошо знакомые множества и отыскивать новое в их устройстве с помощью дополнительных языковых средств. Как отмечает Э. Нельсон, «подлинно новыми в нестандартном анализе являются не теоремы или доказательства, а понятия — внешние предикаты...» [20].

Радикальная установка нестандартного анализа состоит в том, что предметом изучения математики объявляется универсум внешних множеств во всей полноте и сложности его собственного устройства. Классические и неоклассические представления о нестандартном анализе как о технике изучения математики (основанной на формализме Цермело — Френкеля) при радикальном подходе объявляются «узкими», «стыдливыми» и отметаются. Широко распространённое воззрение на математику как на науку о формах и отношениях, взятых в отвлечении от их содержания, и даже существенно менее обязывающая классическая теоретико-множественная установка, восходящая к Г. Кантору, вполне согласованы с радикальной установкой нестандартного анализа.

Найденный математической логикой теоретико-множественный подход к пониманию инфинитезимального анализа — переломный момент в современных взглядах на основания математики.

Креационистская идея унитарного происхождения математических объектов из единого пустого множества, господствующая в современной математике, не воспринимается больше как единственно верная. Всё большее число математиков осознаёт значение мудрости древних, строивших нашу науку на двух первичных понятиях — *точки* и *монады*.

Неделимость точки и актуальная бесконечность единицы, особого акта потенциально бесконечного процесса счёта, лежат в основаниях математики со времён Евклида. Нестандартные модели анализа наших дней продолжают эту древнюю традицию.

Теория категорий закладывает в основания математики творческую идею произвольного преобразования произвольных объектов. Свободомыслие, присущее человеку, проявляется в его предрасположенности и симпатии к творчеству. В этом, мне кажется, заключена неизбывная притягательность теоретико-категорных мотивов в основаниях математики, залог их плодотворного будущего.

После высказанных общих соображений вполне уместно перейти к постановке задачи.

Поскольку теория топосов социализирует обычную теоретико-множественную установку, по аналогии возникает *проблема социализации установок нестандартной теории множеств* в рамках теории категорий. Начать можно с поиска теоретико-топосного аналога робинсоновской стандартизации. Мне кажется, что синтез идей теории нестандартных моделей и теории топосов неизбежен как неистребимо наше стремление к знанию.

«Мы должны знать, мы будем знать!» (Д. Гильберт [21]).

Заключительное слово

Юбилей не репетиция панихиды, а праздник узнавания. Человек — существо социальное. В каждом из нас заключена сущность человечества. Любой человек — зеркало всех остальных людей.

Живой живое и думает, учили нас предки. Вы глядите на меня, я гляжу на Вас и мы узнаём свои и чужие, симпатичные и неприятные, привлекательные и отталкивающие черточки и мысли. Каждый из нас временами эгоцентричен и эгоистичен. В каждом из нас живёт мизантропия и желание уединиться. Однако индивидуальность наша проявляется только на людях, только в других мы ищем понимание и опору. Эгоизм делает нас социальными существами и филантропами.

Первое слово благодарности моим родным и близким, которые делают для меня больше других и терпят за это больше.

Благодарю за щедрость и доброту своих учителей, старших товарищей как тех, кто сейчас сидит в этом зале, так и тех, кто незримо присутствует в этих стенах всегда.

Благодарю своих друзей и коллег как за понимание и сочувствие моим научным занятиям, так и за соучастие в них.

Благодарю всех присутствующих за то, что делаете меня таким, каков я есть.

Литература

[1] Alexandrov A. D., Selected works. Part 1: Selected scientific papers. London: Gordon and Breach (1996).

[2] Firey W., Blaschke sums of convex bodies and mixed bodies. Proceedings of the Colloquium on Convexity, 1965. Copenhagen: Kobenhavns Univ. Mat. Inst. (1967), pp. 94–101.

[3] Кутателадзе С. С., Рубинов А. М., Двойственность Минковского и её приложения. Новосибирск: Наука (1976).

[4] Кутателадзе С. С., Параметризация выпуклых изопериметрических задач. Сибирский журн. индустр. мат., **1** (1998), 132–144.

[5] Урысон П. С., Зависимость между средней шириной и объёмом выпуклых тел. Мат. сб., **31** (1924), 477–485.

[6] Погорелов А. В., Погружение «мыльного пузыря» внутрь тетраэдра. Мат. заметки, **56**:2 (1994), 90–93.

[7] Manin Yu. I., Mathematics as metaphor. Proceedings of the International Congress of Mathematicians. Kyoto, Japan (1990), pp. 557–563.

[8] Lakoff G., Núñez R. E., Where mathematics comes from. Basic Books (2000).

[9] Канторович В. Л., Кутателадзе С. С., Фет Я. И., Леонид Витальевич Канторович: человек и учёный. В двух томах. Новосибирск: Издательство СО РАН, филиал «Гео» (2002, 2004).

[10] Weyl H., Topology and abstract algebra as two roads of mathematical comprehension. Mathematical Evolutions (Eds.: Shenitzer A., Stillwell J.). MAA. 2005, pp. 149–162.

[11] Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С., Субдифференциалы. Теория и приложения. Части 1 и 2. Новосибирск: Институт математики им. С. Л. Соболева (2002, 2003).

[12] Кутателадзе С. С., Саундерс Маклейн, рыцарь математики. Сибирские электронные мат. известия, **2** (2005), A5–A9.

[13] Громов М., Знак и геометрический смысл кривизны. М.: РХД (2000).

[14] Лузин Н. Н., Современное состояние теории функций действительного переменного Тр. Всероссийского съезда математиков в Москве 27 апреля–4 мая 1927 г. М.-Л.: Главнаука (1928).

[15] Halmos P., I want to be a mathematician. An automathograhy. New York etc: Springer-Verlag (1985).

[16] Lawvere F. W., Continuously variable sets: algebraic geometry = geometric logic. Proc. A. S. L. Logic Colloq., Bristol, 1973. North-Holland (1975), pp. 135–156.

[17] Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С., Введение в булевозначный анализ. М.: Наука (2005).

[18] Гордон Е. И., Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С., Инфинитезимальный анализ. Части 1 и 2. Новосибирск: Институт математики им. С. Л. Соболева (2001).

[19] Kanovei V., Reeken M. Nonstandard analysis, axiomatically. Berlin etc.: Springer-Verlag (2004).

[20] Nelson E., The syntax of nonstandard analysis. Ann. Pure Appl. Logic, **38**:2 (1998), 123–134.

[21] Гильберт Д., Познание природы и логика. Природа. **1** (1998).

5 октября 2005 г.

Глава 60

Автосправка

Функциональный анализ возник на стыке геометрии, алгебры и классических исчислений. Необыкновенно быстро он стал естественным языком как многих традиционных классических разделов непрерывной математики и приближённых методов анализа, так и принципиально новых технологий теоретической физики и наук социальной сферы, прежде всего, экономики и управления.

Наибольший интерес представляют пограничные разделы составляющих функционального анализа и модернизация методов социализации задач с неединственным решением на основе современных идей моделирования.

Традиции функционального анализа были имплантированы в Сибирь С. Л. Соболевым и Л. В. Канторовичем. Тезис о единстве функционального анализа и прикладной математики был[1], есть и должен оставаться впредь фирменным знаком отечественной математической школы. Таково моё глубокое убеждение.

Основные направления моих исследований — *функциональный анализ, нестандартные методы анализа, приложения к геометрии и оптимизации.*

Здесь эти направления названы в порядке значимости. Все они с момента появления в сфере моих интересов из неё не выходят, но их место в работе и время, уделяемое каждому из них, непостоянно. Буду по возможности придерживаться хронологии.

[1]См. Успехи мат. наук, Т. 3, вып. 6, 89–176 (1948).

Оптимальное размещение выпуклых фигур

С помощью идей линейного программирования, предложенного Л. В. Канторовичем, удалось выделить классы экстремальных задач оптимального размещения фигур, которые никаким классическим методам не поддавались в принципе. Подобные задачи было предложено решать так, как это делается в программировании — переходом к двойственной задаче. Последняя оказалась разрешимой с помощью техники смешанных объёмов, развития идей двойственности Г. Минковского и некоторого обобщения одной конструкции в теории меры, принадлежащей Ю. Г. Решетняку. Найденные описания новых классов неравенств над выпуклыми поверхностями в сочетании с техникой поверхностных мер А. Д. Александрова позволили свести к линейным программам задачи изопериметрического типа с произвольным числом ограничений, к которым неприменимы приёмы симметризации. Фактически был предъявлен обширный класс геометрических вариационных задач, решения которых можно выписать в явном виде за счёт превращения их в выпуклые программы в подходящих функциональных пространствах[2].

Наиболее наглядное и значительное продвижение здесь связано с изучением обобщений задачи П. С. Урысона о максимизации объёма поверхности при заданном интеграле её ширины. По классическому результату П. С. Урысона, который он опубликовал в «Мат. сборнике» в год своей кончины (1924), — это шар, что следует из подходящих соображений симметрии. В 1970 годах в качестве модели для функционально-аналитических методов была поставлена и рассмотрена «внутренняя» задача Урысона: при заданном интеграле ширины максимизировать объём фигуры в $\mathbb{R}^N$, лежащей внутри данной (например, симплекса). Принципиально новая сложность здесь в том, что никакие соображения симметрии в этой и аналогичных задачах не проходят. Оказалось возможным решать подобные задачи в некотором обобщённом смысле — «по модулю» теоремы А. Д. Алек-

[2]Часть таких результатов вошла в обзор *Двойственность Минковского и её приложения.* Успехи мат. наук, Т. 27, вып. 3, 127–176 (1972) (соавтор А. М. Рубинов). Концепция H-выпуклости, предложенная в этой работе, считается основополагающей в многочисленных исследованиях по обобщениям выпуклости и поиску схем глобальной оптимизации; см., в частности, Singer I., Abstract Convex Analysis. New York: John Wiley and Sons (1997).

сандрова о восстановлении поверхности по кривизне. Для задачи Урысона в многограннике решением будет мера Лебега с добавлением точечных нагрузок в нормалях к граням исходного многогранника. Внутренняя изопериметрическая задача даже в тетраэдре в общие схемы не вполне укладывается. При $N = 3$ в 1995 г. А. В. Погорелов в одной из своих последних работ нашёл форму «мыльного пузыря» в тетраэдре в том же обобщённом смысле — ею оказалась обкатка шаром упомянутого выше решения внутренней задачи Урысона. Общий случай остаётся открытым. В последние годы довольно много работ в мире написано о двойных пузырях. Эта проблематика также близка к описанным идеям.

Упорядоченные векторные пространства

В этой области функционального анализа чрезвычайно важны проблемы, связанные с эвристическим принципом Л. В. Канторовича.

Уже в первой своей работе в новом направлении, датированной 1935 г., Л. В. Канторович определил линейные упорядоченные пространства, используя аксиома условной порядковой полноты, обозначенная I_6. Роль введённых K-пространств Л. В. Канторович продемонстрировал на примере теоремы Хана — Банаха. Выяснилось, что для этого ключевого факта функционального анализа справедлив общий *эвристический принцип* — вещественные числа можно свободно заменять элементами произвольного K-пространства, а линейные функционалы — операторами со значениями в таком пространстве, не нарушая многих алгебраических и аналитических соотношений, справедливых в числовой области.

Эвристический принцип Л. В. Канторовича нашёл многочисленные подтверждения как в его собственных исследованиях, так и в работах его учеников и последователей. Ещё в середине прошлого века предпринимались попытки формализации этого принципа. На этом пути появились так называемые теоремы о сохранении соотношений, которые утверждают, что если некоторое высказывание, включающее конечное число функциональных соотношений, доказано для вещественных чисел, то аналогичный факт автоматически оказывается верным и для элементов K-пространства. Объяснить природу эвристического принципа Л. В. Канторовича удалось только через 50 лет после его формулировки в рамках современной теории моделей.

Абстрактные идеи Л. В. Канторовича в области K-пространств связаны с линейным программированием и приближёнными методами анализа. Сам он писал о нераскрытых возможностях своей теории и недооценке этой ветви функционального анализа для экономики, подчёркивая, что «в экономике соотношения сравнения и сопоставления играют исключительную роль и уже при возникновении K-пространств было ясно, что при анализе экономики они найдут своё место и дадут полезные плоды».

Вопрос о границах применимости теоремы Хана — Банаха — Канторовича, эквивалентный описанию сферы возможных обобщений линейного программирования, был весьма актуален в середине 1970–1980 годов. Общеизвестно, что линейные программы удобство своё теряют, если искать только целые решения. С. Н. Черников написал книгу «Линейные неравенства», где перенёс линейное программирование с чисел на некоторые кольца (типа рациональных чисел). Немалый интерес был проявлен в мировой литературе к вопросу о том, в каких собственно алгебраических системах можно идеи Л. В. Канторовича использовать в полном объёме. Удалось дать окончательный вариант ответа — описать абстрактные модули над кольцами, в которых действуют механизмы, эквивалентные теореме Хана — Банаха[3]. Такими оказались пространства Канторовича, рассматриваемые как модули над некоторыми «обширными» алгебрами своих ортоморфизмов. Этот результат имел некоторый резонанс и для теоретических основ математической экономики в связи с гипотезой «делимости продуктов». Один из частных результатов этого цикла — теорема о характеризации решеточных гомоморфизмов — неожиданно привлёк внимание специалистов — его стали передоказывать и включать в книги по векторным решеткам как «теорему Кутателадзе». Много позже с помощью булевозначных моделей удалось объяснить, что найденные общие модули по сути и есть плотные подполя поля вещественных чисел в подходящей нестандартной модели теории множеств.

Были предложены неожиданные обобщения теоремы Крейна — Мильмана на некомпактные множества и в этой связи довольно много работ было выполнено по развитию методов границ Шоке в векторных решетках[4]. В рамках упорядоченных векторных пространств

[3]Докл. Акад. наук СССР, Т. 252, № 4, 789–791 (1980).

[4]См. обзор *Границы Шоке в K-пространствах.* Успехи мат. наук, Т. 30,

удалось несколько продвинуться в изучении приложений теории Шоке к некоторым проблемам современной теории потенциала: изучить связь задачи Дирихле с бесконечномерными геометрическими симплексами Бауэра, описать новые объекты — супремальные генераторы пространств функций, полезные при исследовании сходимости аппроксимаций положительными операторами. Можно отметить, что концепция супремального генерирования, основанная на вычислительной простоте нахождения максимума двух чисел, оказалась близкой к некоторым идеям идемпотентного анализа, возникшего несколько позже в работах В. П. Маслова.

Негладкий анализ и оптимизация

Большой цикл работ относится к выпуклому анализу, одному из основных разделов прикладного нелинейного анализа. Выпуклый анализ — это наука об исчислении неравенств. Понятию выпуклого множества нет и 150 лет, а сам выпуклый анализ как математическая дисциплина существует чуть более полувека. Решения систем линейных неравенств — это то же самое, что выпуклые множества, которые могут быть охарактеризованы своими калибрами, опорными функциями или распределением кривизн. Функциональный анализ немыслим без понятия выпуклости, так как наличие ненулевых непрерывных линейных функционалов обеспечено в том и только в том случае, если в пространстве имеются не совпадающие с ним непустые открытые выпуклые множества.

Выпуклые поверхности имеют очень простые контингенции, а выпуклые функции в естественном смысле дифференцируемы по направлениям и их производные нелинейны лишь в немногих точках. Тем не менее эти крайние в прямом и переносном смысле слова точки особенно важны. Учёт локального поведения возможных изломов в крайних точках без ограничений на размерность объемлющего пространства — предмет субдифференциального исчисления. Здесь удалось найти наиболее общие и полные правила такого рода в виде явных формул для пересчёта значений и решений самых общих выпуклых экстремальных задач при сохраняющих выпуклость заменах переменных. Ключевым стал принципиально новый приём представления произвольного выпуклого оператора в виде резуль-

---

вып. 4, 107–146 (1975).

тата аффинной подстановки в конкретный сублинейный оператор (из семейства, нумерующего кардиналы). В литературе используется термин «канонический оператор Кутателадзе»[5].

На основе указанных правил был установлен принцип Лагранжа для нового класса задач векторной оптимизации и предложена теория выпуклого ε-программирования. Задача состоит в поиске точки, в которой значение (возможно, векторнозначной) функции отличается от экстремума не больше, чем на наперёд заданный положительный вектор невязок ε. Ограничения тоже заданы с какими-то оценками точности до ε. Хотя стандартная техника дифференциального исчисления тут никак не работает, новые методы субдифференциального исчисления множество таких задач решили. Эти результаты вызвали большой резонанс, вошли в монографии, неоднократно передоказывались за рубежом со ссылками на отечественный приоритет[6]. Много позже с помощью инфинитезимального анализа удалось предложить приёмы, связанные с отказом от сложного пересчёта невязок. Для этого невязку надо мыслить себе актуально бесконечно малой величиной, что невозможно в рамках стандартных теоретико-множественных представлений.

Приложения к негладкому анализу связаны с изучением поведения контингенций общих, не обязательно выпуклых соответствий. Удалось найти ряд новых правил подсчёта разного типа касательных и односторонних производных по направлениям. Значительные технические упрощения и продвижения здесь были достигнуты также за счёт привлечения техники теории моделей.

Новые модели математического анализа

В последние годы стал весьма привлекательным пограничный раздел математики и логики — нестандартные методы анализа. Здесь ведётся разработка новых возможностей математического моделирования, открывающих значительные перспективы для осмысления и решения разнообразных теоретических и практических задач.

---

[5] Успехи мат. наук, Т. 32, вып. 4, 123–125 (1977); Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Т. 14 (1987) с. 92.

[6] Базовые результаты этого направления были опубликованы в статье *Выпуклые операторы.* Успехи мат. наук, Т. 34, вып. 1, 167–196 (1979). В литературе используется термин *Kutateladze's approximate solutions*; см., например, Comput. Optim. Appl., **35**, 305–324 (2006).

Модель математической теории принято называть *нестандартной*, если отношение принадлежности внутри модели получает иную интерпретацию, чем в теории множеств (Л. Хенкин). Простейший пример нестандартного моделирования — это классический приём изображения чисел точками.

Нестандартные методы анализа представляют собой адаптацию техники нестандартных моделей теории множеств к задачам анализа. Здесь выделяются две основные технологии: *инфинитезимальный анализ*, известный также как *робинсоновский нестандартный анализ*, и *булевозначный анализ*.

Инфинитезимальный анализ А. Робинсона возник в 1960 г. и характеризуется использованием актуальных бесконечно больших и бесконечно малых величин, которые около тридцати лет были запрещены в математике XX века. Можно сказать, что в нём осуществлено известное возвращение на новом этапе к классическому анализу бесконечно малых. Современные публикации в этом направлении в основном делятся на две группы.

Одна — наиболее многочисленная — использует инфинитезимальный анализ как средство «убивания кванторов» — упрощения понятий и доказательств обычных теорем. Другая — менее многочисленная, но более значимая — ищет возможности, недоступные стандартным методам (то есть развивает технологии, из описаний которых новые понятия исключить нельзя). Здесь следует назвать разработку новых схем замены бесконечных объектов конечными: нестандартные оболочки, меры Лёба, гиперприближения и т. п. Некоторая часть таких работ осуществлена в Новосибирске. В частности, ко второй группе относятся мои результаты по инфинитезимальному программированию.

Булевозначный анализ вполне характеризуется использованием таких терминов, как булевозначный универсум, спуски и подъёмы, циклические оболочки и миксинги, булевы множества и изображения. Техника здесь много сложнее инфинитезимального анализа и ей владеют пока немногие. Становление этого направления связано с работами П. Дж. Коэна по независимости гипотезы континуума (1961 г.), осмысление которых привело Д. Скотта, Р. Соловея и П. Вопенку к построению булевозначных моделей теории множеств. Г. Такеути указал на роль этих моделей для функционального анализа (в гильбертовом случае) и предложил термин *булевозначный анализ*. Модели инфинитезимального анализа можно формально рассматривать как простейшие разновидности булевозначных моделей.

Развитие булевозначного анализа за последние десятилетия привело к принципиально новым идеям и результатам во многих разделах функционального анализа, прежде всего в области пространств Канторовича и алгебр фон Неймана, в выпуклом анализе и теории векторных мер. Бóльшая часть этих исследований связана с Новосибирском[7]. Можно сказать, что *булевозначный анализ покинул пределы логики и стал разделом теории упорядоченных векторных пространств.*

Новые возможности раскрыли особое значение расширенных K-пространств. Каждое из них, как оказалось совершенно неожиданно, служит равноправной моделью вещественной прямой и, значит, играет в математике ту же фундаментальную роль. Пространства Канторовича действительно представляют собой разновидности моделей поля вещественных чисел, что блестяще подтвердило эвристические идеи Л. В. Канторовича.

Адаптация нестандартных моделей к задачам анализа занимает большое место в моих занятиях и исследованиях ближайших коллег. Была развита особая техника спусков и подъёмов, даны критерии экстенсиональных алгебраических систем, предложена теория циклических монад, развиты подходы к комбинированию нестандартных моделей. На этой основе были решены некоторые задачи разной природы из геометрического и прикладного функционального анализа: дана принципиально новая классификация односторонних приближений кларковского типа для произвольных множеств и установлены соответствующие правила подсчёта инфинитезимальных касательных; предложен нестандартный подход к приближенному решению выпуклых программ в форме теории инфинитезимального программирования, найдены новые общие формулы проектирования на главные компоненты в пространствах регулярных операторов, свободные от принятых в литературе условий на порядково сопряженное пространство и т. п. Можно отметить также новый метод изучения широких классов ограниченных операторов по свойствам ядер их слоев, основанный на применении эвристического принципа Л. В. Канторовича к общеизвестному факту о восстановлении функционала по любой его гиперплоскости с точностью до скалярного множителя. Это позволило описать операторные аннуля-

[7] *Введение в булевозначный анализ.*—М.: Наука (2005) (соавтор А. Г. Кусраев)

торы пространств Гротендика и обнаружить принципиально новые факты теории линейных неравенств в форме операторных теорем об альтернативе.

Помимо приложений в этой сфере особенно важна разработка комбинированных методов моделирования, сочетающих булевозначные и инфинитезимальные схемы. Тут мыслимы по меньшей мере два подхода. Один состоит в изучении стандартной булевозначной модели в универсуме внутренних множеств Э. Нельсона или в универсуме внешних множеств Т. Каваи. Инфинитезимали при этом спускаются из некоторого внешнего мира. Приложения требуют и другого подхода, состоящего в обнаружении инфинитезималей внутри булевозначных универсумов. Эти два подхода к построению комбинированных моделей были несколько развиты, однако синтез технических приёмов различных версий нестандартного анализа всё ещё остаётся во многом открытой проблемой.

Адаптация современных идей теории моделей для нужд функционального анализа представляется важнейшим направлением развития синтетических методов прикладной и теоретической математики. Здесь возникают новые модели чисел, пространств, видов уравнений. Расширяется содержание всех имеющихся теорем и алгоритмов, обогащается и обновляется вся методология математического моделирования, открывая совершенно фантастические возможности. Теперь мы можем использовать актуальные бесконечно большие и малые величины, превращать матрицы в числа, пространства в прямые, не компакты в компакты и сколько ещё остаётся для нас неизведанного.

Классический функциональный анализ далеко не сразу занял своё теперешнее место языка непрерывной математики. Сейчас настали времена новых мощных технологий математического анализа. Далеко не все теоретики и прикладники уже поняли их значение и ими овладели. Однако пути назад в науке нет — современные методы навсегда вошли в основное тело математики и непременно станут столь же элементарными и общеупотребительными в исчислениях и вычислениях как банаховы пространства и линейные операторы.

22 марта 2008 г.

Глава 61

О науке и около

- «Все люди от природы стремятся к знанию» — это первое предложение «Метафизики» Аристотеля.
- Наука напоминает Вавилонскую башню.
- Наука — искусство выражать сложное простыми словами.
- Наука — логистика знаний и искусство принятия решений.
- Математика изучает формы мышления — как количественные, так и качественные.
- Математика — наука о бесконечных возможностях homo finitus.
- Математика — наука во многом гуманитарная или, в другой терминологии, неестественная. Отличительная особенность математики — стремление к полной элиминации субъекта.
- Сравнения математики с физикой или лингвистикой натянуты.
- Пуанкаре говорил, что математика — это искусство давать одно и то же название разным вещам. Значит, одна и та же вещь может получить несколько разных имен. В этом ловушка для дилетантов: изобретать новые названия для известных вещей — не математика.
- Математик ищет общее в разном. Жулик выдаёт разное за одно и то же.

- Наука давно перестала быть математикой, но геном mathesis universalis хранит.

- Наука «сверхчувственна» в том смысле, что её содержание раскрывается только человеком, и без человека, по меньшей мере вполне, понято быть не может.

- Наука — душа свободы.

- Арена науки — весь мир человека. Особое мастерство учёного — распространение идей за привычные рамки. Специализация обречена создавать уродов, лишённых перспективы и поклоняющихся процедуре.

- Понять трудное по череде битов человеку не дано. Неслучайно лучшие законы и привлекательные теории немногословны.

- С исчезновением человечества природа никуда не денется. Однако навсегда исчезнет «сверхчувственная» человеческая культура, лежащая за пределами материальных носителей или вносимая в них человеком. Так исчезнет и наука, что свидетельствует её антропогенность, человеческое происхождение.

- Руководитель должен уметь принимать решения и разбираться в людях. Однако этих качеств для успешного руководства недостаточно. Настоящий руководитель употребляет власть быстро и умело, но всегда своей властью тяготится. Властолюбец — никудышный руководитель.

- Властолюбие обычно сочетается с бесстыдством и трусостью.

- Наука не служба, а служение.

- Наука служит истине, а не справедливости.

- Между наукой и властью лежит пропасть отчуждения. Сила науки в неограниченной критичности. Слабость власти в ограниченной вменяемости. Власть противостоит свободе, составляющей сущность как математики, так и науки в целом.

- Ренегаты науки лижут вертикаль у власти.

- Серость ненавидит талант глубоко и страстно, наслаждаясь постоянным ему воспрепятствием.

- Академический мир пестует своих могильщиков, считая, что недалёкие люди вреда не принесут.

- Позором покрыто научное сообщество, отказавшееся от свободы саморегулирования.

- Источник деградации науки каждый из учёных несёт в самом себе.

- Самоуверенность, близорукость и маразм — симптомы провинциализации науки.

- Какие задачи важнее — решённые или нерешённые? Это пример неглупого, но не вполне корректного вопроса. Поиск ответа, пожалуй, стоит отнести к философии. Но и нам, учёным от мела и компьютера, любовь к мудрости не чужда. Этот вопрос может быть поводом для остановки и взгляда со стороны на свои собственные жизнь и деятельность. Рефлексия — хлеб философа, который вполне съедобен и для нас, людей обыкновенных в своей приземлённой и человеческой конкретности.

- Наука связана со служением, лженаука — с ниспровержением.

- Лженаука куда привлекательнее науки. Полезно предохраняться.

- Наука не терпит субъективизма и суеты со времён Екклесиаста. Образ учёного в башне из слоновой кости не случаен.

- Служение науке ставит перед человеком трудноразрешимую задачу избавиться от собственной субъективности. Субъект, избавляющийся от собственной субъективности, — образ, достойный родосских ваятелей Лаокоона.

- Человек талантлив и ленив до крайности.

- Талант есть у каждого, поэтому ни живость ума, ни бойкость пера признаками таланта не являются. Талант — не свойство индивидуума, а атрибут популяции. Отсюда отнюдь не следует, что человек вправе зарыть свой талант в землю. Талант бесконечно разнообразен, и каждый обязан собственную толику таланта развивать и совершенствовать.

- Профессор ценит знания. Старый предпочитает старые, а молодой — новые. В этом природа дисгармонии преподавания.

- Исследователь ценит новое. Естествоиспытатель — открытия. Работник науки — публикации, а учёный — то, что делает умнее.

- Homo vulgaris — человек биологический — не меняется в том смысле, что приобретённые признаки потомкам не передаёт. Homo vulgaris скромен и простоват.

- Homo socialis — человек общественный — передаёт накопленные навыки и знания. Homo socialis самоотвержен и оптимистичен.

- Homo vulgaris смертен. Homo socialis не вечен, но способен к воскрешению и бессмертию.

- Homo vulgaris — идеал Ницше. Homo socialis — потомок Кохелета.

- Эго — мера homo vulgaris. Мера homo socialis — личность.

- Формула Льва Толстого:

$$\text{человек} \sim \frac{\text{личность}}{\text{эго}}$$

- Личность шире профессионализма.

- Величие не индульгенция.

- De mortuis aut bene, aut nihil. К бессмертным это не относится.

- Шекспир — драматург, и наука не суеверие. Полезно это помнить, читая Льва Толстого.

- Верхоглядство и недомыслие — смягчающие обстоятельства для дураков, а не для гениев.

- Великие люди ошибались немало, но надевать им чужие шутовские колпаки неприлично.

- Религия — древняя психотерапия — создана человеком для себя самого, обращена к самому себе, освобождая от забот реального мира и обещая перерождение или бессмертие после кончины. В центре религии бог или предки, а не живой человек.

- Наука создана человеком для грядущих поколений. Она позволяет человеку преодолеть свою биологическую ограниченность и обрести бессмертие в потомках. Человек — источник и цель науки.

- Религия — кумир homo vulgaris. Наука — инструмент homo socialis.

- Религию исповедуют и проповедуют, а науку изучают, развивают и совершенствуют.

- Религия требует, наука просвещает.

- Религия обслуживает человека. Наука — людей.

- Вера разъединяет. Знание объединяет.

- Клерикализм противостоит гуманизму, религия — науке.

- Гуманизм человечней церкви.

- Клерикализация общественной жизни — шаг в прошлое.

- Лженаука, в отличие от религии, рядится в тогу науки и выдаёт свои глупости за научные достижения. Лженаука эксплуатирует авторитет науки и тем её дискредитирует. Лженаука препятствует интеллектуальному раскрепощению людей, разрушая научную базу их мировоззрения. Поэтому лженаука — враг свободы.

- Разгадка феномена Соловья-разбойника состоит, по-видимому, в том, что его свист вызывал термоядерную реакцию в каком-нибудь из кипящих котелков в окру́ге. Эпицентр был, как правило, случайным и отдалённым от места встречи богатыря с Соловьем-разбойником. Трудно предположить, что богатырь кипятил что-нибудь, встречая Соловья-разбойника, что парадоксальным образом спасало богатырю жизнь. Сбивала с ног и уносила богатыря вдаль ударная волна от далекого взрыва, к которой опытный Соловей-разбойник был готов заранее. Илья Муромец поймал Соловья-разбойника, когда в окру́ге никто ничего не кипятил, — небось днём и летом.

- Полёт фантазии не спутать с фантасмагориями псевдонауки. Лещина из граба, затылок Энарха[1], прыжки Ахиллеса, хроническая риторика[2] — нерядовые экспонаты выставки достижений Большой Академии Лагадо.

- Суждение, которое задело и будит мысль, высказано не зря.

- Универсальное суждение вульгарно.

- Генерализация суждение опошляет.

- Осмысленное суждение освобождает.

- Красота не свойство, а отношение. Без человека красоты нет. Красота — гармония свойств объекта и внутреннего состояния субъекта. Гармония проявляется объективно, например, как непротиворечивость и фальсифицируемость теорий. Есть и субъективные ощущения гармонии, вызывающие эндорфины счастья.

- Понимание — гармония того, как оно есть на самом деле, с тем, что осознано. Понято значит красиво.

- Красота концепций заключена в их неизбежности.

- Красота науки — понимание истины.

- Здравый смысл — своего рода вестибулярный аппарат разума. Мгновенное, хотя и небезошибочное, отделение добра от зла — главное проявление здравого смысла.

- Здравый смысл — это моральный закон внутри нас.

- Смысл принадлежит человеку. Нет человека, нет и смысла.

- Чувства людей разделяют, а разум объединяет.

[1]Вопр. философии, № 2, 116–129 (2005).
[2]Природа, № 1, 93–95 (2007).

- Люди сами создают обстоятельства и сами им со временем подчиняются. Сила многих устойчивых институтов — соблюдение писаных и неписаных регламентов. Процедура и традиция — нехудшая защита от людских пороков и слабостей.

- На Гаусса равняться можно, можно и тянуться к нему, однако среднее и закономерное иначе изучают. Между прочим, — по тому же Гауссу, который сам явно не в середке лежит «гауссова распределения» талантов в зависимости от социальной обстановки.

- Трудно не видеть разницы национальных культур. Скажем, по-русски учёный, ученик и учитель — однокоренные слова. А по-английски будет scientist, pupil, teacher. Student от слова study, а professor — от profess. Слова *наука* и *совесть* лексически независимы в отличие от *science* и *conscience*. Немало отличий менталитета отечественных учёных от западных становятся более понятными в этой связи.

- Учить и учиться — долг и наслаждение.

- Редкий дар ученого — просветительство, то есть способность понимать и пониманием делиться. Сколько в этом врожденного, а сколько приобретенного несущественно. Просветитель — всегда учитель, развивающий и использующий педагогические навыки во благо окружающих и будущих поколений.

- Учитель — универсальный гуманист, мастер человеческого измерения науки.

- Достоинство — правильное позиционирование по жизни. Счастье — сохранение достоинства.

- Счастье состоит в гармонии между мечтами и желаниями, а отнюдь не в гармонии желаний и возможностей, как многие полагают. Не случайно Библия налагает ограничения на желания, а не на мечты. Были бы желания, а возможности найдутся. Редкая удача пройти между Сциллой мечтаний и Харибдой желаний.

- В неисполнении или провальном исполнении договора в глазах нанимателя всегда виноват подрядчик. В общественном договоре наниматель — народ или люди, а подрядчик — власть или начальство. Капитальная ошибка начальства — стремление облагодетельствовать людей тем, чего они не просят. Власть убеждена в глупости людей, не понимающих того, что им на самом деле нужно. «Потом они нам благодарны будут» — такова внутренняя мотивация начальства.

- Глупости, высказанные сколь угодно красноречиво и убеждённо, остаются глупостями.

- Интеллектуальная преемственность — дар, позволяющий нам сохранять опыт далёких предков.

- Первый трансфинитный акт человечества — рождение идеи всей совокупности натуральных чисел. От сочинений Аристотеля и «Псаммита» Архимеда идея бесконечности в центре интеллектуальных поисков учёных всех времён и народов.

- Понимание математики как науки о бесконечном имеет религиозные корни.

- Монады Лейбница, флюксии и флюэнты Ньютона — продукты героической эпохи телескопа и микроскопа. Универсум фон Неймана, возникший в середине XX века, реализует пифагорейский тезис «все есть число». Измерение бесконечности числом — суть гениальных работ Кантора.

- Геометрию интересуют как качественные, так и количественные свойства пространственных форм и отношений. Примеры качественных геометрических знаний дают признаки равенства треугольников. Нахождение площадей, длин и объёмов — образцы количественных исследований. Выдающимся открытием евклидовой геометрии стала несоизмеримость стороны и диагонали квадрата.

- Наука впервые столкнулась с проблемой исчисления континуума в глубокой древности. Обнаружив отсутствие общей меры у стороны и диагонали квадрата, наши предки выяснили, что рациональных чисел недостаточно для практических измерений. Полезно помнить, что рациональных чисел столько же, сколько и натуральных. Рациональные числа заполняют счётное множество, то есть служат разновидностью того же кардинального числа, которым мы сегодня характеризуем запас элементов натурального ряда. Наидревнейшая идея потенциальной бесконечности в форме последовательно продолжающегося счёта оказалась недостаточной для количественного анализа в геометрии. Открытие несоизмеримости стороны и диагонали квадрата такая же высочайшая вершина математики, как пятого постулата, аксиомы выбора или гипотезы континуума.

- До геометрии неполнота системы рациональных чисел не вызывала затруднений. Никаких врождённых представлений о вещественных чисел у людей не наблюдалось. Недостаточность рациональных чисел обнаружилась в практических измерениях. Геометрия при возникновении имела прямое отношение к социальным регуляторам, так как использовалась для налогообложения и составления земельных кадастров. Математика гарпедонаптов должна была обладать силой закона. Требования единой отчётности и всеобщности измерений, а не какие-то априорные идеи, вели к поиску и построению пополненного набора чисел. В основе математической интуиции древних лежало представление об отрезке прямой как о юридически корректном определении куска натянутой верёвки, взятого в качестве эталона измерений.

- Человечество нуждалось в пифагоровых треугольниках. Результат Уайлза человечеству неинтересен, хотя факт его существования вызывает любопытство и гордость.

- Человечество экстремально несвязно, а наука нет.

- Появление натурального ряда — трансфинитный акт.

- Отрезок распадается на точки в теории сходимости рядов Фурье. Измерить части отрезка трансфинитными числами — это и есть проблема континуума в том же смысле, в каком древние соизмеряли диагональ и сторону квадрата.

- Число — мера количества. Исчисление — сведение к числу.

- Истина — состояние мышления. Доказательство — способ мышления.

- Математика была и остаётся ремеслом формул, искусством вычисления, наукой исчислять.

- Анализ возник как дифференциальное и интегральное исчисление. Дифференцирование — определение тенденций, а интегрирование — предсказание будущего по тенденциям.

- Геометрия и топология — исчисление пространственных форм.

- Алгебра — исчисление неизвестных, а логика — исчисление истин и доказательств.

- Логика раскрепощает математику посредством теории моделей.

- Математика становится логикой.

- Логика организует и упорядочивает мышление, освобождая нас от консерватизма при выборе объектов и методов исследования. Логика наших дней — важнейший инструмент и институт свободы.

- «Das *Wesen* der *Mathematik* liegt gerade in ihrer *Freiheit*». Следовательно, сущность математика заключена в его свободе.

- Свобода — это многоместный предикат. Нельзя быть свободным в одиночку.

- Утрата определённости — колоссальное приобретение математики, освобождение от шор категоричности.

- Отказ от единственности и стремление к единству — биколор математики XX века.

- Специалист по нестандартному анализу — наноаналитик, наналитик или неаналитик. Узус не определился.

- Изоморфность — никакое не основание для унификации имён. Наоборот, чтобы говорить об изоморфизме, желательно иметь две вещи (то есть и два имени). Не случайно математику считают искусством говорить одно и то же разными словами.

- Алгоритм — артефакт математической технологии.
- Исчисление интенционально.
- Техника движется от проблемы к проблеме, используя теории как ориентиры и средства. Теория движется от концепции к концепции, используя проблемы в качестве тестов.
- Приоритет можно рассматривать как бинарное отношение. Иногда приоритет выражает превалирование. Например, интересы людей имеют приоритет над интересами животных. Во многих случаях, говоря о приоритете, мы имеем в виду просто первенство по временно́й шкале.
- По понятию приоритет есть у первого по времени. Независимость событий с приоритетом напрямую не связана. Фраза «независимо и на двадцать лет позже» свидетельствует многолетнее невежество и текущую глупость написавшего её автора.
- Большие идеи интегрируют долгую предысторию, и потому приоритет на их формулировку часто условен.
- Приоритет полезен, так как его наличие отводит обвинения в плагиате.
- Знания и представления со временем обезличиваются. Люди когда-то считали, что Земля расположена на трёх китах и убеждены сейчас, что она довольно круглая. Однако авторство этих представлений мало кого волнует.
- Вопрос о том, кто создал дифференциальное исчисление, плохо поставлен. Знать, как возникло дифференциальное исчисление, полезно и поучительно. Независимость открытий Лейбница и Ньютона очевидна — их подходы к проблеме, интеллектуальный багаж и интенции совершенно различны. Между тем поведенческим образцом для многих поколений учёных стал беспочвенный спор о приоритете между Лейбницем и Ньютоном.
- Безумные попытки сохранить имена великих учёных в названиях размерных физических величин внесли в науку эзотерические черты мракобесия.

- Дифференциальное исчисление начиналось как техника конечных разностей — на дискретный инфинитезимальный каркас была натянута непрерывная оболочка.

- Судьба всё расставляет на свои места — механистические идеи Ньютона заняли почетное место в залах второго ряда истории естествознания, уступив центральную анфиладу воззрениям Эйнштейна.

- Научный оптимизм Лейбница, его мечта о calculemus и вера в лучший из миров становятся всё более и более востребованными. Удивительно — умерший бюрократом и лжеучёным, окружённым почетом льстецов, Ньютон уступает место в умах людей несчастному оплёванному Лейбницу, на похороны которого пришло два человека.

- Между алгеброй и геометрией нет двойственности. Алгебра и геометрия существуют в единстве.

- Есть задачи, которые мы не решаем, — мы не знаем, что такое пространство, и не знаем, что такое оператор.

- Определения, аксиомы и доказательства были до Евклида. Заслуга Евклида в том, что он увидел в них универсальный механизм защиты знаний от субъективизма.

- Бессмертен подвиг Евклида, составившего универсальную панораму античной математики. Традиции Евклида в XVIII веке подхватил Эйлер, учебники которого живы до наших дней. Выдающиеся образцы универсализма принадлежат XX веку. Коллективный проект Бурбаки соседствует в истории с удивительной самоотверженностью математических энциклопедистов Дьедонне, Ленга и Смирнова. Да Винчи, Роже, Вебстер — гиганты мировой культуры, прославившие свои народы. Подвиг Смирнова, продолжившего педагогическую традицию Эйлера в России, поставил его в ряд с Далем и Карамзиным.

- Остроградский и Лузин стоят вровень по универсальности математики, представленной в творчестве их учеников. Традиции универсализма в России живы в лучших математических школах и прежде всего в школе Колмогорова.

- Для Лузина понятие аналитического множества было вершиной математики и он искал того, кто эту вершину обнаружил. Не без оснований Лузин выбрал Лебега, который натолкнулся на аналитическое множество, но по ошибке принял его за борелевское. Ситуация вполне аналогична открытию Америки — Колумб полагал, что нашёл Индию. Лузин позиционировал аналитические множества по срокам ранее своих учеников и себя, считая их первооткрывателем Лебега. Ни безумия, ни криминала, ни плагиата, ни борьбы с учениками здесь нет.

- Как славно, что Громов и Перельман — носители духовного багажа А. Д. [Александрова]. Как замечательно, что мир А. Н. [Колмогорова] жил в Арнольде и Гельфанде. Как справедливо, что душа Н. Н. [Лузина] обитала и в А. Н., и в П. С. [Александрове].

- Прецеденты, образцы и примеры обладают доказательной силой. Евклид не обязан Гильберту. Перельман обязан Пуанкаре.

- Математиком быть не стыдно. Стыдно быть только математиком.

- Прорывы осуществляются на границе с непознанным, то есть на передовых рубежах науки.

- Любой тезис — разновидность суждения. Каждое суждение — проявление здравого смысла. Суждения общеупотребительны, но оглашать нечто противоречащее расхожим пословицам, поговоркам и притчам — моветон.

- Математика принадлежит человеку, в то время как формализация — удел компьютера. Вычислительная машина правит в чертогах формализации. Следовательно, любая претензия на универсальность формализации противоречит наиболее древнему и благородному математическому суждению — тезису Евклида, который гласит: «В математику нет царских путей».

- Компьютер не грейдер, а внедорожник.

- Путей назад в науке нет.

- Туда, где пониже, стекает всё, что пожиже.

- Теория «математического сверхчеловека» — точка зрения, состоящая в том, что более сильному математику позволено в жизни больше, нежели более слабому, что люди не равны перед минимальными требованиями морали и нравственности. Именно эту идеологию Гротендик называет меритократической и люто ненавидит.

- Лизоблюдство дня сегодняшнего, морализаторство и ёрничанье над предками и прошлым — злодейства хама.

- Хамство на костях гнусно.

- Поучительно полное отсутствие брезгливости и совести у тех, кто считает нормой свободы публичную трибуну для апологетики убийств.

- Гадости прошлого — опора негодяев сегодняшних и надежда негодяев будущего.

- Процедура — призрак озарения.

- Цитировать себя можно только при крайней необходимости, например, в случае непосредственного использования предыдущей своей работы, никем, никак и нигде больше не отражённой. Выполнить это пожелание трудно — мало кому удаётся оставаться в рамках приличий.

- Надо проявлять и сдержанность и скромность. Самовыпячивание и хвастовство унизительны. Хорошую работу заметят и, когда смогут, поймут. Полезное не пропадёт, да шансов такое написать немного. Поэтому стоит сохранить хотя бы своё доброе имя.

- Необходимый признак ума — критичность и, стало быть, самокритичность.

- Юбилей не репетиция панихиды, а праздник узнавания.

- Жизнь человека — уникальный эксперимент, последовательность событий, законы управления которыми от нас скрыты. Имеются разнообразные технологии распознавания, например, в криптографии. Увидеть зашифрованное часто помогает разбиение исследуемой последовательности на кусочки и их попарное сравнение. Юбилеи — дни камеральной обработки данных и поиска скрытых закономерностей пройденного пути.

- Презумпция невиновности имеет расширительное толкование за пределами юриспруденции. Как нравственный ориентир она влечёт презумпцию порядочности и доброты.

- Доминирование в популяции — животный инстинкт самцов, лежащий в основе многих низменных человеческих страстей и поступков.

- Не обязательно стать антисемитом или расистом, чтобы быть негодяем.

- Не все незаурядные люди, несущие клеймо антисемита или расиста, были антисемитами или расистами. Однако они достойны своей репутации, так как не гнушались ни антисемитизмом ни расизмом, используя мерзости как средства достижения личных целей.

- Хорошим и плохим учёным и человеком можно стать по очень разнообразным обстоятельствам.

- Человек отвечает перед другими и перед собой.

- Ответственность — элемент мировоззрения человека: «Мир — это мой мир, и за свой мир я отвечаю». Ответственность перед собой — это совесть, то есть стыд, направленный на самого себя.

- Наличие или отсутствие совести никак не связано с ответственностью перед другими. Немало отбывших наказание по суду остаются людьми совершенно безответственными. История хранит горы сведений о начисто лишённых совести фараонах, василевсах, генсеках и президентах.

- Совесть выше целесообразности. Поступать по совести — это шанс.

- Приказывать горько. Власть даёт силу приказа, а совесть — моральный авторитет.

- Было то, что было. Будет то, что будет, и есть то, что есть. Эта классическая констатация безупречна, но не полна. Надо делать не то, что всегда, а то, что до́лжно. Поступать не так, как всегда, а как следует. Прошлое — зона ответственности. Будущее — поле возможностей. Настоящее — арена поступков.

- Нравственный нигилизм — забвение прошлого. Изменить прошлое нельзя. Можно исправить некоторые ошибки. Можно искупить часть вины. Можно стать лучше.

- Мы отвечаем за прошлое и отбираем варианты будущего сейчас. Как мы относимся друг к другу, в таких отношениях мы и состоим. Наши средства лимитируют выбранные цели и могут вести как к ним, так и в сторону.

- Геронтологическая демаркация полезна. Надо поощрять задор и предприимчивость молодых, сохраняя потенциал новаторства и навыки лидерства учёных старших поколений.

- Наука не отступала прежде и не отступит в будущем от своих принципов. Каким бы консервативным и склонным к лености человечество ни казалось и ни бывало временами, оно весьма прагматично, даже прижимисто и нажитыми ценностями дорожит. Люди по отдельности любят командовать, но все вместе сохраняют осмотрительность и недоверие ко всякой власти, к любой попытке одного человека или группы лиц манипулировать другими, навязывать им свои представления и волю. Люди небезупречны, но далеко не безнадежны. Их скепсис, любознательность и свободное мышление — вечные источники неиссякаемой силы и несказанных чудес науки.

- Посев истины как инструмент добра — традиция отечественной школы. Эгоцентризм, зависть, ненависть и слабоумие в форме патриотической ксенофобии — активные сорняки науки в России. Ни они, ни другие плевелы и чертополохи страстей человеческих никогда не могли подавить всходы истины и добра до конца, как свидетельствует вся трагичная история российской науки. Это оставляет нам надежду.

26 апреля 2009 г.

Глава 62

The Call of Mathematics

Mathematics prevails in knowledge as the most ancient of sciences. However, in the beginning was the word. We must remember that the olden "logos" resides beyond grammar. Today's mathematics became the bastion of logic, the savior of the order of mind, and the objectivity of reasoning.

The intellectual field resides beyond the grips of the law of diminishing returns. The more we know, the huger the frontiers become with the unbeknown, the oftener we meet the mysterious. The twentieth century enriched our geometrical views with the concepts of space-time and fractality. Each instance of knowledge is an event, a point in the Minkowski 4-space. The realm of our knowledge comprises a clearly bounded set of these instances. The frontiers of science produce the boundary between the known and the unknown which is undoubtedly fractal and we have no grounds to assume it rectifiable or measurable. It is worth noting in parentheses that rather smooth are the routes to the frontiers of science which are charted by teachers, professors, and all other kinds of educationalists. Pedagogics dislikes saltations and sharp changes of the prevailing paradigm. Possibly, these topological obstructions reflect some objective difficulties in modernizing education. The proofs are uncountable of the fractality of the boundary between the known and the unbeknown. Among them we see such negative trends as the unleashed growth of pseudoscience, mysticism, and other forms of obscurantism which creep into all lacunas of the unbeknown. As revelations of fractality appear the most unexpected, beautiful, and stunning interrelations between seemingly distant areas and directions of science. Mathematics serves as the principal catalyst of the unity of science. There is much evidence of the indispensability of mathematics in modernization and sustainable development.

We are granted the blissful world that has the indisputable property of unique existence. The solitude of reality was perceived by our ancestors as the ultimate proof of unicity. Mathematics has never liberated itself from the tethers of experimentation. The reason is not the simple fact that we still complete proofs by declaring "obvious." Alive and rather popular are the views of mathematics as a toolkit for the natural sciences. These stances may be expressed by the slogan: "Mathematics is experimental theoretical physics." Not less popular is the dual claim that "theoretical physics is experimental mathematics." The coupled mottoes reflect the close affinity of the trails of thought in mathematics and the natural sciences.

It is worth observing that the dogmata of faith and the principles of theology are also well reflected in the history of mathematical theories. Variational calculus was invented in search of better understanding of the principles of mechanics, resting on the religious views of the universal beauty and harmony of the act of creation.

Mathematics is a rather specific area of intellectual creativity which possesses its own unmatched particularities. Georg Cantor, the founder of set theory, wrote in one of his classical papers in 1883 as follows: "…das *Wesen* der *Mathematik* liegt gerade in ihrer *Freiheit*." In other words, "the essence of mathematics resides in its freedom." The freedom of modern mathematics does not reduce to the absence of exogenous limitations of the objects and methods of research. To a great extent, the freedom of mathematics is disclosed in the new intellectual tools it provides for taming the universe, liberating humans, and expanding the boundaries of their independence.

The twentieth century marked an important twist in the content of mathematics. Mathematical ideas imbued the humanitarian sphere and, primarily, politics, sociology, and economics. Social events are principally volatile and possess a high degree of uncertainty. Economic processes utilize a wide range of the admissible ways of production, organization, and management. The nature of nonunicity in economics transpires: The genuine interests of humans cannot fail to be contradictory. The unique solution is an oxymoron in any nontrivial problem of economics which refers to the distribution of goods between a few agents. It is not by chance that the social sciences and instances of humanitarian mentality invoke the numerous hypotheses of the best organization of production and consumption, the justest social structure, the codices of rational behavior and moral conduct, etc.

The twentieth century became the age of freedom. Plurality and unicity were confronted as collectivism and individualism. Many particular phenomena of life and culture reflect their distinction. The dissolution of monarchism and tyranny was accompanied by the rise of parliamentarism and democracy. In mathematics the quest for plurality led to the abandonment of the overwhelming pressure of unicity and categoricity. The latter ideas were practically absent, at least minor, in Ancient Greece and sprang to life in the epoch of absolutism and Christianity. Quantum mechanics and Heisenberg's uncertainty incorporated plurality in physics. The waves of modernism in poetry and artistry should be also listed. Mankind had changed all valleys of residence and dream.

The thesis of universal mathematization enlightens many trends of today's thought. Many new synthetical areas of research are the gains of mathematics which are decorated with outstanding advances in economic cybernetics, theoretical programming, mathematical linguistics, mathematical chemistry, and mathematical biology. Mathematization of the human sciences and the human dimension of the natural sciences are familiar features of modernism.

Mathematics is a human science involving the abstractions in which the humans perceive forms and relations. Mathematics is impossible without the disciples, professional mathematicians. Obviously, the essence of mathematics is disclosed to us only as expressed in the contributions of scientists. Therefore, it would be not a great exaggeration to paraphrase the words of Cantor and say that *the essence of the mathematician resides in freedom.*

In science we appraise and appreciate that which makes us wiser. The notions of a good theory open up new possibilities of solving particular problems. Rewarding is the problem whose solution paves way to new fruitful concepts and methods. Condescension is the mother of mediocrity. A fresh product of a mediocrity is called a banality. Time makes banal the most splendid achievements, seminal theories, and challenging problems. Indispensability is the most important quality of a good problem or theory which refrains us from producing banalities.

The greatest minds create indispensable scientific concepts and ponder them over. They pose indispensable scientific problems and contemplate over their solutions. The indispensable theories and problems propel science. The best scientists propounded not only indispensable theories and addressed not only indispensable problems. But only indispensable theorems and problems make these scientists great.

A good theory enables us to settle some indispensable problems. We know many classical examples of fruitful and powerful theories. Euclidean geometry and differential calculus were gigantic breakthroughs in the understanding and mastering of the reality. Centuries witness the strength and power of these theories yielding everyday's solutions of uncountably many practical problems. Solution of an indispensable problem is a grind stone for a good theory since it requires a new conceptual technique and revision of the available theoretical gadgets. Squaring the circle, the variational principles of mechanics, and the majority of the Hilbert problems provide examples of the questions that brought about sweeping changes in the theoretical outlook of science.

We must not narrow and simplify the concept of a problem. Science endeavors to make the complex the simple. Therefore, always actual are the reconsideration and inventory of the available theories as well as their simplification, generalization, and unification. The history of science knows many examples of the perfection, beauty, and practical power of the theories that arose by way of abstraction and codification of the preceding views. The success of a new theory proves that this theory was indispensable.

Freedom in science is the consciousness and appreciation of the indispensable, a vaccine against banality. The call of freedom is inseparable from the call of mathematics.

May 26, 2007

Глава 63

Excursus into the History of Calculus

The Russian version of this talk appeared firstly in the mimeographed notes "Fundamentals of Nonstandard Mathematical Analysis" for the students of Novosibirsk State University in 1984. Its English versions served as the introduction to *Nonstandard Methods of Analysis* by A. Kusraev and S. Kutateladze (Kluwer Academic Publisher, 1994) and *Infinitesimal Analysis* by E. Gordon, A. Kusraev, and S. Kutateladze (Kluwer Academic Publishers, 2002).

The ideas of differential and integral calculus are traceable from the remote ages, intertwining tightly with the most fundamental mathematical concepts.

I admit readily that to present the evolution of views of mathematical objects and the history of the processes of calculation and measurement which gave an impetus to the modern theory of infinitesimals requires the Herculean efforts far beyond my abilities and intentions.

The matter is significantly aggravated by the fact that the history of mathematics has always fallen victim to the notorious incessant attempts at providing an apologia for all stylish brand-new conceptions and misconceptions. In particular, many available expositions of the evolution of calculus could hardly be praised as complete, fair, and unbiased. One-sided views of the nature of the differential and the integral, hypertrophy of the role of the limit and neglect of the infinitesimal have been spread so widely in the recent decades that it is impossible to ignore their existence.

It has become a truism to say (cf. [1, p. 433]) that

> ... the very foundations of the calculus were long obscured by an unwillingness to recognize the exclusive right of the limit concept as the source of the new methods.

However, Pontryagin was right to remark in [2, pp. 64–65] as follows:

> In a historical sense, integral and differential calculus had already been among the established areas of mathematics long before the theory of limits. The latter originated as superstructure over an existent theory. Many physicists opine that the so-called rigorous definitions of derivative and integral are in no way necessary for satisfactory comprehension of differential and integral calculus. I share this viewpoint.

Considering the above, it is worthwhile to discuss a few turning points and crucial ideas in the evolution of analysis as expressed in the words of classics. The choice of the corresponding fragments is doomed to be subjective. Nevertheless, the selection below seems sufficient for anyone to acquire a critical attitude to the numerous incomplete and misleading delineations of the evolution of infinitesimal methods.

G. W. Leibniz and I. Newton

The ancient name for differential and integral calculus is “infinitesimal analysis.”[1]

The first textbook on this subject was published as far back as in 1696 under the title *Analyse des infiniment petits pour l’intelligence des lignes courbe*. The textbook was compiled by de l’Hôpital as a result of his contacts with J. Bernoulli (senior), one of the most famous disciples of Leibniz.

The history of creation of mathematical analysis, the scientific legacy of its founders and their personal relations have been studied in full detail and even scrutinized. Each fair attempt is welcome at reconstructing the train of thought of the men of genius and elucidating the ways to

[1] This term was used in 1748 by Leonhard Euler in *Introductio in Analysin Infinitorum* [3] (cf. [4, p. 324]).

new knowledge and keen vision. We must however bear in mind the principal differences between the draft papers and notes, the personal letters to colleagues, and the articles written especially for publication. It is therefore reasonable to look at the "official" presentation of Leibniz's and Newton's views of infinitesimals.

The first publication on differential calculus was Leibniz's article "Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractals nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus" (see [5]). This article was published in the Leipzig journal "Acta Eruditorum" more than three centuries ago in 1684.

Leibniz gave the following definition of differential. Considering a curve YY and a tangent at a fixed point Y on the curve which corresponds to a coordinate X on the axis AX and denoting by D the intersection point of the tangent and axis, Leibniz wrote:

> Now some straight line selected arbitrarily is called dx and another line whose ratio to dx is the same as of ... y ... to XD is called ... dy or difference (*differentia*) ... of y ....

The essential details of the picture accompanying this text are reproduced in Fig. 1.

By Leibniz, given an arbitrary dx and considering the function $x \mapsto y(x)$ at a point x, we obtain

$$dy := \frac{YX}{XD} dx.$$

In other words, the differential of a function is defined as the appropriate linear mapping in the manner fully acceptable to the majority of the today's teachers of analysis.

Leibniz was a deep thinker and polymath who believed (see [7, pp. 492–493]) that

> the invention of the syllogistic form ranks among the most beautiful and even the most important discoveries of the human mind. This is a sort of *universal mathematics* whose significance has not yet been completely comprehended. It can be said to incarnate the art of faultlessness. . . .

Leibniz understood definitely that the description and substantiation of the algorithm of differential calculus (in that way he referred to the rules of differentiation) required clarifying the concept of tangent. He proceeded with explaining that

> we have only to keep in mind that to find a tangent means to draw the line that connects two points of the curve at an infinitely small distance, or the continued side of a polygon with an infinite number of angles which for us takes the place of the curve.

We may conclude that Leibniz rested his calculus on appealing to the structure of a curve "in the small."

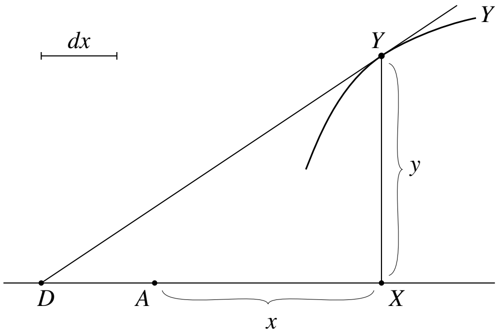


Fig. 1

At that time, there were practically two standpoints as regards the status of infinitesimals. According to one of them, which seemed to be shared by Leibniz, an infinitely small quantity was thought of as an entity "smaller than any given or assignable magnitude." Actual "indivisible" elements comprising numerical quantities and geometrical figures are the perceptions corresponding to this concept of the infinitely small. Leibniz did not doubt the existence of "simple substances incorporated into the structure of complex substances," i.e., *monads*. "It is these monads that are the genuine atoms of nature or, to put it short, elements of things" [6, p. 413].

For the other founder of analysis, Newton, the concept of infinite smallness is primarily related to the idea of vanishing quantities [8, 9]. He viewed the indeterminate quantities "not as made up of indivisible particles but as described by a continuous motion" and "as increasing or decreasing by a perpetual motion, in their nascent or evanescent state."

The celebrated "method of prime and ultimate ratios" reads in his classical treatise *Mathematical Principles of Natural Philosophy* (1687) as follows (see [9, p. 101]:

> Quantities, and the ratios of quantities, which in any finite time converge continuously to equality, and before the end of that time approach nearer to each other than by any given difference, become ultimately equal.

Propounding the ideas which are nowadays attributed to the theory of limits, Newton exhibited the insight, prudence, caution, and wisdom characteristic of any great scientist pondering over the concurrent views and opinions. He wrote (see [8, p. 169]):

> To institute an analysis after this manner in finite quantities and investigate the prime or ultimate ratios of these finite quantities when in their nascent state is consonant to the geometry of the ancients, and I was willing to show that in the method of fluxions there is no necessity of introducing infinitely small figures into geometry.
>
> Yet the analysis may be performed in any kind of figure, whether finite or infinitely small, which are imagined similar to the evanescent figures, as likewise in the figures, which, by the method of indivisibles, used to be reckoned as infinitely small provided you proceed with due caution.

Leibniz's views were as much pliable and in-depth dialectic. In his famous letter to Varignion of February 2, 1702 [9], stressing the idea that "it is unnecessary to make mathematical analysis depend on metaphysical controversies," he pointed out the unity of the concurrent views of the objects of the new calculus:

> If any opponent tries to contradict this proposition, it follows from our calculus that the error will be less than any possible assignable error, since it is in our power to make this incomparably small magnitude small enough for this purpose, inasmuch as we can always take a magnitude as small as we wish. Perhaps this is what you mean, Sir, when you speak on the inexhaustible, and the rigorous demonstration of the infinitesimal calculus which we use undoubtedly is to be found here. ...
>
> So it can also be said that infinites and infinitesimals are grounded in such a way that everything in geometry, and even in nature, takes place as if they were perfect realities. Witness not only our geometrical analysis of transcendental curves but also my law of continuity, in virtue of which it is permitted to consider rest as infinitely small motion (that is, as equivalent to a species of its own contradictory), and coincidence as infinitely small distance, equality as the last inequality, etc.

Similar views were expressed by Leibniz in the following quotation (see [6, p. 190]) whose end in italics is often cited in works on infinitesimal analysis in the wake of Robinson [22, pp. 260–261]:

> There is no need to take the infinite here rigorously, but only as when we say in optics that the rays of the sun come from a point infinitely distant, and thus are regarded as parallel. And when there are more degrees of infinity, or infinitely small, it is as the sphere of the earth is regarded as a point in respect to the distance of the sphere of the fixed stars, and a ball which we hold in the hand is also a point in comparison with the semidiameter of the sphere of the earth. And then the distance to the fixed stars is infinitely infinite or an infinity of infinities in relation to the diameter of the ball. For in place of the infinite or the infinitely small we can take quantities as great or as small as is necessary in order that the error will be less than any given error. In this way *we only differ from the style of Archimedes in the expressions, which are more direct in our method and better adapted to the art of discovery.*

L. Euler

The eighteenth century is rightfully called the age of Euler in the history of mathematical analysis (cf. [13]). Everyone looking through his textbooks [14] will be staggered by subtle technique and in-depth penetration into the essence of the subject.

It is worth recalling that an outstanding Russian engineer and scientist Krylov went into raptures at the famous Euler formula $e^{i\pi} = -1$ viewing it as the quintessential symbol of integrity of all branches of mathematics. He noted in particular that "here 1 presents arithmetic; i, algebra; π, geometry; and e, analysis."

Euler demonstrated an open-minded approach, which might deserve the epithet "systemic" today, to studying mathematical problems: he applied the most sophisticated tools of his time. We must observe that part and parcel of his research was the effective and productive use of various infinitesimal concepts, first of all, infinitely large and infinitely small numbers. Euler thoroughly explained the methodological background of his technique in the form of the "calculus of zeros."

It is a popular fixation to claim that nothing is perfect and to enjoy the imaginary failures and follies of the men of genius ("to look for sunspots" in the words of a Russian saying). For many years Euler had been incriminated in the "incorrect" treatment of divergent series until his ideas were fully accepted at the turn of the twentieth century.

We may encounter such a phrase in the literature: "As to the problem of divergent series, Euler was sharing quite an up-to-date point of view." It would be more fair to topsy-turvy this phrase and say that the mathematicians of today have finally caught up with some of Euler's ideas. In fact the opinion that "we cannot admire the way Euler corroborates his analysis by introducing zeros of various orders" is as self-assured as the statement that "giants, notably, Euler and Lagrange, had given incorrect logical foundations." It stands to reason to admit once and for ever that Euler was in full possession of analysis and completely aware what he had created.

G. Berkeley

The general ideas of analysis greatly affected the lineaments of the ideological outlook in the eighteenth century. The most vivid examples of the depth of penetration of the notions of infinitely large and infinitely small quantities into the cultural media of that time are in particular *Gulliver's Travels* by Jonathan Swift published in 1726 (Lilliput and Brobdingnag) and the celebrated *Micromegas 1752* written by bright and venomous F. M. Arouer, i.e., Voltaire.

Of interest is the fact that as an epigraph for his classical treatise [22], Robinson chose the beginning of the following speech of Micromegas (cf. [10, p. 154]):

> Now I see clearer than ever that nothing can be judged by its visible magnitude. Oh, my God, who granted reason to creatures of such tiny sizes! An infinitely small thing is equal to an infinitely large one when facing you; if living beings still smaller than those were possible, they could have reason exceeding the intellect of those magnificent creatures of yours which I can see in the sky, and one foot of which could cover the earth.

A serious and dramatic impact on the development of infinitesimal analysis was made in 1734 by Bishop Berkeley, a great cleric and theologian, who published the pamphlet *The Analyst, or a Discourse Addressed to an Infidel Mathematician, wherein it is examined whether the object, principles and inferences of the modern analysis are more deduced than* *religious mysteries and points of faith* [11]. By the way, this Infidel Mathematician was E. Halley, a brilliant astronomer and a young friend of Newton.

The clerical spirit of this article by Berkeley is combined with aphoristic observations and killing precision of expression. The leitmotif of his criticism of analysis reads:

> Error may bring forth truth, though it cannot bring forth science.

Berkeley's challenge was addressed to all natural sciences:

> I have no controversy about your conclusions, but only about your logic and method. How do you demonstrate? What objects are you conversant with, and whether you conceive them clearly? What principles you proceed upon; how sound they may be; and how you apply them?

Berkeley's invectives could not be left unanswered by the most progressive representatives of the scientific thought of the eighteenth century, the encyclopedists.

J. D'Alembert and L. Carnot

A turning point in the history of the basic notions of analysis is associated with the ideas and activities of D'Alembert, one of the initiators and leading authors of the immortal masterpiece of the thought of the Age of Enlightenment, the French *Encyclopedia or Explanatory Dictionary of Sciences, Arts, and Crafts.*

In the article "Differential" he wrote: "Newton never considered differential calculus to be some calculus of the infinitely small, but he rather viewed it as the method of prime and ultimate ratios" [9, p. 157]. D'Alembert was the first mathematician who declared that he had found the proof that the infinitely small "do exist neither in Nature nor in the assumptions of geometricians" (a quotation from his article "Infinitesimal" of 1759).

The D'Alembert standpoint in *Encyclopedia* contributed much to the formulation by the end of the eighteenth century of the understanding of an infinitesimal as a vanishing magnitude.

It seems worthy to recall in this respect the book by Carnot *Considerations on Metaphysics of the Infinitely Small* wherein he observed that "the notion of infinitesimal is less clear than that of limit implying nothing else but the difference between such a limit and the quantity whose ultimate value it provides."

B. Bolzano, A. Cauchy, and K. Weierstrass

The nineteenth century was the time of building analysis over the theory of limits. Outstanding contribution to this process belongs to Bolzano, Cauchy, and Weierstrass whose achievements are mirrored in every traditional textbook on differential and integral calculus.

The new canon of rigor by Bolzano, the definition by Cauchy of an infinitely small quantity as a vanishing variable and, finally, the ε-δ-technique by Weierstrass are indispensable to the history of mathematical thought, becoming part and parcel of the modern culture.

It is worth observing (see [9]) that, giving a verbal definition of continuity, both Cauchy and Weierstrass chose practically the same words:

> An infinitely small increment given to the variable produces an infinitely small increment of the function itself. (CAUCHY)
>
> Infinitely small variations in the arguments correspond to those of the function. (WEIERSTRASS)

This coincidence witnesses the respectful desire of the noble authors to interrelate the new ideas with the views of their great predecessors.

Speculating about significance of the change of analytical views in the nineteenth century, we should always bear in mind the important observation by Severi [12, p. 113] who wrote:

> This reconsideration, close to completion nowadays, has however no ultimate value most scientists believe in. Rigor itself is, in fact, a function of the amount of knowledge at each historical period, a function that corresponds to the manner in which science handles the truth.

N. N. Luzin

The beginning of the twentieth century in mathematics was marked by a growing distrust of the concept of infinitesimal. This tendency became prevailing as mathematics was reconstructed on the set-theoretic foundation whose proselytes gained the key strongholds in the 1930s.

In the first edition of the *Great Soviet Encyclopedia* in 1934, Luzin wrote (cf. [16, pp. 293–294]):

> As to a constant infinitely small quantity other than zero, the modern mathematical analysis, without discarding the formal possibility of defining the idea of a constant infinitesimal (for instance, as a corresponding segment in some non-Archimedean geometry), views this idea as absolutely fruitless since it turns out impossible to introduce such an infinitesimal into calculus.

The publication of the textbook *Fundamentals of Infinitesimal Calculus* by Vygodskiĭ became a noticeable event in Russia at that time and gave rise to a serious and sharp criticism. Vygodskiĭ tried to preserve the concept of infinitesimal by appealing to history and paedeutics.
He wrote in particular (cf. [15, p. 160]):

> If it were only the problem of creating some logical apparatus that could work by itself then, having eliminated infinitesimals from considerations and having driven differentials out of mathematics, one could celebrate a victory over the difficulties that have been impeded the way of mathematicians and philosophers during the last two centuries. Infinitesimal analysis originated however from practical needs, its relations with the natural sciences and technology (and, later, with social sciences) becoming increasingly strong and fruitful in the course of time. Complete elimination of infinitesimals would hinder these relations or even make them impossible.

Discussing this textbook by Vygodskiĭ, Luzin wrote in the 1940s (cf. [16, p. 398]):

> This course, marked by internal integrity and lit by the great idea the author remains faithful to, falls beyond the framework of the style in which the modern mathematical analysis has been developed for 150 years and which is now nearing its completion.

Luzin's attitude to infinitesimals deserves special attention as apparent manifestation and convincing evidence of the background drama typical of the history of every profound idea that enchants and inspires the mankind. Luzin had a unique capability of penetration into the essence of the most intricate mathematical problems, and he might be said to possess a remarkable gift of foresight [17, 18, 21].

The concept of actual infinitesimals seemed to be extremely appealing to him psychologically, as he emphasized [16, p. 398]:

> The idea about them has never been successfully driven out of my mind. There are obviously some deeply hidden reasons still unrevealed completely that make our minds inclined to looking at infinitesimals favorably.

In one of his letters to Vygodskiĭ which was written in 1934 he predicted that

> infinitesimals will be fully rehabilitated from a perfectly scientific point of view as kind of "mathematical quanta."

In another of his publications (cf. [19]), Luzin sorrowfully remarked:

> When the mind starts acquaintance with analysis, i.e., during the mind's spring season, it is the infinitesimals, which deserve to be called the "elements" of quantity, that the mind begins with. However, surfeiting itself gradually with knowledge, theory, abstraction and fatigue, the mind gradually forgets its primary intentions, smiling at their "childishness." In short, when the mind is in its autumn season, it allows itself to become convinced of the unique sound foundation by means of limits.

This limit conviction was energetically corroborated by Luzin in his textbook *Differential Calculus* wherein he particularly emphasized [20, p. 61]:

> To grasp the very *essence of the matter* correctly, the student should first of all made it clear that each infinitesimal is always a variable quantity *by its very definition*; therefore, no constant number, however tiny, is *ever* infinitely small. The student should beware of using comparisons or similes of such a kind for instance as "One centimeter is a magnitude infinitely small as compared with the diameter of the sun." This phrase is pretty incorrect. Both magnitudes, i.e., one centimeter and the diameter of the sun, are constant quantities and so they are *finite*, one much smaller than the other, though. Incidentally, one centimeter is not a small length at all as compared for instance with the "thickness of a hair," becoming a long distance for a moving microbe. In order to

> eliminate any risky comparisons and haphazard subjective similes, the student *must remember that neither constant magnitude is infinitesimal nor any number, however small these might be.* Therefore, it would be quite appropriate to abandon the term "*infinitesimal magnitude*" in favor of the term "*infinitely vanishing variable*," as the latter expresses the *idea of variability* most vividly.

A. Robinson

The seventh posthumous edition of this textbook by Luzin was published in 1961 simultaneously with Robinson's *Non-Standard Analysis* which laid a modern foundation for the calculus of infinitesimals. Robinson based his research on the local theorem by Malcev, stressing its "fundamental importance for our theory" [22, p. 13] and giving explicit references to Malcev's article dated as far back as 1936. Robinson's discovery elucidates the ideas of the founders of differential and integral calculus, witnessing the spiral evolution of mathematics.

Литература

[1] Courant R., Robbins G., and Steward I., *What Mathematics Is. An Elementary Survey of Ideas and Methods.* New York and Oxford: Oxford University Press (1996).

[2] Pontryagin L. S., *Mathematical Analysis for Schoolchildren.* Moscow: Nauka Publishers (1980) [in Russian].

[3] Euler L., *Introduction to Analysis of the Infinite. Book I.* Springer-Verlag, New York etc. (1988).

[4] Kline M., *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*, Oxford: Oxford University Press (1972).

[5] Leibniz G. W., "Nova Methodus pro Maximis et Minimis, Itemque Tangentibus, quae nec Fractals nec Irrationales Quattitates, et Singulare pro Illus Calculi Genns," Uspekhi Mat. Nauk, **3**, No. 1, 166–173 (1948) [in Russian].

[6] Leibniz G. W., *Selected Works. Vol. 1.* Moscow: Mysl′ Publishers (1983) [in Russian].

[7] Leibniz G. W., *Selected Works. Vol. 2.* Moscow: Mysl′ Publishers (1984) [in Russian].

[8] Newton I., *The Mathematical Papers of Isaac Newton.* Moscow and Leningrad: ONTI (1937) [in Russian].

[9] *Reader on the History of Mathematics.* Moscow: Prosveshchenie Publishers, Moscow (1977) [in Russian].

[10] Voltaire, *Verses and Proses.* Moscow: Moskovskiĭ Rabochiĭ (1997) [in Russian].

[11] Berkeley G., *The Works. Vol. 1–4.* Bristol: Thoemmes Press (1994).

[12] Severi F., "Italian algebraic geometry, its rigor, methods, and problems," Mathematics, **3**, No. 1, 111–141 (1959).

[13] Boyer C. B., *A History of Mathematics.* New York etc.: John Wiley and Sons Inc. (1968).

[14] Euler L., *Opera Omnia. Series Prima: Opera Mathematica.* Vol. 1–29. Basel etc.: Birkhäuser-Verlag.

[15] Vygodskiĭ M. Ya., *Fundamentals of the Calculus of Infinitesimals.* Moscow and Leningrad: GTTI (1933) [in Russian].

[16] Luzin N. N., *Collected Works. Vol. 3.* Moscow: Izdat. Akad. Nauk SSSR, (1959) [in Russian].

[17] Lavrent′ev M. A., "Nikolaĭ Nikolaevich Luzin," Uspekhi Mat. Nauk, **29**, No. 5, 177–182 (1979) [in Russian] .

[18] Lavrent′ev M. A., *Science. Technical Progress. Personnel.* Novosibirsk: Nauka Publishers (1980) [in Russian].

[19] Vilenkin N., "The commander of 'Lusitania'," Znanie—Sila, No. 1, 27–29 (1984) [in Russian].

[20] Luzin N. N., *Differential Calculus.* Moscow: Vysshaya Shkola (1961) [in Russian].

[21] "Luzin N. N., the outstanding mathematician and teacher," Vestnik Akad. Nauk SSSR, No. 11, 95–102 (1984).

[22] Robinson A., *Non-Standard Analysis.* Princeton: Princeton Univ. Press (1996).

Глава 64

Math's If

An Imitation of Rudyard Kipling

If you can prove ahead when all about you
Have lost your points and put the blame on you;
If you can trust your proof when all men doubt you,
But make allowance for their doubting too:
If you can prove and not be tired by proving,
Or, being questioned, don't deal in lies,
Or, being asked examples, don't be roving,
And give a few, but don't talk too wise;

If you can claim and prove claims at your lectures;
If you can count, not making count your aim,
If you can meet with problems and conjectures
And treat all kinds of challenge just the same:
If you can't bear to see the questions you have posed
Dissolved by knaves to make a trap for fools,
Or find the problems you adore unclosed
And start again to solve'em up with novel tools;

If you can mark each of your own papers
That yield a vicious circle with a cross,
And start again controlling mental scrapers,
And never breathe a word about your loss:
If you can force your mind and nerve and sinew

To serve your proof long after they are gone,
And so prove on when there is nothing in you
Except the Will which says to them: "Prove on!"

If you can talk your Math and keep your virtue,
Or walk with deans—nor lose the common touch,
If neither foes nor loving friends can hurt you,
If all men count with you, but none too much:
If you can fill the last remaining minute
With sixty seconds' Q.E.D. to end,
You're fond of Math and everything that's in it
And, which is more, Math blesses you, my friend.

April 1, 2007

Глава 65

On Science and Beyond

- “All men by nature desire to know.” This is the first sentence of *Metaphysics* by Aristotle.

- Science reminds of the Tower of Babel.

- Science is the art of expressing the complex in simple words.

- Mathematics studies the forms of reasoning, quantitative as well as qualitative.

- Mathematics consists in provable counting.

- Mathematics is the science of the infinitude of abilities of *Homo finitus*.

- Mathematics is mostly a humanitarian science or, in other words, an unnatural science. The definitive particularity of mathematics is the desire of complete elimination of anything human.

- Mathematics is not a divine gift. Mathematics is a human enterprise, challenge, and endeavor.

- Poincaré said that mathematics is the art of giving the same name to different things. It follows that a few different names may be given to the same thing. This is a trap for laymen: to invent new names for old things is not mathematics.

- The mathematician seeks for common features of different things. The grifter makes different things look alike.
- Farfetched is any comparison between mathematics and physics or linguistics.
- Science had ceased to be mathematics ages ago, but still carries the genome of *mathesis universalis.*
- Science is "supersensible," implying that its content cannot be wholly revealed without man.
- Science is the soul of freedom.
- Nature will remain after the extinction of mankind. However, gone for ever will be the "supersensible" human culture that lies beyond material objects or is implanted in them by man. This is how science will disappear, demonstrating its anthropogenic—human—origin.
- Leadership and command have different functions in science. The leader paves ways, and the boss is needed for justice. No leader must be just, and nobody needs an unjust boss. Situation is much more intricate beyond science. The boss must take final decisions, like Korolëv who endorsed the resolution: "The Moon is firm."
- Science is not a trade but a service.
- Science serves truth rather than justice.
- There is a chasm of estrangement between science and power. Power confronts freedom which is the essence of mathematics and entire science.
- The renegades of science lick the vertical of power.
- Mediocrity hates talent deeply and passionately, while lavishing all kinds of hindrance and obstacle to erect.
- The academic community nurtures its own undertakers, considering mediocrity harmless.
- Shame goes to the academic community that relinquishes the freedom of self-control.

- Each scientist carries his own source of degradation of science.
- Self-assurance, myopia, and senility are symptoms of academic provincialism.
- The ideal academic community consists of the scientists by belief, i.e., the persons who consider the principles of science as imperatives.
- Science enrolls common persons, each of which turns into a scientist by belief from time to time. These short epiphanies are the crux, essence, and value of life in science.
- Schools and only schools make the people of science into scientists by belief.
- The academic community is alive while there is a developing science. Since quite a few can change science, the power of the academic community is other than zero.
- Great science tends to vanish and never resurrect in the history of particular nations. Ancient Greece and Nazi Germany exhibited notorious examples. If we fail to preserve science in Russia now, it would possibly vanish for ever.
- Science is propelled by inevitable theories and inevitable problems. The great scientists propounded not only inevitable theories and addressed not only inevitable problems. However, only inevitable theories and inevitable problems had made these scientists great.
- What problems are more important—solved or unsolved? This is an example of an ostensibly intelligent question that is incorrect to some extent. Search of an answer seems to belong to philosophy. However, we—the scientists of the chalk and computer—are not adverse to the love of wisdom. The above question might be a reason for stopping and looking from aside at one's own life and work. Reflection is a philosopher's bread which is edible to us, the common persons of utilitarian specifics.
- We know theorems of a genius whereas there are no evil theorems. However, brilliant theories and experiments coexist in the history of mankind with misanthropic theories and vivisection. Science alienates villainy. Evil is the stigma of pseudoscience.

- Science serves. Pseudoscience dissolves.
- Pseudoscience is more attractive than science. Precaution must be exercised.
- Science dislikes subjectivity and vanity from the times of Ecclesiastes. Far from haphazard is the idea of a scientist in an ebony tower.
- Sexism pertains to personal inclinations. It is not a grammatical issue.
- Service to science posed to man a highly intractable problem of destroying his subjectivity. The subject destroying his own subjectivity is the image that might inspire the Rhodes sculptors of Laokoön.
- Man is gifted and lazy to the utmost degree.
- Talent lives in every body; genius, in a few.
- Lenity is the mother of mediocrity. Banality is the produce of mediocrity.
- Every professor likes knowledge. The old professor prefers old knowledge; and the young professor, new knowledge. This leads to disharmony in education.
- The researcher esteems novelty. The naturalist adores discoveries. The employee of science respects publication, and the scientist likes that which makes him wiser.
- *Homo vulgaris*, a biological man, does not change in the sense that he never transfers the acquired traits to his descendants. *Homo vulgaris* is rather modest and simple.
- *Homo socialis*, a social man, transfers his skills and knowledge. *Homo socialis* is selfless and optimistic.
- *Homo vulgaris* is mortal. *Homo socialis* is not eternal, but capable of resurrection and immortality.
- *Homo vulgaris* is the ideal of Nietzsche. *Homo socialis* is the descendant of Qohelet.

- Ego is the measure of *Homo vulgaris*. The measure of *Homo socialis* is personality.

- Leo Tolstoy's formula:

$$\text{Man} \sim \frac{\text{Personality}}{\text{Ego}}$$

- Personality is broader than professionalism.

- Grandeur is not an indulgence.

- *De mortuis aut bene, aut nihil.* This mismatches the immortal.

- Shakespeare was a dramatist, and science is not a superstition. This is worthy to observe while reading Leo Tolstoy.

- Superficiality and thoughtlessness are extenuating circumstances for fools rather than geniuses.

- Great men made quite a few mistakes, but it is indecent to put buffoon's caps on them.

- Religion, the ancient psychotherapy, is created by man for himself and oriented to himself, alleviating him from the burdens of the real world and promising regeneration or immortality after death. It is the Lord or ancestors rather than man who occupy the center of religion.

- Science is created by man for future generations. It enables man to overcome his biological limits and to acquire immortality in descendants. Man is the source and aim of science.

- Religion is an idol of *Homo vulgaris*. Science is a tool of *Homo socialis*.

- Religion is confessed and professed. Science is studied, developed, and improved.

- Religion orders. Science teaches.

- Religion serves to man; and science, to mankind.

- Religion separates. Knowledge unites.

- Mankind is totally disconnected. Knowledge is not.

- Religion bases on belief rather than facts and logic. Science bases on facts and logic rather than belief. It is not unusual that a man of science and a man of religion agree with the first statement and quarrel about the second. The believer says that the disbeliever does not understand the impossibility of science without belief and fails to discern the presence of belief as the ultimate source of science. The disbeliever states a real fact about religion, not offending his opponent. The believer asserts that his opponent does believe but is unaware of that. In other words, the disbeliever is a simpleton lost in his feelings.

- Pseudoscience, in contrast to religion, is disguised in the garments of science and passes its stupidities off as scientific achievements. Pseudoscience exploits the authority of science, thus discrediting knowledge. Pseudoscience hinders the intellectual liberation of humans, destroying the scientific grounds of their outlook. That is why pseudoscience is an enemy of freedom.

- Man's outlook is a personal phenomenon.

- Everybody looks at the world by themselves.

- It is in words that man perceives most of what he encounters.

- All greatest languages of the world contain the concepts of triangle, circle, square, plane, mass and weight, Archimedean spiral, molecules and atoms, Kepler's laws, electron and neutrino, flutter and jet engine, penicillin and viagra, computer and television set, etc. These concepts, stemming from science, become familiar to everybody and so enter into their mentality. The concepts of science are part and parcel of anyone's personal outlook. These concepts are the same for all, independently of race, sex, nationality, citizenship, and confession.

- The proposition that touches and wakes up thought was not pronounced in vain.

- A universal proposition is vulgar.

- Generalization makes a proposition commonplace.

- The proposition that is pondered over liberates mind.

- Beauty is a relation rather than property. There is no beauty without man. Beauty is a harmony of the properties of an object and the internal state of a subject. Harmony can be traced objectively as consistency and falsifiability of theories. There are subjective feelings of harmony, evolving the endorphins of happiness.

- Comprehension is the harmony of what is in reality and what is perceived. That which is understood is beautiful.

- The beauty of conceptions is in their inevitability.

- The beauty of science is the comprehension of truth.

- Common sense is a special gift of *Homo sapiens*. The senses of smell, touch, eyesight, and hearing, as well as self-awareness to some extent and even the gift of speech, are shared with animals who lack common sense. Common sense is the comprehension that unites people. Common sense acts at the spur of the moment, suggesting an immediate solution. Common sense is broader than science as distinguishing good from evil. Science is deeper than common sense, justifying solutions by comprehension.

- Common sense is subjective and resembles the spiritual elan of belief, that is the force superseding the capabilities of facts and logic.

- Common sense is a kind of the vestibular apparatus of reason. The instantaneous, although not faultless, separation of right from wrong is the principal disclosure of common sense.

- Common sense is the moral law within.

- Meaning is that which belongs to man. No man, no meaning.

- Feelings separate humans, and reason unites.

- Man produces circumstances and obeys them as time passes by. The power of many stable institutions relies on observation of written and unwritten protocols. Procedure and tradition are not so bad tools of defence against the sins and weaknesses of man.

- Everyone might compare themselves with Gauss and try to equate themselves to Gauss, but the averages and trends are treated in a different fashion. By the way, this is done on using the tricks of Gauss whose gift was far from the midpoint of the "Gaussian distribution" of talent versus social environment.

- It is hardly possible to discern no differences between national cultures. For instance, the Russian words *учёный, ученик*, and *учитель* have the same lexical base, whereas in English we encounter *scientist, pupil*, and *teacher*. *Student* stems from *study*; and *professor*, from *profess*. The Russian words *наука* and *совесть* are not lexically dependent in contrast to *science* and *conscience*. Many mental distinctions between Russian and Western scientists become clearer in this connection.

- The teacher is responsible for the quality of communication, despite his general neglect of the relevant duties. It is an easy matter to avoid "bending over backward" and deliver lectures from rotten sheets of paper, chanting that the grandparents had learned that way and you all know how good this turned out. The teacher must "do his utmost," adapting his course to the challenges of today.

- Learning and teaching is a duty and fun.

- Dignity is the adequate positioning in life. Happiness consists in keeping dignity.

- In contrast to the general belief, happiness lies in harmony between dreams and wishes rather than in harmony between wishes and possibilities. It is not by chance that the Bible imposes restrictions on wishes rather than dreams. Had you wishes, there would be possibilities. Rarely successful is the traversal between the Scylla of dreams and the Charybdis of wishes.

- The employer always views the failure of performance or bad performance of a contract as a fault of the contractor. In regard to the public contract, people are the employer, and the contractor is power. The principal mistake of power is the intention to benefit people with what they did not ask. Power is convinced in the stupidity of people who never know what they are truly in need of. "They will be grateful to us later on"— this is the intrinsic motivation of power.

- Absurdity remains absurdity, belief and eloquence notwithstanding.

- The gift of mathematics goes from master to student. The alternating chain of masters and students is the true savior of mathematics.

- Mental continuity is a precious gift allowing us to preserve the experience of our ancestors.

- The first transfinite act of mankind is the invention of the idea of the total assembly of naturals. From the writings by Aristotle and *Psammites* by Archimedes the idea of infinity is the focus of intellectual search of all times and nations.

- The definition of mathematics as the science of the infinite has religious roots.

- The monads of Leibniz as well as the fluxions and fluents of Newton are products of the heroic epoch of the telescope and microscope. The von Neumann universe of the mid-twentieth century implements the Pythagorean dictum—"All is number." Measuring infinity by number is the crux of the revealing research of the genius Cantor.

- Geometry deals with the quantitative and qualitative properties of spatial forms and relations. The criteria for equality of triangles provide instances of qualitative geometric knowledge. Finding lengths, areas, and volumes exemplifies quantitative research. The incommensurability of the side and diagonal of a square became an outstanding discovery of Euclidean geometry.

- Science has confronted the problem of counting the continuum since remote ages. When our ancestors had demonstrated the absence of any common measure of the side and diagonal of a square, they understood that rational numbers are scarce for practical purposes. It is worth recalling that the set of rational numbers is equipollent with the collection of natural numbers. This means that all rational numbers comprise a countable set, thus serving as an instance of the cardinal number that we use to express the size of the imaginary collection of all entries of the natural series. The most ancient idea of the potential infinity in the form of consecutive counting turned out insufficient for quantitative analysis in geometry. The discovery that the side and diagonal of a square are incommensurable is the height of mathematics as awesome and ethereal as the independence of the fifth postulate, the axiom of choice, and the continuum hypothesis.

- Mankind needed Pythagorean triples. The result by Wiles is of no interest to mankind, although its existence feeds pride and curiosity.

- The rise of the natural series is a transfinite act.

- A straight line segment decomposes into points in the theory of convergence of Fourier series. To measure parts of a segment with transfinite numbers is the problem of the continuum in the same sense in which the ancient tried to commensurate the diagonal and side of a square.

- A number is a measure of quantity. Calculus is reduction to numbers.

- Mathematics was and still is the craft of formulation, the art of computation, and the science of calculus.

- Analysis appeared as differential and integral calculus. Differentiation discovers trends, and integration forecasts the future from trends.

- Geometry and topology are the calculus of spatial forms.

- Algebra is the calculus of unknowns, and logic is the calculus of truth and proof.

- Arithmetic had been the prehistory of mathematics which was born as the Hellenistic geometry, turned into the Oriental algebra, and became the Occidental analysis. The twentieth century demonstrated the benefits of reunion of the hypostases of mathematics by way of set theory which inadvertently gave rise to the utmost dogmatism.

- Model theory evaluates truth and proof. Computable model theory counts truth and proof.

- Logic liberates mathematics by model theory.

- Mathematics becomes logic.

- Logic organizes and orders our ways of thinking, manumitting us from conservatism in choosing the objects and methods of research. Logic of today is a fine instrument and institution of mathematical freedom.

- "Das *Wesen* der *Mathematik* liegt gerade in ihrer *Freiheit*." Therefore, the essence of the mathematician resides in freedom.

- Abstraction is the freedom of generalization. Freedom is the loftiest ideal and idea of man, but it is demanding, limited, and vexing. So is abstraction.

- Abstraction is the mother of reason and the gist of mathematics. It enables us to collect the particular instances of any many with some property we observe or study. Abstraction entails generalization and proceeds by analogy.

- Freedom is a many-place predicate.

- No freedom is exercised in solitude.

- To transform the noble desire for freedom into hatred and cruelty is a popular fixation and hobby horse of humans through ages.

- Mind proceeds by reason and vice versa.

- "Scholastic" differs from "scholar."

- Abstraction is limited by taste, tradition, and common sense. The challenge of abstraction is alike the call of freedom.

- The ideas of description, finitism, intuitionism, and similar heroic attempts at the turn of the twentieth century in search of the sole genuine and ultimate foundation were unavoidable by way of liberating mathematics from the illusionary dreams of categoricity. The collapse of the eternal unicity and absolutism was a triumph and tragedy of the mathematical ideas of the first two decades of the twentieth century.

- The loss of certainty is a colossal acquisition of mathematics and liberation from the tethers of categoricity.

- The refusal of unicity and the desire of unity are the bicolor of mathematics in the twentieth century.

- An expert in nonstandard analysis is a nanoanalyst, nanalyst, or nonanalyst. Usage splits.

- Isomorphism is in no way a ground for unification of names. On the contrary, to speak of isomorphism we need two things (and, hence, two names). It is not by chance that mathematics is viewed as the art of saying the same in different words.

- An algorithm is an artifact of a mathematical technology.

- Any calculus is intentional.

- Technology proceeds from problem to problem using theories as signposts and tools. Theory proceeds from conception to conception, using problems as tests.

- Priority may be viewed as a binary relation. Sometimes, priority means prevalence. For instance, the interests of humans have priority over the interests of animals. Speaking about priority, in most cases we simply imply the first appearance at the time axis.

- By default, the first in time has priority. Independence of events is not directly tied with priority. The phrase "independently and twenty years later" is the testimony of the long-term ignorance and the present-day stupidity of its author.

- Each great idea integrates a long prehistory, and so the priority of its formulation is often a matter of convention.

- Priority is useful, since its presence expunges accusations in plagiarism.

- Priority exists between persons, never presenting a property of an object of science. Of import to the scientist are the truth of his results and the public quest for them.

- Priority and the place in the hierarchy of the academic community are important things of shallow value to the scientist by belief.

- Who created differential calculus? This is an example of an ill-posed problem. Of use and relevance is to know how differential calculus had sprang to life. The independence of the discoveries of Leibniz and Newton is obvious, since their approaches, intellectual backgrounds, and intentions were radically different. However, the groundless priority quarrel between Leibniz and Newton has become the behavioral pattern for many generations of scientists.

- Leibniz and Newton discovered the same formulas, part of which had already been known. Leibniz, as well as Newton, had his own priority in the invention of differential and integral calculus. Indeed, these scientists suggested the versions of mathematical analysis which were based on different grounds. Leibniz founded analysis on actual infinitesimals, resting on his philosophical system known as monadology. The key of Newton was his method of "prime and ultimate ratios" which is rightfully associated with the modern limit theory.

- The insane and sleazy attempts at preserving the memory of great scientists in the names of the units of dimensional physical quantities brought to science the esoteric features of obscurantism.

- Differential calculus had appeared firstly as the technique of finite differences: some continuous shape was spread over the discrete infinitesimal frame.

- Fate puts everything in due order: the mechanistic ideas of Newton occupied an honorable place in the second row halls of the history of natural sciences, leaving the central enfilade for the views of Einstein.

- The demand ever increases of the scientific optimism of Leibniz—his dream of *Calculemus* and belief in the best of the worlds. Curiously, Newton, who passed away as a top bureaucrat and pseudo-scientist honored by a flock of flatterers, steps aside in the human mind to give room to the miserable and despised Leibniz whose funeral was attended just by two persons.

- There is no duality between algebra and geometry. Algebra and geometry coexist in unity.

- There are problems we fail to address: we do not know what an operator or space is in fact.

- Definitions, axioms, and proofs were prior to Euclid. The merit of Euclid is that he had seen in these the universal mechanism for defending knowledge from subjectivity.

- Immortal is the exploit of Euclid who made a universal panorama of the antique mathematics. In the eighteenth century the traditions of Euclid were sustained by Euler whose textbooks are still living. The outstanding examples of universality belong to the twentieth century. The collective project of Bourbaki neighbors the unparallel generosity of the mathematical encyclopedists Dieudonné, Lang, and Smirnov. Da Vinci, Roget, and Webster are giants of the world culture who brought fame to their nations. The exploit of Smirnov who continued the pedagogical tradition of Euler in Russia ranked him alongside Dahl and Karamzin.

- Ostrogradskiĭ and Luzin are equal in the universality of creative contributions of their students. The traditions of universality proliferate in the best mathematical schools of Russia and, primarily, in Kolmogorov's school.

- How nice is that Gromov and Perelman carry the spiritual luggage of A. D. [Alexandrov]. How marvelous is that the world of A. N. [Kolmogorov] resided in Arnold and Gelfand. How just is that the soul of N. N. [Luzin] lived in A. N. and P. S. [Aleksandroff].

- Precedents, samples, and examples carry a definite proving force. Euclid owed nothing to Hilbert. Perelman owes much to Poincaré.

- The mathematician is not a know-it-all nor a trickster. The mathematician is the one who distinguishes between what is proved and what is unproved. Mathematics requires proofs, thus setting mind in order.

- It is not shameful to be a mathematician. It is shameful to be only a mathematician.

- Mac Lane, a co-founder of category theory, coined the term "working mathematician" and confronted the work in mathematics with excellent mathematics that must be inevitable, illuminating, deep, relevant, responsive, and timely. Excellent mathematics belongs to excellent mathematicians, mathematicians *par excellence*.

- The slovenly style is not the only danger for the author. Any well-written but ill-positioned article distracts the reader from whatever seminal and practicable ideas. The deceptive title and improper perspectives confuse the reader not less than the meticulous details of relevance to the author and immaterial to the reader.

- The clever author presumes the wit of the reader. Do not disappoint the clever author by neglecting the essence of his writings.

- Breakthroughs happen at the boundary with the unbeknown, i.e., at the frontiers of science.

- The boundary of knowledge is fractal and there are no reasons to assume it rectifiable or measurable.

- The proofs of the fractality of the boundary of knowledge are galore. Among them we list the ceaseless growth of pseudoscience and other instances of obscurantism.

- Any thesis is an instance of saying. Any saying is an instance of common sense. Sayings are in common parlance but it is *de mauvais ton* to proclaim that which defies the stock of adages, saws, and proverbs.

- Mathematics belongs to man, whereas formalization is the primogenitor of the computer. The computer rules over the realms of formalization. Therefore, any claim of universal formalization contradicts the most ancient and noble saying of mathematics, the Euclid Thesis which reads: "There are no king's ways to mathematics."

- The Euclid Thesis concerns the computer.

- The computer is an off-roader rather than dozer.

- There is no backward traffic in science.

- The quality of translation depends on many factors. In particular, it is directly proportional to the translator's knowledge of the subject of the article under translation as well as to his mastery over the language of translation. At the same time it is inversely proportional to the translator's confidence in his familiarity with the subject and to the self-conceit of his skills.

- Professionalism implies wit and, consequently, profound criticism which manifests itself primarily in self-control.

- *Self-esteem by clear communication*—is one of the most important mottoes of a perfect translator. In particular, there is no need in preserving the flaws you meet. Eliminate all misprints and obvious shortcomings. Battle inaccuracies and senseless expressions, but introduce any changes with utmost care, correcting only those stylistical, grammatical, terminological, and similar defects that are perfectly conspicuous.

- Mathematics and economics have antipodal standards of scientific thought.

- Despite antediluvian opinions, mathematics will come in handy for the working economist.

- Calculation will supersede prophecy.

- Economics as a boon companion of mathematics will avoid merging into any esoteric part of the humanities, or politics, or belles-lettres.

- The new generations of mathematicians will treat the puzzling problems of economics as an inexhaustible source of inspiration and an attractive arena for applying and refining their formal methods.

- Ignorance is not an argument but the state revealing indolence in the past, immaturity at present, and degradation in the future. It is impossible to know everything. Therefore, ignorance is an improper positioning of oneself with respect to the boundary between the known and the unknown rather than some gaps in education.

- Ignorance is oppressive, but leaves room for perfection.

- What is watery sinks lower.

- The theory of a "mathematical superman" is the standpoint that the stronger mathematician has more rights than the weaker colleague, implying that humans are not equal in facing the longstanding laws of morality and ethics. It is this ideology that Grothendieck calls meritocratic and hates with a vengeance.
- Sycophancy of the present day, pompous moralizing, and offense to the past and ancestors are the evil deeds of a lout.
- Rudeness on bones is vile.
- It is instructive to see the absence of fastidiousness and conscience in those who consider the public rostrum for apologizing murder an indispensable call of freedom.
- The nasty things of the past are the support of the scoundrels of today and the hope of the scoundrels of the future.
- Self-conceit and boasting disparage oneself.
- Routine is a specter of illumination.
- Any good piece of research will be noticed and understood when possible.
- Criticism is a necessary trait of wit, implying self-criticism.
- Self-critisim is a crucial test for intelligence.
- The task of a scientist is to preserve and enhance knowledge. To evaluate the contribution of a scientist is a secondary matter of concern to the environment and descendants.
- A jubilee is not a rehearsal of a funeral service, but a feast of acquaintance.
- The life of a person is a unique experiment, the sequence of events governed by some hidden rules of control. There are appropriated technologies of pattern recognition, for instance, in cryptology. To see what is deciphered is sometimes possible by splitting the sequence under study and comparing the remnants in pairs. A jubilee is a day of the cameral treatment of life's data and the search for the hidden laws of the itinerary of the person whose anniversary we celebrate.

- Man is responsible to himself and the others.
- Dominance in population is the wild-beast instinct behind most of the ugly human passions and sins.
- Neither anti-Semite nor racist is the obligatory epithet of a rapscallion.
- It is not true that each of the distinguished persons branded as anti-Semite or racist was such indeed. However all of them deserve this notoriety since they never disdain antisemitism nor racism, making filth into means for achieving personal aims.
- There are plenteous choices between good and evil, and all of them are nobody's else but yours.
- Responsibility is an ingredient of the person's outlook: "This world is the world of mine, and I am responsible for my world."
- Self-responsibility is conscience, that is shame and blame directed to oneself.
- The presence or absence of conscience has nothing in common with responsibility to the others. Quite a few persons who served their jail terms remain absolutely irresponsible. History collects heaps of data about the pharaohs, emperors, secretary generals, and presidents that were completely devoid of conscience.
- Conscience is superior to necessity.
- To obey conscience is a chance.
- Stupidity is inborn, but wisdom is acquired.
- Sour is the taste of order.
- Power yields the force of order; and conscience, moral authority.
- Respect is higher than love and hatred. Sympathy is impossible without respect; and compassion, without sympathy.
- The highest gift is comprehension without which there is no compassion. Comprehension leads to truth and good, to refusal of hatred in favor of love.

- Do not that which is usual, but do that which must be done. Behave yourself not as usual but nobly.

- The past is that which was. The present is that which is. The future is that which will be. This clear-cut statement is irrefutable but prefatory. The past is the zone of responsibility. The present is the arena of action. The future is the field of possibility.

- Moral nihilism consists in oblivion of the past.

- "The past crimes are buried in the past. The past is absent at present. Therefore, the past crimes are absent now. So, let bygones be bygones." This sophism brings about the false opinion that nobody could recall and take into account the crimes of the past in view of the period of limitations.

- No fact is ever destroyed by whatever repeals. No error disappears unless it had been repaired. Always evil is to forget the past and its lessons.

- Nobody can change the past. Anyone can repair some mistakes. Anyone can expiate part of one's guilt.

- We are responsible for the past and choose the version of the future today. Relationships between us are exactly the instances of our attitude to one another. Our means effect our aims and can lead to the latter or somewhere aside.

- To err is human, which is revealed in the presumption that everyone differs their defeats from victories. However this is groundless. We should not distinguish between defeats and victories since these are inseparable. There is neither victory free of defeat nor defeat free of victory. However, success and failure are definitely different. Defeat is connected with mistakes. The defeated learn from their mistakes and have a chance to become wiser. The victors are in a worse position: the victims surrender to the victors, pleading mercy rather than appealing to wisdom.

- Entropy grows and good turns into evil with the necessity of the second law of thermodynamics. Adaptability, adequacy, and openness transform into self-conceit, incompetence, and Machiavellianism in the conditions of uncontrollable and unlimited power. Science is not an exception. History exhibits plenty of examples, demonstrating that no branch of science inoculates its servants with morality, and any power carries the dominant gene of tyranny.

- Gerontological demarcation is useful. The enthusiasm and enterprise of the young must be commended alongside the potential of innovation and the experience of leadership of the senior generations of scientists.

- Man must know, understand, and be capable of something rather than participate in, preside over, and be a member of anything. Life rushes to its twilight, and so always reasonable is to do something important rather than wasting time on trifles. Pay debts to the elders, exhibit examples to the youngsters, and finish that which is still undone.

- Science has never betrayed and will never compromise its principles. Ostensibly bigoted and prone to indolence every now and then, mankind is pragmatic and even greedy but cares for its hard-earned treasures. Anyone likes commanding, but everyone displays vigilance and distrust of any power and any attempt of any person or crew to manipulate others and enforce on the others whatever personal or corporate volitions and views. Humans are not impeccable but far from hopeless. Their scepticism, curiosity, and free mind are the never-ending sources of the inexorable powers and astounding miracles of science.

- Sowing truth as a tool of good is a tradition of the Russian mathematical school. Egocentrism, jealousy, hatred, and idiocy in the form of patriotic xenophobia are the pernicious weeds of science in Russia. Neither these nor other kinds of human passions can ever exterminate the shoots of truth and good as demonstrated by the tragic history of the Russian science. This leaves us hope.

May 7, 2009

Оглавление

Предисловие iii

ЧАСТЬ I. ЛЮДИ НАУКИ 1

1 Штрихи 3
2 Александров par excellence 33
3 Александров и современность 36
4 Ученый на холме 39
5 Особенный лидер особой науки 41
6 Ген матезиса 44
7 Мир Миши Громова 46
8 Феномен Канторовича 49
9 О математических работах Канторовича 51
10 Канторович и математизация экономики 57
11 Сибирский теплофизик 70
12 Последний разговор с Ладыженской 78
13 Корни дела Лузина 80
14 Учитель и ученик 93
15 Саундерс Маклейн, рыцарь математики 96
16 Слово о Мальцеве 103
17 Соболев и свобода 105
18 Соболев и Шварц: две судьбы, две славы 108
19 Соболев из школы Эйлера 126
20 Человек, а не икона 143
21 Синтез и анализ 145
22 Мерки науки 148
23 Наука без границ 150
24 Прощание с Мильтоном Фридманом 152
25 Wilhelmus of Positivity 155
26 Апология Евклида 157
27 Лейбницево определение монады 162

ЧАСТЬ II. НАУКА В РОССИИ 167

28 Проснитесь, господа! Очнитесь, товарищи! 169
29 Ахиллес догнал черепаху 171
30 Наука, псевдонаука и лженаука 173
31 К определению лжеученого 180
32 Нет срока давности в науке 184
33 Технопарки и страусы 187
34 Сохранить науку в России 190
35 Традиция новаторства 193
36 Управление наукой — злободневная проблема 196
37 Мудрость и обновление 201
38 Российская наука служит истине 204
39 Математика и свобода 206
40 Fidelis et Infidelis 209
41 Человек и научное мировоззрение 217
42 Апология корифеев 219
43 Проблема деградации 221
44 Приоритет науки 225
45 НГУ — университет академический 228
46 Игра в цифирный бисер 231
47 Будем беречь лидеров 235
48 Выбор попутчиков 237

ЧАСТЬ III. НАУКА И ОКОЛО 239

49 Наука исчислять и доказывать 241
50 Номинация и дефиниция 245
51 Апология отступлений 249
52 Профессоры и студенты 251
53 Преподавание анализа 254
54 Что такое булевозначный анализ? 257
55 Решена ли задача Дидоны? 263
56 О парадоксе Банаха — Тарского 265
57 Памятка рецензенту 266
58 Как работать над переводом? 269
59 Три неизбежные задачи 273
60 Автосправка 293
61 О науке и около 302
62 The Call of Mathematics 318
63 Excursus into the History of Calculus 322
64 Math’s If 335
65 On Science and Beyond 337

Сведения об авторе

Кутателадзе Семён Самсонович, доктор физико-математических наук, профессор.

Родился 2 октября 1945 г. в Санкт-Петербурге.

В 1968 г. окончил с отличием Новосибирский государственный университет по кафедре вычислительной математики.

Защитил кандидатскую диссертацию «Смежные вопросы геометрии и математического программирования» в Объединённом Учёном Совете Сибирского отделения АН СССР в 1970 г.

В 1978 г. защитил докторскую диссертацию «Линейные задачи выпуклого анализа» в Санкт-Петербургском государственном университете.

Основные научные результаты в области функционального анализа и нестандартных методов анализа, по геометрии выпуклых тел и теории экстремальных задач.

Автор учебника «Основы функционального анализа». В числе публикаций более двухсот специальных статей, ряд монографий и учебных пособий. Среди них «Булевозначный анализ», «Упорядоченные векторные пространства», «Монады в общей топологии», «Меры Радона и обобщённые функции».

Написал пособие об английской грамматике и проблемах научного перевода: «Russian→English in Writing. Советы эпизодическому переводчику».

Заслуженный ветеран Сибирского отделения Российской академии наук. Главный научный сотрудник Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН. Заместитель заведующего кафедрой математического анализа НГУ.

Член ряда математических обществ и научных рабочих групп. Заместитель главного редактора Сибирского математического журнала, Сибирского журнала индустриальной математики, Journal of Applied and Industrial Mathematics, Siberian Advances in Mathematics. Состоит в редколлегиях журналов: Математические заметки, Математические труды, Scientiae Mathematicae Japonicae, Positivity и др.

Научное издание

Кутателадзе Семён Самсонович

НАУКА И ЛЮДИ

Ответственный редактор
Ю. Г. Решетняк

Компьютерная верстка *И. И. Кожанова*

Подписано в печать 8.02.2010.
Формат бумаги $60\times84^{1}/_{16}$. Усл. п. л. 21,16.
Тираж 300 экз. Заказ № 69.

Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А
362027, г. Владикавказ, ул. Маркуса, 22.

Отпечатано в ИПО СОИГСИ им. В. И. Абаева
362040, г. Владикавказ, пр. Мира, 10.

ISBN 978-5-904695-01-9

9 785904 695019

Семён Самсонович Кутателадзе – доктор физико-математических наук, профессор.

Главный научный сотрудник лаборатории функционального анализа Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, заместитель заведующего кафедрой математического анализа Новосибирского государственного университета, член Американского и Европейского математических обществ, математической Ассоциации Америки.

Родился 2 октября 1945 г. в Санкт-Петербурге. В 1968 г. с отличием окончил механико-математический факультет Новосибирского государственного университета. В 1970 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1978 г. – докторскую диссертацию.

Основные научные результаты в области функционального анализа и нестандартных методов анализа, по геометрии выпуклых тел и теории экстремальных задач. Автор учебника “Основы функционального анализа”, многих монографий и статей. Член редколлегий Сибирского математического журнала, Сибирского журнала индустриальной математики, Владикавказского математического журнала, Journal of Applied and Industrial Mathematics, Математических заметок, Positivity, Scientiae Mathematicae Japonicae и др.

В книге собраны статьи и эссе последнего десятилетия о науке и ее месте в современном обществе. Книга ориентирована на широкий круг читателей, интересующихся наукой и ее людьми.